S. 1802. C.71.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPERIALE

DES SCIENCES

DE

ST. PÉTERSBOURG.

TOME IX.

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR LES ANNÉES 1819 ET 1820.

ST. PÉTERSBOURG.

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1824.

Publié par ordre de l'Académie, et avec l'obligation d'envoyer, où il convient, le nombre d'exemplaires fixé par la loi.

N. Fuſs
Secrétaire perpétuel.

TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie *Impériale* des Sciences.

Années 1819 & 1820.

Page

I. Evènement mémorable - - - - - - - 3

II. Changemens arrivés dans l'Académie :

1. Membres décédés - - - - - - - - 3
2. Membres congédiés - - - - - - - - 4
3. Nouvelles réceptions - - - - - - - - 5
4. Election de membres du Comité d'Administration - - - 6
5. Gratifications, décorations et avancemens civils - - - 7
6. Distinctions littéraires , - - - - - - - ibid.

III. Présens faits à l'Académie :

1. Pour la bibliothèque - - - - - - - - 8
2. Pour la bibliothèque du Musée Asiatique - - - - 22
3. Pour le Cabinet de Curiosités - - - - - - - 25
4. Pour le Cabinet de Minéralogie - - - - - - - 28
5. Pour le Cabinet de *Pierre le Grand* - - - - - 29
6. Pour le Cabinet des médailles - - - - - - - ibid.
7. Pour le Cabinet des monnaies Asiatiques - - - - ibid.
8. Pour la bibliothèque de l'Observatoire - - - - 30

IV. Mémoires et autres ouvrages manuscrits présentés à l'Académie - - - - - - - - 31

V. Observations, expériences et notices intéressantes faites et communiques à l'Académie - - 37

VI. Rapports présentés par des Académiciens chargés de commissions particulières - - - 38

VII. Ouvrages publiés par l'Académie - - - - 47

MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE *IMPÉRIALE* DES SCIENCES.

I. Section des sciences mathématiques.

Page

L. Euler. De tribus pluribusve numeris inveniendis, quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum - - - - - 3

L. Euler. Resolutio facilis quaestionis difficillimae, qua haec formula maxime generalis : $uvzz(axx+byy)^2+\Delta xxyy(avv+bzz)^2$ ad quadratum reduci postulatur - - - - - - - - - - 14

L. Euler. De problemate curvarum synchronarum, ejusque imprimis inverso - 20

L. Euler. Methodus nova et generalis problema Synchronarum inversum, aliaque ejusdem generis resolvendi - - - - - - - - 35

L. Euler. De curvis, quarum radii osculi tenent rationem duplicatam distantiae a puncto fixo, earumque mirabilibus proprietatibus - - - - - 47

L. Euler. De unciis potestatum binomii, earumque interpolatione - - 57

Littrow. Sur le mouvement des corps qui s'attirent en raison directe de leur distance 77

N. Fuss. De descensu gravium super arcu Lemniscatae - - - - 91

V. Wisnievski. Longitude de Stawropol, déterminée par l'observation des occultations des étoiles 1ϑ, 2ϑ et α du taureau - - - - - - 101

N. Fuss. Problematis geometrici nec non aequationum differentialium aliquot difficiliorum resolutio - - - - - - - - - 115

F. T. Schubert et *V. Wisnievski.* Passages de la Comète de 1819 au méridien, observées à l'Observatoire de l'Academie Impériale des Sciences - 125

C. F. Degen. Méditations sur un système de recurrences combinées et sur la manière de détacher chacune des séries d'avec ce système et de la continuer séparément et indépendamment des séries conjointes - - - 130

J. Sniadecki. Observations astronomiques, faites à l'Observatoire de l'Université Impériale de Wilna en 1818. N. S. - - - - - 141

N. Fuss. Solutio problematum quorundam ad Analysin Diophanteam spectantium 151

V. Wisnievski. Longitude de Kherson, déterminée par les observations d'occultations de $1\varkappa$ des poissons et de τ du taureau - - - - 161

P. Fuss. Quantum differat longitudo arcus curvae ab asymtota, utraque in infinitum extensa, inquiritur - - - - - - - - - 175

F. T. Schubert. Remarques sur la méthode des anciens, pour déterminer la parallaxe de la Lune - - - - - - - - - 190

Page

N. G. Schultén. Enodatio generalis problematis de collisione duorum corporum solidorum in unico puncto concurrentium - - - - - - 200

V. Wisniewski. Longitude d'Orenbourg, déterminée par l'observation de l'occultation de l'étoile 96 du verseau - - - - - - - 216

P. de Bazaine. Mémoire sur l'établissement des Bassins d'épargne dans les canaux de navigation et sur les moyens d'économiser une grande partie de l'eau qui se dépense annuellement au canal de Ladoga - - - - - 222

V. Wisnievski. Longitude de Catherinbourg, déterminée par l'observation de l'occultation d'Aldebaran - - - - - - - - - 263

J. Sniadecki. Observations astronomiques faites à l'Observatoire de l'Université Impériale de Wilna en 1820 et 1821. N. S. - - - - - - 268

F. T. Schubert. De quadratura superficierum curvarum - - - 277

II. Section des sciences physiques.

C. P. Thunberg. Ichneumonidea, insecta hymenoptera illustrata Pars II - 285

B. Petroff. Extrait des observations météorologiques, faites à St. Petersbourg, année MDCCCXI d'après le nouveau Style - - - - - - 369

P. A. a Bonsdorff. Nova analysis Steinheiliti, sive Dichroitae Orijarviensis - 376

P. A. a Bonsdorff. De spatho tabulari Pargasensi - - - - 382

P Zagorski. Arcus aortae bipartitio praeternaturalis observata - - 387

C. P. Thunberg. Grylli monographia illustrata - - - - - - 390

D. E. Eichwald. Observationes nonnullae circa fabricam Delphini Phocaenae aetatis nondum provectae - - - - - - - - 431

D. E. Eichwald. Observationes nonnullae circa fabricam Physaliae - - 453

Tilesius. De Chitone giganteo Camtschatico. Additamentum ad Zoographiam Rosso-Asiaticam - - - - - - - - - - 473

III. Section des sciences politiques.

C T. Herrmann. Tableau comparatif des différentes données sur l'étendue des gouvernemens de l'Empire de Russie - - - - - - 487

H. Storch. De la consommation productive, ou du capital - - - 494

H. Storch. Analyse du capital réel - - - - - - - 501

H. Storch. Analyse du capital personnel - - - - - - - 508

H. Storch. Examen critique de la doctrine d'Adam Smith relativement au capital 516

C. T. Herrmann. Données statistiques sur l'état du Comité de surveillance générale et de tutèle en 1811 et 1812 - - - - - - - 527

Page

C. T. Herrmann. Données statistiques sur l'état du Comité de surveillance générale en 1811 et 1812. Seconde partie - - - - - - 533

C. T. Herrmann. Données statistiques sur l'état du Comité de surveillance générale en 1811 et 1812. Troisième partie - - - - - - 542

IV. Section d'Histoire et de Philologie.

F. Münter. Commentatio de numo plumbeo Zenobiae, reginae orientis, et aeneo Palmyreno - - - - - - - - - - 551

C. M. Frähn. Numi Kufici, qui in Imperatoris Aug. Museo solitario Petropoli servantur - - - - - - - - - - 563

C. M. Frähn. Numi Kufici anecdoti ex variis Museis selecti et illustrati - - 587

H. Köhler. Du chateau royal du Bosphore et de la ville de Gargaza dans le Chersonèse Tauriqne - - - - - - - - - 619

Corrigenda.

Pag. 72. lin. 12. loco angere lege augere
— 83. — 1. citanda est Tab. II. Fig. 7.
— 423. — 23. citanda Tab. XIV.
— 521. — 23. loco uux lege aux.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE S^T. PÉTERSBOURG.

ANNÉES 1819 ET 1820.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

ANNÉES 1819 ET 1820.

I.

EVÈNEMENT MÉMORABLE.

Visite du Prince de Prusse.

Mgr. le Prince *Charles* de Prusse, s'étant fait anoncer la veille, est venu le 24 Juillet 1820 à 10 heures du matin, voir le Musée de l'Académie; S. A. R. y a été reçu par Mrs. les Académiciens *Zagorski*, *Sevastianoff*, *Wisnievski* et par le Secrétaire; et après en avoir examiné avec attention toutes les parties, le Prince s'est retiré à 12½ heures après midi, en témoignant sa satisfaction aux Académiciens démonstrateurs.

II.

CHANGEMENS ARRIVÉS DANS L'ACADÉMIE.

1. Membres décédés.

Du nombre des Membres honoraires de l'Intérieur:

S. E. Mr. *Alexandre Séménovitch Khvostoff*, Conseiller privé, Chef de la banque d'emprumt, Membre de l'Académie IMPÉRIALE Russe, et Chevalier des ordres de Ste. Anne 1re classe et

de St. Vladimir 2^{d} dégré ; décédé le . . Juin 1820. Le Défunt avoit été reçu le 8 Mars 1815.

Du nombre des Membres honoraires externes :

Le Baronet Sir *Joseph Banks*, Conseiller privé de S. M. Britannique, Président de la Société Royale des sciences de Londres, Chevalier de l'ordre du Bain etc. ; décédé à Londres le 19 Juin 1820 n. st. agé de 85 ans.

Du nombre des Correspondans de l'Intérieur :

Mr. *Jean André Lobenwein*, Professeur émérite de l'Université IMPÉRIALE de Vilna, Doyen de la Faculté de Médecine, Conseiller d'État et Chevalier; mort à Vilna le 12 Janvier 1820, dans la 63^{me} année de sa vie. Le défunt avoit été reçu Correspondant le 17 Août 1814.

S. E. Mr. *Jean* de *Boeber*, Conseiller d'État actuel et Chevalier, Directeur des Etudes du 2^{d} Corps des Cadets, mort le 14 Juillet 1820, âgé de 74 ans. Le Défunt avoit été reçu Correspondant le 22 Février 1796.

Du nombre des Correspondans externes :

Mr. *Auguste* de *Kotzebue*, Conseiller d'État et Chevalier de l'ordre de S^{te}. Anne de la 2de classe ; poignardé à Manheim, au sein de sa famille, le 23 Mars n. st. 1819, par un Etudiant fanatique de Jena. Le Défunt avoit été reçu Correspondant le 22 Février 1815.

Mr. le Baron *Jean* de *Pacassi*, Conseiller au Conseil de bâtisses, Chevalier de l'ordre de St. Léopold, mort à Vienne le 8 Juin 1818, âgé de 60 ans; il avoit été reçu le 27 Nov. 1783.

2. Membres congédiés :

Mr. *Janvier Yartsoff*, Adjoint pour les langues orientales.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Schlegelmilch*, obtint sa dimission demandée le 14 Août 1820.

3. Nouvelles receptions.

Au nombre des Académiciens ordinaires:

Mr. le Docteur *Chrétien Fréderic Gräfe*, Professeur ordinaire de l'Université IMPÉRIALE de St. Pétersbourg, Conseiller de Collèges et Chevalier, Académicien ordinaire pour la Littérature grècque et romaine; élu le 8 Mars 1820.

Au nombre des Académiciens extraordinaires:

Mr. l'Adjoint *Edouard Collins*, élu unanimement Académicien extraordinaire pour les Mathématiques le 26 Janvier 1820.

Au nombre des Membres honoraires de l'Intérieur:

Mr. *Gotthef Fischer* de *Waldheim*, Vice-Président de l'Académie IMPÉRIALE de Médecine et de Chirurgie, Section de Moscou, Directeur perpétuel de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes, Conseiller de Collèges et Chevalier des ordres de S^te^. Anne de la 2^de^ classe et de St. Vladimir du 4^e^ dégré; Correspondant de l'Académie depuis 1805; élu membre honoraire le 27 Janvier 1819.

S. E. Mr. *André Jakovlevitch Italinski*, Conseiller privé et Chambellan actuel, Ministre de Russie à Rome, Chevalier des ordres de St. Alexandre Nevski, de S^te^ Anne 1^re^ classe et de St. Vladimir 2^d^ dégré; élu le 12 Mai 1819.

S. E. Mr. *Mikhailo Mikhaïlovitch Spéranski*, Conseiller privé, Gouverneur-général de la Sibirie, Chevalier des ordres de S^te^. Anne 1^re^ classe et de St. Vladimir 2^d^ degré; élu le 12 Mai 1819.

Au nombre des Membres honoraires externes:

Mr. *Jean Baptiste Biot*, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Paris; élu le 5 Mai 1819.

Mr. *Valeriano Luigi Brera*, Membre et Secrétaire de l'Institut Impérial et Royal des Sciences, Lettres et Arts à Padoue, Chevalier de la Couronne de fer &c.; élu le 3 Novembre 1819.

Mr. *Samuel Thomas Sömmerring*, Conseiller privé et Médecin de S. M. le Roi de Bavière, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Munic, Chevalier de l'ordre de S^te^ Anne 2^de^ classe; élu le 3 Novembre 1819.

Mr. le Comte *Jean Antoine Chaptal*, ancien Ministre de l'Intérieur et Membre de l'Institut de France; élu le 1 Novembre 1820.

Mr. le Docteur *Fréderic Münter*, Evêque de Seelande; élu le 1 Novembre 1820.

Mr. *Jacques* de *Berzelius*, Membre et Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm, Chevalier de l'ordre de l'Etoile polaire; élu le 15 Novembre 1820.

Au nombre des Correspondans de l'Intérieur:

Mr. *Fréderic Fischer*, Adjoint de l'Université IMPÉRIALE de Moscou et Directeur du Jardin botanique du Comte *Alexey Kirilovitch Razoumovski:* élu le 27 Janvier 1819.

Mr. *Stepan Vasilievitch Lipovtsoff*, Assesseur du Collège; élu le 3 Novembre 1819.

Mr. *Nicolas Nordensköld*, Officier des Mines à Åbo en Finlande; élu le 3 Novembre 1819.

Au nombre des Correspondans externes:

Mr. *Charles Ferdinand Degen*, Professeur de Mathématiques à l'Université Royale de Copenhague, Membre de la Société Royale des Sciences de la même ville etc.; élu le 3 Novembre 1819.

Le Très-Révérend Père Archimandrite *Pierre* à Pekin; élu le 3 Novembre 1819.

Mr. *G. J. Billberg*, Sénateur et Chevalier à Stockholm; élu le 19 Avril 1820.

4. Élection d'un Membre du Comité d'Administration.

Mr. l'Académicien *Wisnievski* fut élu en 1819 Membre du

Comité d'Administration pour deux ans, à la place de S. E. Mr. l'Académicien *Fufs*.

Mr. l'Académicien *Sévastianoff* fut élu en 1820 Membre du Comité pour deux ans, à la place de S. E. Mr. l'Académicien *Séverguine*.

5. Gratifications, Décorations et Avancemens civils.

S. E. Mr. le Président anonça, qu'à la suite d'un rapport fait à SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR par S. E. Mgr. le Ministre, conformément à la présentation de S. E. Mr. le Président, SA MAJESTÉ a daigné accorder à S. E. Mr. l'Académicien *Fufs*, une pension viagere de 2500 roubles par an, pour récompenser les services distingués, longs et utiles que Mr. *Fufs* a rendus pendant 45 ans.

Mr. l'Académicien *Séverguine* fut avancé, par un Oukaze SUPRÈME du 27 Mars 1819, au rang de Conseiller d'Etat actuel.

Mrs. les Académiciens *Zagorski* et *Sévastianoff*, à la recommendation de S. E. Mr. le Président, furent décorés le 14 Avril 1819, de la croix en brillans de l'ordre de Ste Anne de la 2de classe.

Mr. l'Académicien *Schérer* obtient, le 23 Mai 1819, la décoration de l'ordre de Ste Anne de la 2de classe.

Mr. l'Académicien *Sévastianoff*, fut avancé, en vertu d'un Oukaze daté du 27 Novembre 1819, au rang de Conseiller d'Etat.

Par un Réscrit SUPREME, daté du 25 Avril 1820, SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR ordonna de payer à Mr. l'Académicien *Frähn*, outre ses appointemens, une pension de 1500 roubles par an.

6. Distinctions littéraires.

L'Académie Royale des Inscriptions et Belles-Lettres à Paris a élu S. E. Mr. le Conseiller d'Etat actuel *Ouvaroff*, Président de l'Académie, à la place d'Associé étranger, vacante depuis le décès du Prince Primat et Grand-Duc de Francfort.

L'Université IMPÉRIALE de Moscou, dans sa Séance du 18 Décembre 1819, a élu unanimement au nombre de ses Membres honoraires, Mrs. les Academiciens *Fuss*, *Storch* et *Schérer*.

S. E. Mr. le Président fait savoir qu'une chaire d'Astronomie vient d'être établie à l'Institut pédagogique principal de St. Pétersbourg et que la place de Professeur de cette Science vient d'être conférée à Mr. l'Académicien *Wisnievski*.

Mr. l'Académicien *Schérer* notifia sa réception de Membre honoraire de la Société de Médecine à Vilna.

Mr. l'Adjoint *Fuss*, rapporta que la Société IMPÉRIALE des Naturalistes à Moscou l'a reçu au nombre de ses Membres.

S. E. Lr. l'Académicien *Storch*, notifia sa réception au nombre des Membres de la Société des Sciences à Harlem.

Mr. l'Académicien *Schérer* notifia sa réception comme Membre de la Société Courlandaise pour la Littérature et l'Art à Mitau.

Mr. l'Académicien *Frähn* présenta trois diplomes qui lui ont été envoyés depuis peu, savoir celui de Membre honoraire de l'Université IMPÉRIALE de Kazan, de Membre ordinaire de la Société Courlandaise pour la Littérature et les Arts et de Docteur en Théologie de l'Université de Rostock.

Mr. l'Académicien *Frähn* notifia d'avoir été reçu Membre honoraire de la Société IMPÉRIALE de Naturalistes à Moscou, et de la Société minéralogique de St. Pétersbourg.

Mr. l'Académicien *Schérer* notifia sa réception au nombre des Membres honoraires de la Société Royale littéraire de Varsovie.

III.

PRÉSENS FAITS À L'ACADÉMIE.

1. Pour la Bibliothèque.

Envoyé par SA MAJESTÉ L'IMPÉRATRICE MÈRE :

Lehrgebäude der Russischen Sprache, nach dem Lehrgebäude der

Böhmischen Sprache des Herrn Abbé Dobrovsky ; von A. I. Puchmayer. Prag 1820. 8°.

Au nom de S. M. le Roi des Païs-Bas et de la part de Son Ministre de l'Instruction publique :

Flora Batava, ou déscription des plantes belgiques. Livraison 23 – 38. Amsterdam. 4^to^.

Flora Batava, ou déscription des plantes belgiques. Livraison 53, 54, 55, 56, 57. Amsterdam 4^to^.

Au nom de S. M. le Roi de France, par Mr. le Comte de Pradel, Grand-Maître de la maison du Roi :

Choix des poësies originales des Troubadours ; par Mr. Raynouard. Tome I. II. III. Paris 1816, 1817, 1818. 8°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Berlin:

Abhandlungen, der Königl. Akademie der Wissenschaften in Berlin, aus den Jahren 1814 und 1815, nebst der Geschichte der Akademie in diesem Zeitraume Berlin 1818. 4^to^.

Abhandlungen der Königl: Akademie der Wissenschaften in Berlin, aus den Jahren 1816 und 1817. Berlin 1819.

De la part de la Société Italienne à Modène :

Memorie di Matematica della Società Italiana.

De la part de la Compagnie Anglaise des Indes orientales :

Un Dictionnaire Arabe intitulé : *The Kamoos.*

De la part du Département IMPÉRIAL de l'Amirauté :

Морскій мѣсяцословъ на лѣто 1820. С. П. бургъ 1819. 8°.

De la part de la Société des amis Scrutateurs de la nature à Berlin :

Der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin Magazin für die neuesten Entdeckungen in der gesammten Naturkunde. VII^ten^ Jahrg. 3^tes^ und 4^tes^ Quart. Berlin 1817 und 1818. 4^to^.

Verhandlungen der Gesellschaft naturforschender Freunde in Berlin. 1ten Bandes 1tes und 2tes Stück. Berlin 1819 u. 1820. 4to.

De la part de la Société Américaine à Philadelphie :

Transactions of the historical and litterary Committée of the American Philosophical Society, held at Philadelphia, for promoting usefull knowledge. Vol. 1. Philadelphia 1819. 8°.

De la part de l'Institut Impérial et Royal des Sciences à Padoue :

Prospetto delle letture della Sezzione di Padova del Cesareo-Regio Istituto, nel corso dell' anno accademico MDCCCXVI e MDCCCXVII. Padova 1817. fol.

Prospetti de' risultamenti ottenuti nella Clinica medica dell' I. R. Universita di Padova, ne' sei anni scolastici MDCCCIX — MDCCCXV, publicati dal Cav. V. L. Brera. Padova 1816. 8°.

Prospetto de risultamenti ottenuti nella Clinica medica dell I. R. Universita di Padova, del Sre. Consigl. e Prof. V. L. Brera. Padova 1818. 8°.

Memorie medico-cliniche, per servir d'interpretazione ai prospetti clinici del Cavaliere V. L. Brera. Padova 1816. 8°.

Jord. Ruffi Calabrensis Hippiatria, nunc primum edente Hieronymo Molin. Patavii 1818.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Paris :

Mémoires de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France. Années 1813, 1814, 1815. Paris 1818. 4to.

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France. Année 1816. Tome I. Paris 1818. 4to.

De la part de l'Institut Royal de France :

Histoire et Mémoires de l'Institut Royal de France. Classe d'Histoire et de Littérature ancienne. Tome III. Paris 1818. 4to.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm :

Kongl. Vetenskaps Akademiens Handlingar af År 1819. Stockholm 1820. 8°.

De la part de la Société Royale des Sciences de Göttingue :

Commentationes Societatis Regiae Göttingensis recentiores. Volumen IV. Göttingue 1819. 4to.

De la part de l'Institut polytechnique de Vienne :

Jahrbücher des K. K. polytechnischen Instituts in Wien, herausgegeben von I. I. Prechtl. 1ter. Band. Wien 1819. 8°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Munic :

Denkschriften der Königl. Akademie der Wissenschaften zu München, für die Jahre 1816 und 1817. Band VI. München 1820. 4to.

Über Magnetismus und Electrizität, als identische und Urkräfte. Eine Rede gehalten von I. v. Yelin. München 1818. 4to.

Über die Epochen der bildenden Kunst unter den Griechen; von Fr. Thiersch. 2te Abhandlung. München 1819. 4to.

Denkmal auf dem Grabe des unvergesslichen F. A. Gehlen. München 1820.

De la part de la Société d'Agriculture et de Commerce de la ville de Caen :

Rapports, Discours, Notices, Vers et autres petites brochures au nombre de 26.

De la part de la Société établie à Londres pour l'encouragement des Arts etc.

Transactions of the Society for the encouragement of Arts, Manufactures, and Commerce. Volumes 1 — 37. London 8°.

De la part de S. E. Mr. le Président Ouvaroff :

Über das Vor-Homerische Zeitalter. Ein Anhang zu den Briefen über Homer und Hesiod, von Gottf. Herrmann und Friedrich Creuzer. St. Petersburg. 1819. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Dreyfsig à Kharkoff:

Handwörterbuch der medicinischen Klinik oder der praktischen Arzneykunde, zum Gebrauch ausübender Ärzte; von Dr. W. F. Dreyfsig. 3ten Bandes 1ter und 2ter Theil. Erfurt 1817. 8°.

De la part de Mr. le Professeur et Chevalier Gadolin à Åbo:

Dissertationes academicae historiam doctrinae de affinitatibus chemicis exhibentes. Pars IX. X. XI. XII. XIII. XIV. XV. Aboae 1818. 4to.

Tentamen chemico-mineralogicum de granatis, complectens analysin granati Orijerviensis, quod consensu ampl. Fac. phil. Aboëns. Praeside Mag. Johanne Gadolino, pro gradu philos: publico examini subjicit Gustavus Idestam. Aboae. 4to.

De la part de Mr. le Docteur Flittner à Berlin:

Russland und das Russische Reich. Ein geographisches Handbuch von K. M. Brömsen. 2 Bände Berlin 1819. 8°.

De la part de Mr. le Vice-Président Fischer à Moscou:

Mémoires de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes de Moscou. Tome V. Moscou 1817. 4to.

Орикгогнозія, или краткое описаніе всѣхъ ископаемыхъ веществъ, съ изъясненіемъ терминовъ. Соч. Г. Фишера. Часть 1. Москва 1818. 8°.

De la part de l'Elève Moukhine:

О чудесныхъ дождяхъ. С. П. бургъ 1819. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Morgenstern à Dorpat:

Praelectiones semestres in Caesarea Universitate litteraria, quae Dorpati constituta est, habendae indicuntur etc. Insunt Caroli Morgensternii in Ciceronis Paradoxa Prolegomena. Dorpati 1819.

De la part de Mr. Gilbert Blane à Londres:

Elements of medical-Logik, illustrated by practical proofs and exemples; by Sir Gilbert Blane Bart. London 1819. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller privé et Chevalier Léonhard à Munic:

Zu Werner's Andenken. Gesprochen in der Versammlung der Königl. Akademie der Wissenschaften zu München von K. C. Ritter von Leonhard. Frankfurt a. M. 1817. 8°.

Mineralogisches Taschenbuch für das Jahr 1818. Erste und zweite Abtheilung; von Carl Caesar Ritter von Leonhard. Frankfurt a. M. 1818. 8°.

Bedeutung und Stand der Mineralogie; von Carl Caesar Ritter von Leonhard. Frankf. a. M. 1816. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Herrmann:

Статистическія изслѣдованія, касательно Россійской Имперіи. Часть 1-я. О народонаселеніи. С. П. бурrь 1819. 8°.

De la part de Mr. le Comte Khodkievitch:

Rozprawa o gazie kwasu solowego ukwaszonego czyli Chlorinie. w Warszawie 1819. 8°.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Schubert:

Untersuchungen über den Magnetismus der Erde; von Christoph Hansteen, Professor der angew. Mathematik an der Norwegischen Universität. Übersetzt von P. T. Hanson etc. 1ter Th. Die mechanischen Erscheinungen des Magneten. Mit 5 Kupfertafeln und einem magnetischen Atlas von 7 Karten. Christiania 1819. 4°.

De la part de Mr. le Capitaine-Commandeur de Krusenstern:

Beyträge zur Hydrographie der grösern Oceane, als Erläuterungen zu einer Karte des ganzen Erdkreises nach Mercators Projection; von A. J. v. Krusenstern. Leipzig 1819. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Pansner:

Ephemerides Persarum per totum annum, juxta epochas celebriores orientis, Alexandream, Christi, Diocletiani, Hegirae, Jesdegirdicam et Galileam a Matthia Friederico Beckio. Aug. Vindel. 1814 et 1816.

De la part de Mr. le Professeur Struve à Dorpat:

Der Ort des Polarsterns für jeden Tag der Jahre 1819, 1820, 1821, 1822, berechnet aus Bessel's Tafeln. Dorp. 1819. 8°.

F. G. W. Struve Observationes astronomicas, institutas in Specula Universitatis CAESAREAE Dorpatensis, publici juris facit Senatus Universitatis. Volumen II. Observationes annorum 1818 et 1819. Dorpat 1820. 4°.

Beschreibung des bei der trigonometrischen Vermessung Livland's zu Beobachtung der Höhen-Winkel gebrauchten Instruments, nebst einigen allgemeinen Bemerkungen über trigonometrisches Höhenmessen; vom Prof. Dr. Struve.

De la part de Mr. l'Académicien Frähn:

Novae Symbolae ad rem numariam Muhamedanorum, ex museis Pflugiano atque Manteufeliano. Petropoli et Halis Saxonum. MDCCCCXIX. 4°.

De la part de Mr. le Conseiller privé et Chevalier Sömmering à Munic:

Über das feinste Gefäfsnetz der Aderhaut im Augapfel; von Samuel Thomas Sömmerring. München 1819. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien Köhler:

Geschichte der Ehre der Bildsäule bei den Griechen. (Aus den Denkschriften der Königl. Akademie der Wissenschaften zu München besonders abgedruckt) München 1818. 4°.

De la part de Mrs. les Docteurs Hamel et Rehmann:

Conspectus of Berigt aangaande de Verhandeling van Jacobus Koning, over de Uitvinding, Verbetering en Volmaking der Bookdruckkunst, door M. Jacobus Scheltema. Te Amsterdam 1817. 8°.

Specimen zoologicum, sistens observationes, praesertim osteologicas, de Casuario novae Hollandiae. Auct. P. J. Isaaco de de Fremery. Trajecti ad Rhenum 1819. 8°.

Elenchus plantarum horti medici Amstelodamensis 1814. 8°.

Elenchus plantarum quae in horto Lugduno - Batavo coluntur 1818. 8°.

Traité historique et pratique du scorbut chez l'homme et les animaux; par Mr. Balme. Lyon et Paris 1819. 8°.

Analyse des travaux de l'Académie Royale des Sciences de Paris, pendant l'année 1818. Partie mathématique.

De la part de Mr. le Baron Silvestre de Sacy:

Pend - nameh, ou livre des conseils de Ferid - eddin Attar, traduit et publié par Mr. le Baron Silvestre de Sacy. Paris 1819. 8°.

De la part de Mr. Pougens à Paris:

Trèsor des origines et Dictionnaire grammatical raisonné de la langue française; par Charles Pougens. Paris 1819. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien Schérer:

Worte der Erinnerung an das Leben und die Verdienste von Tobias Lowitz, gesprochen in der Hauptversammlung der pharceutischen Gesellschaft zu St. Petersburg, am 12. December 1819, von dem Director derselben, Dr. Alexander N. Scherer. St. Petersburg 1820. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Sniadecki à Wilna:

Trygonometrya kulista analitycznie wyłożona; przez Jana Sniadeckiego. w Wilnie i Warszawie 1820. 8°.

De la part de Mgr. le Chancelier Comte Nicolas de Roumäntsoff:

Изслѣдованія, служащія къ объясненію древней Россійской Исторіи А. Х. Лерберга. Изданныя на Нѣмецкомъ языкѣ по опредѣленію Императорской Академіи Наукъ Ф. Кругомъ; переведъ Д. Языковъ. С. П. бургъ 1819. 4to.

Leonis Diaconi Calaensis Historia, scriptoresque alii ad res Byzantinas pertinentes, e Bibliotheca Regia nunc primum in Lucem edidit, versione latina et notis illustravit C. B. Hase. Parisiis MDCCCXIX. in fol. reg.

De la part de Mr. le Docteur Lamberti à Dorpat:

Die allerneuesten Fortschritte der Distillirkunst; von A. v. Lamberti. 1stes Heft. Dorpat 1819. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat et Chevalier Adelung:

Übersicht aller bekannten Sprachen und ihrer Dialecte; von Fr. v. Adelung etc. St. Petersburg 1820. 8°.

De la part de Mr. le Chevalier Thunberg à Upsala:

Caroli M. Agrell Commentatio de varietate generis et numeri in L. L. O. O. Hebraea, Arabica et Syriaca. Pars 1 et 2. Lundae 1815. 4°.

Caroli Agrell Otiola Syriaca. Lundae 1316. 4°.

De la part de Mr. le Conseiller privé et Senateur Comte de Khvostoff:

О знаменитости Переславля Залѣскаго въ древнія и новыя времена и проч. Сочин. Графа Д. Хвостова. С. П. бургъ 1820. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller de Collège Hauenschild:

Karamsin's Geschichte des Russischen Reichs. Nach der zweiten Original-Ausgabe übersetzt. Erster Band. Riga 1820. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Giese à Dorpat:

Darstellung der allgemeinen Chemie zum Behuf seiner Vorlesungen; von Dr. Ferdinand Giese. 1ter Band, 1te Abtheilung. Dorpat 1820. 8°.

De la part de Mr Nils Nordenskiöld, Correspondant de l'Académie:

Bydrag till närmare kannedom af Finnlands Mineralien och Geognosie. 1ta Häftet; af Nils Nordensköld etc. Stockholm 1820. 8°.

De la part de Mr. Etter, Correspondant de l'Académie:

Orbis litteratus academicus germanico-Europaeus, praecipuas musarum sedes, Societates, Universitates, earumque fundationes, privilegia, eventus etc. repraesentans, curante J. G. Hagelgans. MDCCXXXVII.

De la part des Auteurs et Éditeurs :

Über Glasbereitung, deren Verbesserung und Verwolfeilung, nebst Anmerkungen die Kalien - Scheidung aus verschiedenen Mittelsalzen betreffend; von Dr. J. F. Westrumb. Hannover 1818. 8°.

Beschreibung einer sehr wohlfeilen Essig - Bereitung und der erforderlichen Fabrikgeräthe; von Dr. J. F. Westrumb. Frankf. a. M. 1818. 8°.

Beschreibung einer Malzdarre und eines Malztrocken - Ofens, für Bier - und Essig - Brauereyen, Branntewein - Brennereyen etc. Nebst Bemerkungen über Malz - und Hefe - Bereitung; von J. F. Westrumb. Hannover 1818. 8°.

Observations on the casual and periodical influence of particular states of the atmosphere on human health and diseases, particularly insanity; by Thomas Forster. F. L. S. London 1817. 8°.

Observations of the natural history of the Swallowtribe, with collateral statement of facts relative to their migration and to their brumal torpidity; by Th. Forster. F. L. S. London 1817. 8°.

Dell' antica Toreutica. Dissertazione dell' Abbate Seb. Ciampi. Firenze 1815. 8°.

Estratto delle Osservazioni sopra la Epitome di Dionisio d'Alicarnasso, lette in Firenze dal Professore Abb. Seb. Ciampi. Pisa 1816. fol.

Il sogno di Scipione, voltato in greco per Massimo Planude, e fatto volgare per M. Zanobi da Strata. Pisa 1816. 8°.

Notizie della vita letteraria e degi scritti numismatici di Giorgio Viani. Firenze 1817. 8°.

De usu linguae Italicae saltem a saeculo quinto R. S. Acroasis. Accedit V. C. Scipionis Maffaei in idem argumentum italica lucubratio. Pisis 1817. 4°.

Feriae Varsavienses, seu vindiciae litterariae et alia, quae vacans ab academicis praelectionibus scribebat Seb. Ciampius. Varsaviae 1818. 4°.

Feriae Varsavienses, sive quae vacans ab academicis lectionibus, mense Augusto 1819, scribebat Seb. Ciampi. Varsav. 1819. 8°.

Appendice all' esame critico del primo viaggio di Amerigo Vespucci al nuovo mondo; di S. E. il Sgr. Conte Galeani Napione di Cocconato.

Spiegazione di due rarissime medaglie cufiche della famiglia degli Ommiadi, appartenenti al Museo Mainoni. Milano 1818. fol.

Descriptio numi Nicopolitani e numophilacio Mainoniano. fol.

Über die chemische Wirksamkeit des Lichts und der Electrizität, besonders über einen merkwürdigen neuen Gegensatz dieser Wirksamkeit, den das Licht auf gewisse Substanzen äufsert u. s. w.; von Theodor v. Grotthufs. Mitau 1818. 4°.

La Sidérotechnie, ou l'art de traiter les minerais de fer, pour en obtenir de la fonte, du fer, de l'acier; par H. Hassenfratz. Tome I — IV. Paris 1812. 4°.

Meteorologisches Handbuch von 1814 und 1815; vom Canonicus Starck. Augsburg 1817.

Mémoire sur le système métrique des anciens Egyptiens, contenant des recherches sur leurs connoissances géométriques et sur les mesures des autres peuples de l'antiquité; par Mr. E. Jomard. Paris 1817. Papier Royal in folio.

Physik als Wissenschaft, oder die Dynamik der gesammten Natur. 1ter Theil. Allgemeine Dynamik der Natur; von Dr. Joseph Weber. Landshut 1819. 8.

Traité complet de Mécanique appliquée aux arts, par M. J. A. Borgnis. 3 Volumes contenant: La composition des machines; les machines employées dans les constructions diverses; les machines hydrauliques. Paris 1818, 1819. 4°.

Esprit, origine et progrès des Institutions judiciaires des principaux païs de l'Europe; par J. D. Meyer. 3 Tomes. À la Haye 1819.

Essai d'un nouveau Système des habitations des vers testacées, avec 22 planches; par Chrêtien Fréd. Schumacher etc. Copenhague 1817. 4°.

Grieksche Spraakkunst voor de Schoolen door G. Dornseiffen; te Amsterdam 1818. 8°.

Onomasticon poëticum, inprimis Virgilii, Horatii et Ovidii, in usum juventutis musis operam dantis; cura G. Dornseiffen. Traj. ad Rhen. 1818. 8°.

Specimen historico-juridicum, sistens jus foeminarum apud Romanos tam antiquum quam novum; cura G. Dornseiffen. Traj. en Rhen. 1818. 8°.

Vestigia vitae nomadicae tam in moribus quam legibus Romanorum conspicua; cura G Dornseiffen. Traj. ad Rhen. 1819. 8°.

Mémoire sur l'eau des mers qui baignent les côtes de l'Empire Français; par Mrs. Bouillon La Grange et Vogel. Extrait des Annales de Chimie. Août 1813.

De la force décomposante du principe sucré sur les sels et les oxydes métalliques. Lû à l'Institut de France par Vogel.

De l'action de la lumière solaire sur les corps simples et sur quelques composés chymiques. Lû à l'Institut de France par A. Vogel.

De l'action de différens fluides élastiques sur le Mercure; par A. Vogel. Paris 1812. 8°.

Versuche über die Wirkung der Boron-Säure und der boronsauren Salze auf den Weinstein; von Prof. Vogel.

Versuche über die Heidelbeeren und über das künstliche Färben des Rothweins; von Vogel

Versuche über die Schwefelblau-Säure, mit Beziehung auf Mekon-Säure und Morphium; von Vogel.

Versuche über die bittern Mandeln; von Vogel.

Über das Verhalten des Schwefels zu den salzsauren Salzen; von Vogel.

Beyträge zur nähern Kenntnifs der Hydrate; von A Vogel.

Nota di alchune medaglie rare ed inedite della collezione Mainoni. Milano 1818. fol.

Lettere e dissertazioni numismatiche di Domenico Sestini. Milano 1817. 4°.

Sopra le medaglie antiche relative alla confederazione degli Achei. Dissertazione di Domino Sestini. Milano 1817. 4°.

Ideen zur Aneinanderreihung der rückgratigen Thiere, auf vergleichende Anatomie gegründet; von Dr. J. F. Eschholz. Dorpat 1819. 8°.

Dr. Martin Ohm's kritische Beleuchtungen der Mathematik überhaupt u. der Euklidischen Geometrie insbesondere. Berl. 1819. 8°.

De elevatione serierum infinitarum secundi ordinis ad potestatem exponentis indeterminati. Auct. D. M. Ohm. Erlangen 1811. 4°.

Über Feuer-Meteore und über die mit denselben herabgefallenen Massen; von Dr. E. F. F. Chladni, nebst 10 Steindrucktafeln und deren Erklärung; von C. v. Schreibers. Wien 1819. 8°.

Equejade, monumento antico di bronzo del Museo nazionale Ungharese, considerato ne' suoi rapporti coll' antichita figurata, da Gaetano Cattaneo etc. Milano 1319. gr. in 4°.

Handbuch einer allseitigen Universal-Historie oder einer wirklich pragmatischen Geschichte der Menschheit. Ein Versuch von Freimund Walter. Wien 1820. 8°.

Vom Bau und Leben des Gehirns; von C. F. Burdach. 1ter Band. Leipzig 1819. 4°.

Die Gärten, ein Wort zu seiner Zeit; von Fr. v. Lupin auf Illerfeld. München 1820. 8°.

Fundamenta Agrostographiae, sive theoria constructionis floris graminei, adjecta synopsi generum graminum hucusque cognitorum; Auct. Carolo B. Trinius. Viennae 1820. 8°.

Beyträge zur Entwickelungs-Geschichte des Hühnchens im Eye; von Dr. Pander. Würzburg 1817. fol.

Inquiry concerning the site of ancient Palibothra, conjectured to lie within the limits of the modern district of Bhaugulpoor etc. by William Franklin. London 1815. 4°.

Beobachtungen auf naturhistorischen Reisen; von A. F. Schweigger. Anatomisch - physiologische Untersuchungen über Corallen, nebst einem Anhange, Bemerkungen über den Bernstein enthaltend. Berlin 1819. 4°.

Nachrichten über den botanischen Garten zu Königsberg; von dem Director desselben A. F. Schweigger. Königsberg 1819.

Introduction à la Mécanique de la matière, par Leopold Nobili; traduit de l'Italien par le Professeur C. Morand. Milan 1819. 8°.

Nuovo trattato d'Ottica, o sia la Scienza della Luce, dimostrata coi puri principi di Meccanica; del Cavalier Leopoldo Nobili. Milano 1820. 8°.

Chemia przez Alexandra Hrabię Chodkiewicza. Tom. 7. w Warszawie 1820. 8°.

Sull' Architettura greco - romana, applicata alla costruzione del Teatro moderno Italiano, e sulle machine teatrali etc. Saggio di Tommaso Carlo Biccega Vicentino. Venezia MDCCCXVII. gr. in fol.

Monographia generis Potentillarum; scripsit J. G. F. Lehmann, cum XX tabulis aeneis. Hamburg 1820. 4to.

Mémoire sur la détermination directe d'une nouvelle variété de la chaux carbonatée. Extrait du Journal des Mines. Sept. 1813; par M. Monteiro.

Nouvelle déscription minéralogique du pyroméride globaire; par M. Monteiro. Mai 1814.

Observations et considérations analytiques sur la composition et la structure du Pyroméride globaire; par M. Monteiro. Juin 1814.

Мысли о произхожденіи и образованіи міровъ. Сочин. Ивана Ертова. Часть I. II. III. С. П. бургъ 1820. 8°.

Beyträge zur Geschichte und Kenntniss meteorischer Steine und Metall-Massen und der Erscheinungen, welche deren Niederfallen zu begleiten pflegen; von Dr. Carl v. Schreibers. Wien 1820. fol.

Éloge historique de Mr. J. E. Gilibert, Médecin à Lyon; par E. Sainte-Marie. Lyon 1814. 4to.

Dissertation sur la pollution diurne involontaire; par E. Wichmann; traduit par E. Sainte-Marie. Lyon 1817. 8°.

Méthode pour guérir les maladies vénériennes invétérées; par E. Sainte-Marie. Paris 1818. 8°.

Nouveau Formulaire médical et pharmaceutique; par E. Sainte-Marie. Paris et Lyon 1820. 8°.

Commentarium de urethrae glandisque structura VI idus Decembris MDCCCX detecta, ab J. R. Scientiarum artiumque Instituto approbatum, Alexandri Moreschii, cum tabulis aeneis. Mediolani MDCCCXVIII gr. in fol.

Toxotomia, seu scientia quemvis datum arcum circularem, angulumve rectilineum, non secus ac peripheriam, in quotquot aequas partes geometrice secandi, circulumque cujusvis speciei polygono regulari insigniendi, inventa et adornata per Carolum Hadàli de Hada etc. Budae 1820. 8°.

Lettre adressée à Mr. Wiesislovski, homme de Lettres, au sujet d'une pierre gravée antique, qui se trouve dans la collection de S. M. l'EMPEREUR de toutes les Russies, ROI de Pologne, par Ciampi.

Versuch die Verwandschaften der verschiedenen Naturreiche und die Stufenfolge der Entwicklung einzelner Naturkörper in einem systematischen Netze anschaulich darzustellen; von A. M. Tauscher Dresden 1820. 4to.

Parallelismus und Analogismus der zerstöhrenden und schaffenden Naturkräfte, in Absicht auf Entstehen und Vergehen der Erdkörper. Eine Vorlesung von A. M. Tauscher. Dresden 1820. 4to.

2. Pour le Musée asiatique.

De la part de S. E. Mr. le Président Ouvaroff, Fondateur de ce Musée:

Antar, a Bedoueen Romance, translated from the Arabick; by Terrik Hamilton. London 1819.

Elmacini Historia Saracenica, ed. Erpenii arabica.

Mémoire sur les trois plus fameuses sectes du Musulmanisme, les Wahabis, les Nasaïiris et les Ismaëlis ; par Rousseau Paris 1818.

Psalterium Davidis, in ling. Indost. translatum a B. Schulzio, ed. Callenberg. Halae 1747.

Liber Danielis et quaedam ex Apogryphis, in ling. Indost. translata a B. Schulzio, ed. Callenberg. Halae 1749.

Evangelium Lucae, in ling. Indost. translatum a Schulzio, ed. Callenberg. Halae 1749.

Acta Apostolorum in ling. Indost. translatum a Schulzio, ed. Callenberg. Halae 1749.

Antarae poëma Arabicum Moallakah, cum integris Zouzenii Scholiis, ed. Menil; observat. add. Willmet. Lugd. Bat. 1816.

Abel Remusat Catalogue des Balides et des Aërolithes observés à la Chine et dans les païs voisins, tiré des ouvrages Chinois. Paris 1817.

Eloge historique de feu J. F. X. Rousseau, ancien Consul-général de France à Bagdad et Bassora. 1810.

Oriental-Litterature, a Catalogue of books, sold by Black Kingsburg, bookseller to the hon. East-India Comp. London 1819.

Schoetgenii Horae Hebraicae et Talmudicae in universum Nov. Test. Dresdae 1733.

Lettre sur une inscription Phénicienne, trouvée à Athènes ; par Mr. Akerblad. Rome 1817. 4^to.

Lettera dell' Abbate Micchele Angelo Lanci, sul Cufico sepolcrale monumento portato d'Egitto; in Roma 1819. 8°.

Une très belle copie du Koran, et

Histoire de la ville de Khotan, tirée des Annales de la Chine, et traduit du Chinois, par Mr. Abel Rémusat. Paris 1820. 8°.

Rudimenta linguae Arabicae, Auctore Erpenio. Florilegium sen-

tentiarum Arabicarum, ut et clavem Dialectorum, ac praesertim Arabicae, adjecit A. Schultens. Lugd. Bat. 1770. 4°.

Remis par ordre de S. E. Mgr. le Président de la Société biblique Russe, Prince de Golitzyn :

La sainte Bible en langue Slavonne, Arménienne, Moldavienne.

Le nouveau Testament en onze langues différentes, tant orientales qu'occidentales.

Les quatre Evangiles en Slavon et en Russe.

Les Pseaumes en langue Tatare Nogay.

St. Matthieu en langue Kalmouke, Mongale et Tatare du Dialecte d'Orenbourg.

St. Luc, en dialecte Tatare Nogay et

L'Evangile de St. Jean en langue Mongale et Kalmouke.

De la part de Mr. l'Academicien Frähn :

Beyträge zur Muhammedanischen Münzkunde aus St. Petersburg, oder Auswahl seltener und merkwürdiger, bis dahin unbekannter Muhammedanischer Münzen, aus dem Kabinet des Herrn Pflug, mit einer lithographischen Tafel. Berlin 1819. 4°.

Curarum exegico-criticarum in Nahumum Prophetam specimen, pro obtinenda licentia docendi scriptum.

De arabicorum etiam auctorum libris vulgatis, crisi poscentibus emaculari, exemplo posito historiae Saracenicae Elmazini. Primaria duo poëmata Lamica Arabice.

De la part de Mr. l'Académicien Köhler :

La copie en plâtre d'une pierre ornée de figures et d'une inscription en caractères persepolitains, dont l'original a été trouvé sur les bords du Tigris, d'une journée au dessus de Bagdad, dans les ruines des jardins de Semiramis.

De la part de Mr. le Chevalier Anglais Robert Porter :

Une grande brique, trouvée dans les ruines de Babylonne, avec une inscription en caractères à clou.

Un morceau de bitume, ciment principal employé dans les constructions de cette ville.

Un morceau du marbre dont Persépolis a été bâtie.

Un morceau du marbre des tombeaux des anciens Rois de Perse.

Un Camée de Bagdad.

De la part de S. E. Mr. le Général Baron de Suchtelen :

Deux copies en plâtre d'une plaque de métal venue d'Egypte à Paris et gravée dans l'ouvrage de Denou.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Fuſs :

Un manuscrit Tatare - Mantchou.

De la part de Mr. le Capitaine de la Flotte de Rosenberg :

Une coquille, dont les Turcs se servent comme d'un Talisman et qui a été apportée de l'île Ténédos.

De la part de Mr. le Docteur Patterson :

Un exemplaire de la traduction Tatare de la Genèse, imprimée à Astrakhan.

De la part de Mr. le Conseiller de Collèges et Archivaire Kohrtz:

Un exemplaire de l'inscription de l'Empéreur You, imprimé à Paris.

De la part de Mr. Jules Klaproth :

Supplément au Dictionnaire Chinois - Latin du P. Basile de Glemona, publié d'après l'ordre de S. M. le Roi de Prusse, par J. Klaproth. Paris 1819. gr. fol.

3. Pour le Cabinet des Curiosités.

Transmis par S. E. Mr. le Président, à la suite d'un ordre SUPRÈME :

Deux cranes et deux cornes d'un animal inconnu, trouvés en Sibirie.

Un agneau monstrueux à deux corps, envoyé par le Citoyen de Koursk Wiäzmitinoff.

Une brique des ruines de Babilonne avec des caractères Persepolitains.

Douze objets divers venans de l'Afrique et reçus au Département de l'Instruction.

Une plante nommée Mandragore, trouvée dans une île à quelques lieues de Tchesmé, avec la déscription.

Par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPEREUR et de la part de la Direction de la Compagnie Russe-Américaine :

Un crocodile de 4 archines $10\frac{1}{2}$ verchok de longueur; un autre plus petit; un Gavial (Lacerta Gangetica); la tête squélettée d'un crocodile du Gange; un Lezard-moniteur (Lacerta-Monitor Linn.).

Envoyé par Son Altesse Impériale Mgr. le Grand-Duc Nicolas :

Un vase antique grec, de terre cuite (Amphora), trouvé sous les ruines d'Olbia.

S. E. Mr. le Président envoya :

Un veau empaillé à deux têtes, né dans le district de Bougourouslan, du Gouvernement d'Orenbourg.

Deux défenses de Mamouth et un dent molaire, trouvés dans le district de Lébédian du Gouvernement de Tambof.

De la part de la Compagnie Russe-Américaine :

Une variété de la loutre fluviatile, remarquable par sa peau tachetée.

De la part de la Régence médicinale du Gouvernement de Volhynie :

Un Foetus monstrueux né dans le district de Dubno.

De la part de la Régence de Tsarskoye-Zélo :

Une tortue, morte dans la Ménagerie.

Un jeune Llama, né et mort dans la Ménagerie.

De la part de Mr. de Schreibers, Directeur du Cabinet d'Histoire naturelle à Vienne :

Un exemplaire du *Proteus anguineus*, poisson curieux et rare,

qu'on n'a trouvé jusqu'ici que dans les grottes d'Adelsberg en Carniole, avec la description.

De la part de Mr. le Conseiller et Chevalier Bouldakoff, Directeur de la Compagnie Américaine :

Un Kaïman ou Crocodile d'Amérique, et divers oiseaux de la côte Nord-Ouest, au nombre de neuf.

Un morceau de cable et un morceau de bois de chêne, qui ont appartenu au vaisseau Russe *Nadehsda*, le premier qui a fait le tour du globe.

De la part de Mr. le Conseiller titulaire Beckmann :

Un bel exemplaire empaillé du faisan doré (Phasianus pictus).

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat Lokhtine :

Une caisse avec les œufs, les chenilles et les papillons des insectes qui ont dévasté les forêts de chêne du Gouvernement de Kazan.

De la part de Mr. le Vice-Amiral Klokatcheff :

Une corne ou dent de Licorne de mer, trouvée sur les bords de la mer glaciale.

De la part de Mr. le Capitaine de la Flotte du 1r rang et Chevalier Golovnine :

Trente et une curiosités qu'il a rassemblées pendant son dernier voyage autour du globe.

De la part de Mr. le Chirurgien Loubarski, qui envoye du Kamtchatka :

Deux poissons des eaux de la Presqu'île (Cottus quadricornis et Syngnatus acus).

De la part de Mr. le Conseiller de Commerce et Chevalier Mollwo :

130 oiseaux, 2 quadrupèdes et une tortue.

De la part du Fondeur de caractères de l'Académie, Mr. Schneider :

Quatorze oiseaux empaillés.

De la part de S. E. Mr. le Conseiller privé, Baron de Vietinghoff:

Un pourceau monstrueux empaillé.

4. Pour le Cabinet de Minéralogie.

S. E. Mr. le Président a transmis par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR:

Une pierre qui représente une figure humaine, que le hazard a fait tomber entre les mains d'un roulier de Verkhotourie, nommé Anissimoff, en Sibirie.

Transmis par S. E. Mgr. le Ministre:

Le fragment d'une pierre météorique d'un poude de poids, tombée de l'atmosphère le 30 Juin 1820 dans le district de Dunabourg du Gouvernement de Vitebsk.

De la part de Mr. le Minéralogiste Etter:

Un nouveau fossile Finnois de Hopunwari, sous le nom de Serpentine.

Un Steinheilithe avec des granats et

Un Labrador de roche de la nouvelle Finlande, avec du quartz résinite ou demi-opale.

De la part de Mr. le Maître des Mines Nils Nordenskiöld:

Une caisse de minéraux de Suède et de Finlande, au nombre de 26 pièces.

Deux nouveaux fossiles de Finlande, un Pyrallolite et un Frugärdite.

De la part de Mr. le Professeur Zipser à Neusohl:

Une caisse contenant 100 pièces de minéraux d'Hongrie.

Une caisse contenant la quatrième Centurie des minéraux d'Hongrie.

De la part de Mr. le Professeur et Commandeur Thunberg à Upsala:

Un grand et bel exemplaire de la pierre sablonneuse élastique du Brésil.

De la part de Mr. le Chirurgien Loubarski :
Quelques minéraux du Kamtchatka.

5. Pour le Cabinet de *Pierre le Grand.*

Transmis par S. E. Mr. le Président, à la suite d'un Ordre SUPRÈME :
Un plan du siège d'Azoff, ébauché par *Pierre le Grand*:

6. Pour le Cabinet des Médailles.

De la part de la Société d'Agriculture et de Commerce à Caën :
Une medaille en bronze frappée en l'honneur du Poëte Malherbe.

7. Pour le Cabinet des monnaies asiatiques.

S. E. Mr. le Président a transmis à la suite d'un ordre SUPRÈME :
Trente-huit monnaies anciennes, envoyées par l'Arménien Makaroff.

De la part de Mr. le Professeur Erdmann à Kazan :
Deux monnaies, un Abasside de l'an 168 de l'Hedschra et un Ortocide de l'an 577 de l'Hedschra.
Deux autres monnaies (un Abasside et un Ortokide).

De la part de Mr. Harder à Kazan :
Trois monnaies (un Deilemite, un Samanide et un Abasside).

De la part de Mr. le Sénateur et Chevalier Billberg à Stockholm :
Deux monnaies Arabes en argent, trouvées à Gothland.

De la part de Mr. de Hallenberg, Historiographe du Royaume de Suède :
Deux monnaies Mahomedanes, l'une en cuivre de l'Atabek Ismail, frappée à Haleb en 1175 de notre ère, et l'autre Samanide, en argent.

De la part de Mr. l'Académicien Frähn :
Des copies fondues en métal de 34 monnaies remarquables et rares de la Horde d'or.

De la part de Mr. le Capitaine de la Flotte de Rosenberg :

Une monnaie Arabe de l'Emir Samanide Nasr fils d'Achmed, frappée en argent à Samarcand l'an 938 de notre ère et trouvée en Russie.

De la part de Mr. le Docteur Münter, Evêque de Sélande :

Deux monnaies cufiques en argent, frappees a Samarkand l'an 918 de notre ère, sous l'Emirat du Samanide Nasr II. : par un Michel fils de Dschafar, dont l'histoire ne fait pas mention.

8. Pour la Bibliothèque de l'Observatoire.

De la part du Bureau des Longitudes à Londres :

The Nautical Almanac, for the Years 1820 and 1822.

The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris for the Years 1821 and 1823 ; published by order of the Commissioners of Longitude. London 1820. 8°.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Dorpat :

Les observations astronomiques de Dorpat. Tome 2.

De la part de Mr. l'Académicien Bodé à Berlin :

Astronomisches Jahrbuch, für das Jahr 1822; herausgegeben von J. E. Bode. Berlin 1819. 8°.

Astronomisches Jahrbuch, für das Jahr 1823; herausgegeben von Dr. J. E. Bode. Berlin 1820. 8°.

De la part de Mr. le Professeur et Chevalier Bessel :

Astronomische Beobachtungen auf der Königl. Universitäts-Sternwarte in Königsberg ; von F. W. Bessel. V^te^ Abtheilung für 1818. Königsberg 1820. fol.

De la part de Mr. le Professeur Schumacher à Copenhague :

Hülfstafeln zu Zeit- und Breiten-Bestimmungen ; herausgegeben von H. C. Schumacher. Copenhagen 1820. 8°.

De la part de Mr. le Contre-Amiral de Lövenörn, Directeur du Dépot des Cartes marines à Copenhague :

Ephemeris of the distances of the four Planets Venus, Mars, Ju-

piter and Saturne from the Moon's center for 1822; calculated under the direction of H. C. Schumacher. Copenhagen 1820. 8°.

De la part de Mr. le Conseiller aulique et Professeur Böckmann à Carlsruhe:

Ses observations de l'éclipse annulaire du Soleil du 26 Août 1820; faites à Carlsruhe.

De la part de l'Auteur:

Abstracts of calculations, to ascertain the longitude of the capitol, in the City of Washington, from Greenwich Observatory in England; by William Lambert. Washington-City 1717. 4°.

IV.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS, PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

Détermination de la longitude géographique de la ville d'Astrakhan; par Mr. Wisnievski.

Geognostische Betrachtungen, über die Aleutischen Inseln, die Nordwestküste von Amerika und die Behrings-Strafse, veranlasst durch die Mineralien, welche Hr. Dr. Eschholz auf seiner Reise um die Welt gesammelt hat. Der kaiserlichen Akademie der Wissenscheften mitgetheilt von Dr. Moritz v. Engelhardt.

Химическое разложеніе кофе; par Mr. Zagorski.

О возможности разрѣшать образующіеся въ мочевомъ пузырѣ сростки (мочевые камни); par Mr. Zagorski.

Über eine zweckmässige bey dem Vortrage der Chemie und bey der Abfassung chemischer Lehrbücher zu befolgende Methode; par Mr. Schérer.

Начальныя основанія аналитической Геометріи; par Mr. le Capitaine Jacques Sevastianoff.

Über den Ursprung der Namen Russen und Waräger. 1te. Abtheilung. Russen; par Mr. Krug.

Extrait des observations météorologiques, faites à St. Pétersbourg. Année MDCCCX, d'après le nouveau Stile; par B. Pétroff.

Выписка учиненнымъ Казанской Губерніи Чебоксарскаго уѣзда въ деревнѣ Нерадовѣ наблюденіямъ о погодахъ и воздушныхъ явленіяхъ и перемѣнахъ въ 1818 году; par Mr. Lokhtine.

Каія Плинія Секунда Естественная Исторія ископаемыхъ тѣлъ, преложенная на Россійскій языкъ въ азбучномъ порядкѣ и примѣчаніями дополненная Академикомъ В. Севергинымъ.

Reflessioni relative ad alcune nuove idee geologiche e loro confutazione da Lorenzo Luigi Linussio.

Histoire de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences de St. Pétersbourg. Années 1817 et 1818; par S. E. Mr. Fuſs.

Onyx Cuficus Sorano-Neapolitanus; post J. G. C. Adlerum, A. J. Sylvestrem de Sacy et O. G. Tychsenium, interpretatus est C. M. Frähn.

Resolutio duarum aequationum differentialium secundi gradus; par S. E. Mr. Fuſs.

Описаніе горъ по Тереку лежащихъ; par Mr. Schlégelmilch.

Variae observationes circa fractiones continuas infinitas; par Mr. Collins.

Réflexions sur les principes de la Mécanique; par S. E. Mr. Schubert.

Sur la rotation du soleil; par Mr. Simonoff.

Описаніе Андреяновскихъ минеральныхъ водъ въ Осташковскомъ уѣздѣ, Тверской Губерніи; par S E. Mr. Séverguine.

Продолженіе перевода земледѣльческой Химіи Г. Дави. Чтеніе 4-е и 5-е; par Mr. Zakharoff.

Considérations sur le revenu national; par S. E. Mr. Storch.

Опыты Г. Провансаля, касательно вліянія нервовъ легкаго на

химическія явленія дыханія. Съ Французскаго перевелъ П. Загорскій.

Описаніе подземнаго Протея; par Mr. Sévastianoff.

Hortulus cingens statuam equestrem *Imperatoris Petri primi*; par S. E. Mr. Ozeretskovski.

Longitudes géographiques de Kola, Ponoy, Umba, Orenbourg, Orsk, Gourieff, et Yakoutsk, déduites de l'éclipse du soleil du 4 Juin 1769 n. st.; par Mr. Wisnievski.

Passages de la Comète de 1819 au méridien, observés à l'Observatoire de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences; par F. T. Schubert et V. Wisnievski.

Ursus Brasiliensis, nova quaedam species descripta et delineata a Car. Pet. Thunberg.

Méditations sur un système de recurrences combinées et sur la manière de détacher chacune des séries d'avec ce système et de la continuer séparément et indépendamment des séries conjointes; par Mr. Degen.

Solution d'un problème concernant les séries recurrentes; par Mr. Degen.

Versuch einer Berichtigung der Aufschlüsse über die ursprüngliche Heimath der Ungarn, vor ihrem Abzuge an die obere Wolga am Ural-Gebürge und ihre nachmailge Wanderung und Ankunft inner Dazien und Pannonien; par Mr. de Kriebel.

Neue Methode das Wasser mit kohlensaurem Gase zu imprägniren; par Mr. Schérer.

Über den Ursprung der Namen Russen und Waräger. Fortsetzung; par Mr. Krug.

Memnon's Bildsäule und seine Leyer; par Mr. de Lamberti.

О сравнительныхъ послѣдствіяхъ наблюденій Професс. Конфильяки и моихъ собственныхъ, въ отношеніи къ намагничиванія желѣзныхъ и стальныхъ стрѣлокъ, также и дол-

гихъ полосъ отъ дѣйствія на оныя естественнаго и земнаго магнитизма; par Mr. Pétroff.

Бронзировка и вороненіе дворянскихъ медалей и крестовъ духовенства; par Mr. Loubarski.

Chrestomathie Tatare; par Mr. Khalfine.

Die Belohnung des Verdienstes durch Belobungs - Beschlüsse bey den Griechen; par Mr. Köhler.

Saraï-el-dschedide et Saraïtschük, num una eademque urbs habenda sit. Disquisitio philologico-historica; par Mr. Frähn.

Recherches statistiques sur la septième revision; par Mr. Herrmann.

Изслѣдованія касающіяся до Теоріи чиселъ; par Mr. Collins.

Examen critique de la fable d'Hercule, commentée par Dupuis; par S. E. Mr. le Président Ouvaroff.

Примѣчанія о минеральныхъ произведеніяхъ полученныхъ чрезъ Корреспондента Академіи, флота Капитана 1-го ранга П. И. Рикорда изъ Камчатки; par S. E. Mr. Séverguine.

Продолженіе перевода земледѣльческой Химіи Г. Деви. Чтеніе 6-е и 7-е; par Mr. Zakharoff.

De quelles espèces de valeur se compose la richesse nationale; par S. E. Mr. Storch.

Описаніе породы семги, называемой въ Камчаткѣ пестряконъ или Мыкызомъ (Salmo purpuratus); par Mr. Sévastianoff.

Vérification de la longitude de Moscou; par Mr. Wisnievski.

Die Blausäure keine Säure; par Mr. Schérer.

Über einige Skandinavische Einrichtungen und Gebräuche, die sich im ältern Russland wiederfinden; par Mr. Krug.

Extrait des Observations météorologiques, faites à St. Pétersbourg Année MDCCCXI, d'après le nouveau stile; par B. Pétroff.

Описаніе опіума получаемаго изъ салата латука, и о употребленіи сассапарели; par Mr. Sinovieff.

Простыя средства, которыми можно всякому пользовать себя безъ помощи аптекъ и врачей; par Mr. Sinovieff.

Histoire de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences. Année 1819; par S. E. Mr. Fuſs.

Thecae Koranicae, quae quondam Uras-Muhammedis Chani Kasimoviensis fuit; *Lampadis* Bylariensis et *Urnae* Cuficae (ex Museo Acad. Sc. Asiatico), item *Cippi* Arabico-Tatarici in ecclesia pagi Болгары interpretatio, addito gemino spicilegio, uno ad tituli Cufici in Pallio Imperatorum Germanicorum inaugurali, altero ad inscriptionis Cuficae in kibla Cathedralis Cordubensis interpretationes; par Mr. Frähn.

Coup d'oeil sur l'état des manufactures en Russie et sur les principes de la législation manufacturière, depuis le seizième siècle jusqu'en 1814; par Mr. Herrmann.

Piprae novae species descriptae; Auctore C. P. Thunberg.

Demonstratio theorematis arithmetici; par Mr. Collins.

De la précession en ascension droite et en déclinaison; par S. E. Mr. Schubert.

Solutio problematum quorundam ad analysin Diophanteam spectantium; par S. E. Mr. Fuſs.

О каменѣлостяхъ и кругляках Тверской и нѣкоторыхъ смѣжныхъ Губерній; par S. E. Mr. Séverguine.

Деви земледѣльческая Химія. Чтеніе 8-е; par Mr. Zakharoff.

Новыя извѣстія о находимыхъ въ Сибири костяхъ чужеземныхъ животныхъ; par Mr. Spaski.

De singularitate venae cavae inferioris et quorundam ramorum arteriae Aortae; par Mr. Zagorski.

О четвертой породѣ слона, котораго оставъ открытъ въ сѣверной Америкѣ; par Mr. Sévastianoff.

О нѣкоторыхъ достопамятныхъ и еще не описанныхъ Американскихъ животныхъ; par Mr. Sévastianoff.

Longitude de Kherson, déterminée par l'occultation de τ^8 du $\frac{20 \text{ Sept.}}{2 \text{ Oct.}}$ de l'an 1806; par Mr. Wisnievski.

Выписка метеорологическихъ наблюденій, дѣланныхъ въ С П. бургѣ при Императорской Академіи Наукъ надъ погодами, воздушными перемѣнами и различными явленіями въ 1819 году; par Mr. Pétroff.

О простѣйшемъ способѣ къ достиженію высочайшей степени, до которой Финансы дойти могутъ; par S. E. Mr. Avérine.

Revision der chemischen Analysen Russischer Fossilien; angestellt von A. N. Schérer.

Exposition analytique de la manière dont se reproduisent et s'accroissent les capitaux d'une nation, surtout son capital immatériel; par S. E. Mr. Storch.

Eupraxia, Tochter des Grofsfürsten Vsevolod, Gemahlin Kaiser's Heinrich IV; par Mr. Krug.

Was war das Lynkurium der Alten? par Mr. Köhler.

Ahmed Ibn-Foslan's, Gesandten des Chalifen Muktedir an den König der Bulgaren, Sittengemälde der Russen zu Anfange des zehntan Jahrhunderts; nebst Mukaddesi's, eines Geographen aus der ersten Hälfte des eilften Jahrhunders, Nachricht von denselben; par Mr. Frähn.

Die Kirche der heil. Sophia zu Konstantinopel und ihr Ambo, nach Paulus Silentiarius; par Mr. Gräfe.

Vuës sur l'état des Manufactures en Russie, depuis 1803 jusqu'en 1814. Seconde partie; par Mr. Herrmann.

Quantum differat longitudo arcus curvae ab asymtota ejus, utraque in infinitum usque protensa, inquiritur a Paulo Fufs.

Additamenta conchyliologica ad Zoographiam Rosso-Asiaticam: specimen primum; par Mr. Tilésius.

Remarques sur la méthode des Anciens pour déterminer la Parallaxe de la Lune; par S. E. Mr. Schubert.

Опыты и наблюденія надъ минеральными водами въ Селѣ Высокомъ, Кашинскаго уѣзда, Тверской Губерніи; par S. E. Mr. Séverguine.

Numi Mohammedani, qui in Academiae IMPERIALIS scientiarum Petropolitanae Museo Asiatico asservantur, auspiciis academicis digessit, interpretatus est et amplo commentorio illustravit C. M. Frähn. Tomus I., textum seu numorum titulos in scripturam Arabicam recentiorem religiose transcriptos fidàque interpretatione auctos continens.

Sur un problème d'Astronomie nautique; par S. E. Mr. Schubert.

Объ усовершенствованномъ снарядѣ для дутія водосоставнымъ газомъ и для дѣланія Экстрактовъ; par Mr. Zakharoff.

Examen critique de la théorie du Capital, telle que Smith l'a donnée; par S. E. Mr. Storch.

V.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET NOTICES INTÉRESSANTES FAITES ET COMMUNIQUÉES À L'ACADÉMIE.

1°) Mr. l'Astronome et Professeur extraordinaire *Struve* à Dorpat mande d'avoir découvert le 21 Juin 1819 à 11 heures du soir, à l'Observatoire de l'Université de Dorpat, une nouvelle Comète dans la constellation du Téléscope de Herschel, visible à l'œil nud, comme une étoile de la 1re grandeur, et de l'avoir observée encore le même soir, ainsi que le soir suivant, à la Lunette méridienne pour les ascensions droites et au Multiplicateur de *Baumann* pour les déclinaisons. N'ayant pas eu le tems de réduire exactement ces positions, il les communique en degrés et minutes seulement. Mr. le Professeur *Struve* ajoute que la Comète s'élève au ciel septentrional, qu'elle va entrer dans la constellation du Lynx, et qu'elle se prète surtout à des observations inférieures. Elle est enveloppée d'une chevelure de 2° de longueur, à travers laquelle on apperçoit distinctement le noyau planétaire qui peut avoir jusqu'à 8″ de diamètre.

2°) S. E. Monsieur le Président transmit la copie d'une lettre adressée à Mgr. le Ministre du Culte et de l'Instruction par Mr. le Conseiller d'Etat *Kapnist*, contenant quelques réflexions sur les antiquités de la Tauride, sur l'impossibilité que des savans investigateurs rencontreront bientôt à découvrir les traces des anciennes villes de la Presqu'île et sur la nécessité des mesures à prendre du côté du Gouvernement pour conserver le peu de restes qu'on trouve encore des ruines d'antiques édifices et pour faire instituer des recherches par des savans, tant en Crymée que sur l'île de Taman. Son Excellence demande l'opinion de la Conférence sur le contenu de cette lettre. Mr. l'Académicien *Köhler* fut chargé de lire le papier de Mr. de *Kapnist* et d'en présenter son avis par écrit.

3°) Le Directeur de la Compagnie Russe - Américaine, Mr. le Conseiller de Cour *Bouldakoff*, donna connoissance à l'Académie de la découverte, faite par le Capitaine du Brik - Anglais, le Williams, lequel, en doublant le Cap Horn, pour aller de Montévidéo à Valparaïso, a été poussé par les vents contraires jusqu'au 62° de latitude australe, où il a vu une côte très étendue qu'à son retour il a longée par plus de trois degrés et où il a mis pied à terre sous la longitude de 57°; 50′ à l'Ouest de Greenwich.

VI.

RAPPORTS PRÉSENTÉS PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

1°) Mr. Adjoint *Collins*, chargé d'examiner une trisection de l'angle, envoyée de Symphéropol, en Crymée, par Mr. *Riboult*, il en fit son rapport contenant en substance ce qui suit: après avoir donné la juste définition de ce que les Géomètres appellent construction *géomètrique* et construction *mécanique* d'un problème, Mr. *Collins* fait voir que la solution du problème de la trisection donnée par Mr. *Riboult* dans sa 1re lettre et repétée dans la seconde, ne

sauroit mériter le nom de géométrique, et que le prob'ème, dont il s'agit, ne peut jamais cesser d'être ce que les Mathématiciens appellent problème *solide*, vu que, traité analytiquement, il conduit nécessairement à une équation du troisième degré.

2°) Mr. l'Adjoint *Collins* ayant été chargé d'examiner un ouvrage manuscrit de Mr. le Capitaine des Ingénieurs *Jacques* de *Sevastianoff* ayant pour titre: **Начальныя основанія аналитической Геометріи**, il en fit son rapport contenant en substance: que cet ouvrage réunit en lui le mérite de la clarté, de la précision, de la rigueur et d'un ordre méthodique et qu'il répond parfaitement à tout ce qu'on peut exiger d'un ouvrage de ce genre. Pour justifier cette opinion Mr. *Collins* donne une courte analyse du contenu de l'ouvrage et en conclud qu'il mérite d'être imprimé aux fraix de l'Académie.

3°) Mr. l'Adjoint *Fuſs*, chargé d'examiner le même ouvrage, en fit son rapport contenant en substance: que depuis que le grand Euler a appliqué le premier l'Analyse à la Géomètrie des lignes et surfaces courbes de tous les ordres, ce qu'on appelle Géomètrie analytique est devenu en France un objet d'enseignement, surtout quant aux lignes et surfaces du 2^{d} ordre, et qu'il a paru successivement en français plusieurs bons ouvrages élémentaires, parmi lesquels Mr. *Fuſs* cite surtout celui de Biot, que Mr. de *Sévastianoff* paraît avoir pris pour modèle; mais il observe qu'il manquoit encore, à l'usage de nos établissemens d'enseignement mathématique, un ouvrage en langue Russe, contenant les élémens de la Géométrie analytique comme corps systématique de la science, lacune qui est sensible pour nos écoles et que le travail méritoire de Mr. *Sévastianoff* remplit d'une manière digne d'éloges. Mr. *Fuſs* croit que le débit de cet ouvrage, s'il est imprimé aux fraix de l'Académie, sera assez assûré par la circonstance mentionnée.

4°) S E. Mr. l'Académicien *Severguine*, chargé par S. E. Mr. le Président de rassembler et de rédiger toutes les Instructions qui ont été présentées à la Conférence pour les voyageurs qui vont à Pekin avec la mission nouvelle, notifia d'avoir achevé ce travail; d'avoir fait traduire en Russe les instructions présentées en Allemand; d'avoir revu et corrigé ces traductions; d'avoir rayé les détails et les passages qui n'appartiennent pas proprement à l'instruction demandée; d'avoir fait ressortir au contraire les passages qui y appartiennent essentiellement et qui composent les demandes et questions à faire de la part de l'Académie, et d'y avoir mis enfin autant d'uniformité qu'il à été possible. Il présenta ce travail sous le titre:

> Начертаніе инструкцій и вопросовъ предлагаемыхъ Императорскою Академіею Наукъ, въ пользу и употребленіе молодымъ путешественникамъ, назначеннымъ къ отправленію при духовной Миссіи въ Китай, по части 1) Исторіи; 2) Древностей; 3) Политической Экономіи; 4) Минералогіи, съ приложеніемъ знаній ея къ искуствамъ и фабрикамъ; 5) Зоологіи и 6) Астрономіи.

5°) S. E. Mr. l'Académicien *Schubert* fit son rapport sur un mémoire présenté par Mr. le Professeur extraordinaire *Simonoff*, sous le titre: Sur la rotation du Soleil. Ce rapport contient en substance ce qui suit: Quant au premier des deux problèmes, auxquels se réduit la détermination de la rotation du Soleil, l'Auteur, au lieu des ascensions droites et déclinaisons, s'est borné à réduire au centre du soleil les longitudes et latitudes géocentriques, ce qui n'a aucune difficulté. Pour ce qui regarde le 2^{d} problème, l'Auteur employe les formules trigonométriques ordinaires, pour former trois équations qui donnent les angles héliocentriques que d'une observation à l'autre la tâche a décrits autour du pole de l'équateur solaire. Mais comme ces équations renferment la déclinaison inconnue de la tâche, relativement à l'équateur solaire, l'auteur

parvient, par des transformations et combinaisons, à une équation, où cette déclinaison se trouve éliminée. Ces transformations sont faites avec jugement et prouvent que l'Auteur est assez versé dans l'analyse trigonométrique; mais l'équation qu'elles lui ont fournie est d'une forme très-incommode pour le calcul numérique. Il résulte de tout ceci que la méthode que Mr. *Simonoff* donne dans ce mémoire, ne diffère en rien des méthodes connuës et qu'il n'a rien ajouté à la solution d'un problème qui a été tant de fois résolu et qui ne mérite plus qu'on se donne la peine de chercher de nouvelles méthodes. Un passage que S. E. Mr. de *Schubert* cite de l'Astronomie de Mr. *Delambre*, prouve que ce Savant pense de même sur ce problème.

6°) Mr. l'Académicien *Wisnievski*, chargé d'examiner le même mémoire, en fit son rapport, qui convient avec celui de Mr. l'Académicien *Schubert* en ce qui concerne le peu d'intérêt que peut avoir une nouvelle solution de ce problème tant de fois résolu, à moins qu'on n'envisage la question sous un point de vue plus général et qu'on ne puisse présenter une méthode qui, adaptée non seulement à trois, mais à un nombre illimité d'observations, soit en même tems moins laborieuse que celle que Mr. *Delambre* a donné dans son Astronomie. Mr. l'Académicien *Wisnievski* observe en outre que des deux expressions, données par l'Auteur pour la latitude héliocentrique de la tâche, ainsi que pour la différence des longitudes héliocentriques de la tâche et de la terre, la première est celle qu'on employe ordinairement, et que la seconde, quoique neuve à la vérité, n'est d'aucun usage toutes les fois que la latitude héliocentrique de la tâche est très petite, ou nulle.

7°) Mr. l'Académicien *Pétroff*, chargé d'examiner les paratonnères des quatre Magazins de poudre à Okhta, à la suite d'une communication du Département de l'Artillerie du Ministère de la guerre, notifia (Mai 1819) de s'y être rendu et présenta son rap-

port sur l'état rassûrant dans lequel il a trouvé tous les conducteurs de la foudre, en indiquant quelques mesures de sûreté à observer par le Directeur de la fabrique, pour leur conservation et intégrité.

8°) Mr. l'Académicien *Frähn*, chargé d'examiner une Chréstomathie Tatare du Lecteur de l'Université IMPÉRIALE de Kazan, Mr. *Khalfine*, sur laquelle Mgr. le Ministre avoit demandé l'opinion de cet Académicien, il en fit un rapport circonstancié, contenant en substance ce qui suit: On trouve dans cette Chréstomathie 1) l'Histoire de Dschingis-Khan; 2) l'histoire de Timurleng; 3) le Conte d'Amil fils d'Aïsas; 4) des notices généalogiques d'Idigi-Beck; 5) une courte notice sur les lieux de campement de divers Khans Tatares; 6) des notices sur la fondation de la ville de Kazan et sur sa conquête par les Russes; 7) un Vocabulaire Tatare. — Mr. l'Académicien *Frähn* trouve ce choix bien fait et propre à inspirer de l'intérêt à la jeunesse Tatare et à la rendre attentive à l'histoire de sa nation. Cependant il observe que le N°. 3. contient un passage qui doit être supprimé dans un ouvrage destiné à l'instruction de la jeunesse. Mr. *Frähn* approuve surtout le Vocabulaire, qui explique tous les mots Tatares qu'on rencontre dans cette Chréstomathie, laquelle, à l'exception du passage de N°. 3, mérite d'être imprimée et introduite dans les écoles Tatares de l'Empire.

9°) Mr. l'Académicien *Zagorski*, chargé d'examiner un ouvrage de Mr. le Professeur *Bojanus: Anatome Testudinis Europeae*, sur lequel Mgr. le Ministre avoit demandé l'opinion de l'Académie, présenta son rapport contenant en substance: qu'à juger du mérite de cet ouvrage d'après cette 1re partie, dont les figures sont faites avec beaucoup de détail, de soin, de netteté et d'exactitude, et d'après le talent et les connoissances anatomiques de l'Auteur et son zèle infatigable pour les recherches de ce genre, on peut s'attendre que les autres parties de cet ouvrage seront faites avec le

même soin et la même perfection et composeront un Traité qui pourra servir de modèle pour le détail des recherches ainsi que pour la beauté des gravures et de l'impression.

10°) Mr. l'Académicien *Frähn* présenta cinq manuscrits Arabes et un dessin, emportés d'une Mosquée Turque de l'île de Ténédos, lors de la dernière campagne de l'Amiral *Séniävine* dans l'Archipel, et qui lui ont été remis pour l'Académie par Mr. de *Rosenberg*, Capitaine de la Flotte, savoir: 1) un ouvrage d'Abou-Abd-oullah Mahommed el-Dschesoli, contenant les formules de bénédiction que le Mahomédan est obligé de prononcer sur son prophète; 2) un petit recueil de Khoutbés, ou prières publiques, que l'Imam prononce ou chante du haut de la chaire tous les vendredis; 3) le dernier volume d'un Commentaire philologique sur le Koran, depuis le 78me Chapitre jusqu'à la fin, en partie avec des notes marginales des interprètes Ouram-ad-din, Schirvani, Scheikh-Sadé etc.; 4) le 1r Tome des leçons exégético-historico-morales sur des passages remarquables du Koran; 5) la doctrine des conjugaisons Arabes, par Ahmid-ben-Ali, dont on se sert dans presque toutes les écoles Mahomédanes en Turquie et en Russie, et dont un exemplaire se trouve déjà au Musée Asiatique. Le dessin représente le fameux temple de la Mecque.

11°) Mr. l'Académicien *Frähn* rapporta par écrit: qu'après avoir examiné les collections de monnaies dites de *Moussine-Pouchkine* et d'*Ostermann* et faisant partie du Cabinet académique, et après en avoir détaché les monnaies orientales, au nombre d'environ 1500 pièces, afin d'en completter le Cabinet Asiatique, il lui en est resté une masse de doublettes de 15 à 16 mille pièces, avec laquelle il a fait les arrangemens suivans: 1) il en a formé vingt quatre petits Cabinets de monnaies orientales, pour être vendus, et dont chacun aura son Catalogue; 2) il a mis de côté un nombre considérable de monnaies isolées, assez bien conservées, pour des

échanges contre des pièces qui nous manquent, ou pour des présens que l'Académie seroit disposée d'en faire; 3) tout le reste, formant une masse de pièces de rebut du poids de $16\frac{3}{4}$ livres d'argent, étant superflu à l'Académie et de nulle valeur pour la Numismatique, Mr. *Frähn* prie la Conférence *a*) de charger le Comité d'Administration de faire recevoir de lui ces $16\frac{3}{4}$ livres d'argent, pour la plupart de fin aloi, et de les faire vendre; *b*) de consacrer le produit de cette vente à l'acquisition de monnaies et autres objets, qui manquent au Musée Asiatique, lorsqu'une occasion de l'enrichir se présentera.

12°) Mr. l'Académicien *Krug* reporta le mémoire envoyé à l'Académie par Mr. le Conseiller de Gouvernement de *Kriebel* à Léopol, sous le titre:

> Versuch zur Berichtigung der Aufschlüsse über die ursprüngliche Heimath der Ungarn, von ihrem Abzuge an die obere Wolga am Uralgebürge und nachmaligen Wanderung und Ankunft inner Dacien und Pannonien.

sur lequel l'Auteur avoit demandé à l'Académie des éclaircissemens, ainsi que la réponse à quelques questions qu'il lui avoit proposées. Mr. l'Académicien *Krug*, chargé d'examiner ce mémoire, fit voir, dans son rapport très circonstancié, que Mr. de *Kriebel* auroit pu trouver la solution de beaucoup de ses doutes dans les ouvrages de *Schlözer* et de *Lehrberg*, que quiconque veut écrire l'Histoire des Hongrais doit avoir consulté, surtout ceux du premier, auxquels par conséquent, Mr. de *Kriebel* est renvoyé par notre Académicien. En passant Mr. *Krug* éclaircit quantité d'autres points historiques soumis à l'examen des connoisseurs. Résolu de transmettre à Mr. de *Kriebel* une copie du rapport de Mr. l'Académicien *Krug*.

13°) S. E. Mr. l'Académicien *Severguine* présenta un rapport concernant les minéraux de Hongrie envoyés par Mr. le Doc-

teur *Zipser*. La substance en est que ce zélé Correspondant mérite la plus parfaite reconnoissance de l'Académie pour ses fréquens dons gratuits, formant un système presque complet de la Minéralogie de ce païs et propre à en répandre la connoissance en Russie. Comme Mr. de *Severguine*, eû égard à la nouveauté de plusieurs pièces, à leur nombre, à leur choix, à leur grandeur, à leurs caractères extérieurs bien prononcés, évalue à 2000 roubles le prix des quatre centuries que Mr. *Zipser* a envoyées jusqu'ici à l'Académie, la Conférence résolut d'en faire rapport à Monsieur le Président et de prier Son Excellence de vouloir bien en donner connoissance à M^gr^. le Ministre, pour obtenir au donateur quelque marque de bienveuillance.

14°) M^rs^. les Académiciens *Zagorski* et *Sévastianoff* reportèrent le mémoire de Mr. le Docteur *Pander*, présenté sous le titre: *Zur Zoologie der Knorpelfische*, et ils en firent leur rapport contenant en substance: 1) *Quant à la préface:* Qu'on ne voit pas pourquoi l'Auteur compte Pline parmi les Systématiciens et qu'il paroît impossible d'atteindre jamais à un système naturel; 2) *Quant à l'introduction:* que l'Auteur y fait mention de la division des poissons en osseux ou à arrêtes et en cartilagineux, et qu'il cite quelques espèces de la 2^de^ division comme n'étant pas à leur place; 3) *Quant à l'objet principal du mémoire:* que l'Auteur, en décrivant l'os pectoral du Sterled et le comparant avec celui du foetus humain, paroît être d'accord avec Géoffroy; qu'au reste il semble ne point approuver la division des poissons en osseux et cartilagineux. La conclusion que M^rs^. les Examinateurs tirent de ce mémoire est: que Mr. le Docteur *Pander* a prouvé par cet essai ses connaissances solides dans l'Anatomie comparée et la Zoologie, connoissances visiblement perfectionnées pendant ses voyages et par ses liaisons avec les Scrutateurs de la nature les plus distingués.

15°) Mr. l'Académicien *Köhler*, ayant été chargé par la Conférence, à la suite d'un ordre de M^gr^. le Ministre, d'indiquer en détail les

objets d'antiquités d'Architecture en Crimée, qui méritent d'être conservées, ainsi que les meilleures mesures à prendre pour cet effet, il présenta un rapport circonstancié sur les restes d'anciens édifices Grecs, Genois, Turcs et Tatares, tels que Mr. *Köhler* les a vus lui même il y a 16 ans et qui, à son avis, sont dignes d'être conservés, ainsi que sur les meilleurs moyens d'atteindre ce but. Quant aux fraix qu'occasionneroit leur conservation ou réstauration, Mr. *Köhler* fait voir qu'il est impossible de les déterminer autrepart que sur les lieux mêmes, ni par d'autres personnes que par un Architecte habile qu'on y enverroit pour examiner ces restes et que Mr. *Köhler* s'offre d'y accompagner, si on le désire. Pour ce qui concerne la conservation des autres monumens d'antiquité qu'on peut trouver en Crymée et qui intéressent l'histoire, Mr. l'Académicien *Köhler* indique en détail les moyens qui lui paroissent les plus propres pour empêcher qu'ils ne se perdent ou ne sortent du païs.

16°) Mr. l'Académicien *Pétroff* fit rapport par écrit de s'être rendu (Mai 1820) à Okhta, pour s'acquitter de la commission d'y examiner les paratonnères des quatre magazins à poudre de la Fabrique IMPÉRIALE. La substance en est: qu'il a trouvé toutes les parties visibles dans leur parfaite intégrité et dans le meilleur état; que les communications sont entières et que toutes les parties métalliques ont été induites depuis peu de couleur à l'huile; qu'il a trouvé mis en exécution les conseils donnés au Directeur de la Fabrique l'année passée; que tous les puits sont duement fournis d'eau et que les bouts des conducteurs, qui y aboutissent, sont suffisamment prolongés dans l'eau; qu'il a repeté au Directeur qu'en cas que, contre toute attente, la foudre tombe sur l'un ou l'autre magazin, même sans l'endommager visiblement, il en fasse rapport au Département d'Artillerie, afin que celui-ci en puisse donner connoissance à l'Académie.

16°) Mr. l'Académicien *Krug* présenta son rapport, contenant les renseignemens sur ce qui s'est fait en Russie depuis l'an 1815 pour l'Histoire Russe en général, pour la conservation et la découverte des restes de l'antiquité et du moyen âge, mais principalement pour l'Histoire des peuples Slaves du VI au XI Siècle, renseignemens qui lui avoient été demandés par Mr. le Président pour Mr. de *Hormayr* à Vienne.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

Умозрительныя Изслѣдованія Императорской Санктпетербургской Академіи Наукъ. Томъ V. С. П. бургъ 1819. 4°.

Продолженіе Технологическаго журнала. Томъ IV. Часть 1-IV. С. П. бургъ 1819. 8°.

Полное Собраніе ученыхъ путешествій по Россіи, издаваемое Императорскою Академіею Наукъ, по предложенію ея Президента. Описаніе Камчатки. Томъ 2 С. П. бургъ 1819. 8°.

Каія Плинія Секунда, естественная Исторія ископаемыхъ тѣлъ, преложенная на Россійской языкъ въ азбучномъ порядкѣ и примѣчаніями дополненная Академикомъ В. Севергинымъ. С. П. бургъ 1819. 8°.

Продолженіе Технологическаго журнала. Томъ V. Часть I-IV. С. П. бургъ 1820. 8°.

Mémoires de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences de St. Pétersbourg. Tome VII. St. Pétersbourg 1820. 4°.

Versuch einer systematischen Übersicht der Heilquellen des Russischen Reichs, entworfen von Dr. Alexander Nicolaus Scherer. Mit eilf Karten. St. Petersburg 1820. 8°.

I.
SECTION
DES
SCIENCES MATHÉMATIQUES.

DE TRIBUS
PLURIBUSVE NUMERIS INVENIENDIS,
QUORUM SUMMA SIT QUADRATUM,
QUADRATORUM VERO SUMMA BIQUADRATUM.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibit. die 18. Mai 1780.

§. 1.

Celebre est et nuper ab illustri *Lagrange* singulari studio pertractatum problema a *Fermatio* olim propositum, quo quaeruntur duo numeri, integri, positivi, quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum. Hinc occasionem arripui istam quaestionem ad tres pluresve numeros extendendi, certa spe fretus, ejus solutionem sine tantis ambagibus expediri posse. Postquam autem rem tentassem, mox deprehendi easdem difficultates, quibus ipsum problema *Fermatianum* involvitur. Tandem vero omnia haec obstacula feliciter superavi atque adeo satis modicos numeros, quaestioni satisfacientes sum adeptus, dum minimi numeri problematis *Fermatiani* ultra billionem ascendunt. Istam igitur methodum, qua sum usus, hic propositurus ero, postquam scilicet prima tentamina, longissimos calculos minantia, in medium attulero.

§. 2. Sint x, y, z tres numeri positivi, quorum summa debeat esse $= A^2$, quadratorum vero summa $xx + yy + zz = B^4$,

atque ob numeros positivos statim patet esse debere $A^4 > B^4$ ideoque $A > B$, propterea quod A^4 praeter ipsa quadrata xx, yy, zz insuper duplicia producta ex binis complectitur. Cum igitur sit $x = A^2 - y - z$, posui $y + z = p$ et $y - z = q$, unde fit $yy + zz = \frac{pp+qq}{2}$. Quia ergo habemus $x = A^2 - p$, aequatio secunda dabit

$$A^4 - 2A^2p + pp + \frac{pp+qq}{2} = B^4,$$

unde deducimus $qq = 2(B^4 - A^4) + 4A^2p - 3pp$, quae formula nullo modo quadratum reddi potest, nisi constet unicus saltem casus, quo hoc eveniat.

§. 3. Quod si formula $2B^4 - 2A^4$ evadere posset quadratum, quod autem est impossibile, res nulla laboraret difficultate. Relinquitur igitur casus, ubi $2B^4 - A^4$ fit quadratum, puta $= CC$; tum enim erit $qq = CC - A^4 + 4A^2p - 3pp$, quae forma, reducta ad $qq = CC - (AA - p)(AA - 3p)$, statim praebet hanc positionem: $q = C - v(AA - p)$, qua evoluta reperitur

$$p = -\frac{2Cv + AA(1 + vv)}{3 + vv},$$

hocque valore substituto prodit $q = \frac{3C - 2AAv - Cvv}{3 + vv}$.

§. 4. Cum autem hic ante omnia binis litteris A et B ejusmodi valores tribui debeant ut fiat $2B^4 - A^4 = CC$, hoc modo ad ipsum problema *Fermatianum* revolvimur. Quare cum tales valores non nisi in maximis numeris exhiberi queant, nulla plane spes affulget, hujus methodi ope ad solutiones in modicis numeris perveniendi — Alia igitur nobis ineunda erit via hujusmodi quaestiones tractandi, quae a tantis difficultatibus sit immunis. Talis autem via se mihi optimo successu obtulit, cujus vis quo melius perspiciatur, ab ipso problemate *Fermatiano* inchoabo.

Problema I.

Invenire duos numeros, integros, positivos, x *et* y, *quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum.*

Solutio:

§. 5. Incipiamus a posteriore conditione. Ac primo quidem formala $xx+yy$ reddetur quadratum, ponendo $x = aa-bb$ et $y = 2ab$; tum enim erit $xx+yy = (aa+bb)^2$. Insuper igitur haec formula $aa+bb$ quadratum reddi debet, quod pari modo fiet ponendo $a = pp-qq$ et $b = 2pq$: hoc enim modo proveniet $xx+yy = (pp+qq)^4$, sicque posteriori conditioni jam plene est satisfactum. Tantum igitur superest ut priori conditioni, qua $x+y$ quadratum effici debet, satisfiat.

§. 6. Ex factis igitur positionibus reperitur

$$x = aa-bb = p^4-6ppqq+q^4 \text{ et } y = 4p^3q-4pq^3;$$

quamobrem sequens formula quarti gradus ad quadratum reduci debet: $p^4+4p^3q-6ppqq-4pq^3+q^4$, pro quo efficiendo praenotandum est, binos numeros p et q esse debere positivos. Deinde etiam necesse est, ut sit $p > q$, quia aliter numerus y fieret negativus. Denique etiam requiritur, ut fiat $a > b$, ut pro x prodeat numerus positivus.

§. 7. Formula autem inventa resolvetur ponendo ejus radicem: $\sqrt{x+y} = pp-2pq+qq$, unde colligitur $\frac{p}{q} = \frac{3}{2}$, sive $p = 3$ et $q = 2$, qui ergo numeri jam sunt positivi, et $p > q$. Quia autem hinc fit $a = 5$ et $b = 12$, pro x resultat valor negativus, rejiciendus. Hanc ob rem secundum praecepta cognita novam operationem institui oportebit, quem in finem maneat $q = 2$ at vero statuamus $p = 3+v$, unde sequentes valores deducimus:

$$\begin{aligned}
p^4 &= 81+108v+54vv+12v^3+v^4,\\
4p^3q &= 216+216v+72vv+8v^3,\\
6p^2q^2 &= 216+144v+24vv,\\
4pq^3 &= 96+32v,\\
q^4 &= 16.
\end{aligned}$$

quibus collectis formula supra data hanc formam induit:

$$1 + 148v + 102vv + 20v^3 + v^4 = x + y,$$

cujus radix, si statuatur $\sqrt{x+y} = 1 + 74v - vv$, perducit ad hanc aequationem: $1343 = 42v$, sive $v = \frac{1343}{42}$; unde fit $p = 3 + v = \frac{1469}{42}$, existente $q = 2$. Hae ergo litterae ad numeros integros perductae fient $p = 1469$ et $q = 84$. Ex his porro colligitur $a = 1385.1553$ et $b = 168.1469$, sive $a = 2150905$ et $b = 246792$. Unde manifestum est ob $a > b$ etiam ipsos numeros x et y ambos proditurus esse positivos, qui, etsi adeo billionem excedant, tamen sunt minimi problemati satisfacientes: Hi numeri autem sunt $x = 4,565,486,027,761$

$$y = 1,061,652,293,520$$

qui sunt iidem, quos *Fermatius*, aliique post eum, invenerunt. Eorum summa est quadratum numeri 2,372,159, quadratorum vero summa est biquadratum numeri 2,165,017.

Problema II.

Invenire tres numeros, integros, positivos x, y, z, *quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum.*

Solutio:

§. 8. Incipiamus iterum a summa quadratorum, quae primo quadratum reddatur, ponendo $x = aa + bb - cc$; $y = 2ac$; $z = 2bc$; sic enim fiet $xx + yy + zz = (aa + bb + cc)^2$; ubi ergo $aa + bb + cc$ denuo quadratum effici debet, quod fiet ponendo simili modo $a = pp + qq - rr$; $b = 2pr$; $c = 2qr$; sic enim obtinebitur $xx + yy + zz = (pp + qq + rr)^4$; ita ut posterior conditio jam sit adimpleta.

§. 9. Exprimamus nunc ipsas litteras x, y, z per p, q, r, eritque:

$$x = p^4 + q^4 + r^4 + 2ppqq + 2pprr - 6qqrr,$$
$$y = 4qr(pp + qq - rr),$$
$$z = 8pqrr.$$

Hinc ergo erit:

$$x + y + z = p^4 + q^4 + r^4 + 2ppqq + 2pprr - 6qqrr + 4ppqr + 4q^3r - 4qr^3 + 8pqrr,$$

quae forma primum secundum potestates ipsius p disposita ita se habet:

$$x + y + z = p^4 + 2(q + r)^2pp + 8pqrr + q^4 + 4q^3r - 6qqrr - 4qr^3 + r^4,$$

quam ita quadratum reddi oportet, ut singulae litterae p, q, r, fiant positivae, simulque sit $pp + qq > rr$. Praeterea vero etiam necesse est ut valores litterarum a, b, c ita sint comparati, ut fiat $aa + bb > cc$.

§. 10. Quia in hac formula potestas tertia ipsius p deest, radix statui poterit $pp + (q + r)^2$. Sic enim tam potestas quarta quam secunda tolletur, et ex residuis terminis definiri poterit $p = \frac{3}{2}q + r$, qui valor, ob simplicitatem ejus, solutiones multo concinniores pollicetur, quam in praecedente problemate obtinuimus. Sumto autem $p = \frac{3}{2}q + r$ erit $a = \frac{13}{4}qq + 3qr$; $b = 3qr + 2rr$; $c = 2qr$; ubi jam ambas litteras q et r pro lubitu assumere licet.

Exemplum 1.

§. 11. Sumamus $q = 2$ et $r = 1$, ut fiat $p = 4$, tum prodibit $a = 19$; $b = 8$; $c = 4$; unde ipsi numeri quaesiti deducuntur, qui erunt $x = 409$; $y = 152$; $z = 64$. Horum numerorum summa est $x + y + z = 625 = 25^2$; quadratorum vero summa $x^2 + y^2 + z^2 = 194481 = 441^2 = 21^4$.

Exemplum 2.

§. 12. Maneat $q = 2$ et sumatur etiam $r = 2$, fietque $p = 5$; tum vero erit $a = 25$; $b = 20$; $c = 8$. Hinc ipsi nu-

meri quaestioni satisfacientes erunt

$$x = 961\,;\quad y = 400\,;\quad z = 320,$$

quorum summa est $x + y + z = 1681 = 41^2$ et summa quadratorum $x^2 + y^2 + z^2 = 1185921 = 33^4$.

Alia solutio problematis.

§. 13. Cum ante formulam biquadraticam secundum posestates ipsius p coordinaverimus, nunc eam secundum ordinem potestatum litterae q disponemus, quo facto erit $x + y + z =$

$$p^4 + 4q^3r + 2\,(pp - 3\,rr)\,qq + 4r\,(pp + 2pr - rr)\,q + (pp + rr)^2,$$

cujus radix, ut bini priores termini cum ultimo tollantur, statui debet $qq + 2qr - pp - rr$; unde evolutione facta colligitur

$$q = \frac{2pr\,(p+r)}{2rr - pp}$$

Exemplum.

§. 14. Sumatur $p = 1$ et $r = 1$, ut fiat $q = 4$, hinc que colligitur $a = 16$; $b = 2$; $c = 8$, sive per 2 deprimendo $a = 8$; $b = 1$; $c = 4$; unde porro erit $x = 49$; $y = 64$; $z = 8$. Hinc fit

$$x + y + z = 11^2 \text{ et } xx + yy + zz = 9^4.$$

Isti numeri sine dubio sunt simplicissimi problemati satisfacientes.

Problema III.

Invenire quatuor numeros x, y, z, v, *quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum.*

Solutio:

§. 15. Ut primo summa quadratorum reddatur quadratum capiatur $x = aa + bb + cc - dd$; $y = 2ad$; $z = 2bd$; $v = 2cd$. Sic enim quadratorum summa fiet $(aa + bb + cc + dd)^2$, cujus radix denuo quadratum reddetur, ponendo $a = pp + qq + rr - ss$; $b = 2ps$; $c = 2qs$; $d = 2rs$. Ne jam calculus, ob termino-

rum multitudinem, nimis prolixus evadat, ponamus brevitatis gratia $qq+rr-ss=\mathrm{A}$, ut habeamus $a=pp+\mathrm{A}$. Hinc jam sequitur fore $x=p^4+2\mathrm{A}pp+\mathrm{A}^2+4p^2s^2+4q^2s^2-4r^2s^2$; $y=4rspp+4\mathrm{A}rs$; $z=8prss$ et $v=8qrss$.

§. 16. Jam summa numerorum quaesitorum, secundum potestates ipsius p disposita, erit

$$p^4+2(\mathrm{A}+2ss+2rs)p^2+8prss+\mathrm{A}^2+4qqss-4rrss+4\mathrm{A}rs+8qrss,$$

quae cum debeat esse quadratum, ejus radix statuatur

$$pp+(\mathrm{A}+2ss+2rs);$$

unde facta substitutione prodibit ista aequatio:

$$2pr+qq+2qr-2rr-ss-2rs-\mathrm{A}=0.$$

Restituto igitur loco A valore assumto habebimus $p=s+\frac{3}{2}r-q$, ubi jam litterae q, r, s, pro lubitu assumi possunt. Evolvamus aliquot casus, sumtisque pro q, r, s, valoribus positivis tantum cavendum est ne valor ipsius x fiat negativus, quod facile evitabitur dummodo q non nimis magnum capiatur.

Exemplum 1.

§. 17. Sumatur $r=2$, $q=1$ et $s=1$, eritque $p=3$; unde porro fit $a=13$; $b=6$; $c=2$; $d=4$, atque hinc colliguntur ipsi numeri quaesiti $x=193$; $y=104$; $z=48$; $v=16$, quorum summa est $x+y+z+v=361=19^2$; summa vero quadratorum erit $xx+yy+zz+vv=(pp+qq+rr+ss)^4=15^4$.

Exemplum 2.

§. 18. Maneat $r=2$, sumatur autem $s=1$ et $q=2$, eritque $p=2$, unde colligitur fore $a=11$; $b=4$; $c=4$; $d=4$; hincque $x=137$; $y=88$; $z=32$; $v=32$, quorum summa $x+y+z+v=289=17^2$, quadratorum vero summa $x^2+y^2+z^2+v^2=13^4$.

Exemplum 3.

§. 19. Manente $r = 2$ sit $s = 1$ et $q = 3$, erit $p = 1$. Hinc valores litterarum a, b, c, d, erunt $a = 13$; $b = 2$; $c = 6$; $d = 4$; unde porro fit $x = 193$; $y = 104$; $z = 16$; $v = 48$, sicque ipsum exemplum 1 recurrit.

Hoc modo plurima talia exempla facili negotio expediri possunt.

Problema IV.

Invenire quinque numeros integros positivos x, y, z, v, w, *quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum.*

Solutio:

§. 20. Ut quadratorum summa fiat quadratum, sumatur $x = aa + bb + cc + dd - ee$; $y = 2ae$; $z = 2be$; $v = 2ce$; $w = 2de$. Ut vero prodeat biquadratum, statuatur porro $a = pp + qq + rr + ss - tt$; $b = 2pt$; $c = 2qt$; $d = 2rt$; $e = 2st$; at br. gr. ponatur $qq + rr + ss - tt = A$, ut sit $a = pp + A$, atque hinc sequitur fore

$$x = p^4 + 2App + A^2 + 4pptt + 4qqtt + 4rrtt - 4sstt;$$
$$y = 4stpp + 4Ast; \quad z = 8pstt; \quad v = 8qstt; \quad w = 8rstt.$$

§. 21. Summa jam numerorum quaesitorum, secundum potestates ipsius p disposita, est:

$$p^4 + 2pp(A + 2tt + 2st) + 8pstt + AA + 4qqtt + 4rrtt - 4sstt + 4Ast + 8qstt + 8rstt,$$

cujus radix statuatur $pp + A + 2st + 2tt$; unde sumto quadrato resultat sequens aequatio:

$$2ps + qq + 2qs + rr + 2rs - 2ss - tt - 2st - A = 0,$$

unde, loco A restituto suo valore, prodit $p = t + \frac{3}{2}s - r - q$; ubi jam quatuor habentur numeri pro arbitrio sumendi.

Exemplum.

§. 22. Sumatur $s = 2$; $t = 1$; $r = 1$; $q = 1$; eritque $p = 2$. Hinc ergo erit $a = 9$; $b = 4$; $c = 2$; $d = 2$; $e = 4$; ideoque numeri quaesiti erunt $x = 89$; $y = 72$; $z = 32$; $v = 16$; $w = 16$, quorum summa $x + y + z + v + w = 225 = 15^2$, quadratorum autem summa $x^2 + y^2 + z^2 + v^2 + w^2 = 11^4$.

Similique modo plura exempla satis simplicia ex nostris formulis derivari possunt.

Corollarium.

§. 23. Quod si valores pro litera p inventos consideremus et inter se comparemus, facile inde lex patescet, cujus ope ad plures numeros progredi licebit, namque:

Pro casu 3 invenimus $p = r + \frac{3}{2}q$,
- - - 4 - - $p = s + \frac{3}{2}r - q$,
- - - 5 - - $p = t + \frac{3}{2}s - r - q$,

sicque pro casu sex numerorum reperietur $p = u + \frac{3}{2}t - s - r - q$, et ita porro, unde quaestio generalis, pro quotcunque numeris proposita, jam perfecte soluta est censenda.

Scholion.

§. 24. Cum in exemplo primo problematis 2. summa ipsorum numerorum inventa sit 25^2, ideoque jam biquadratum, hinc formari potest nova quaestio, circa quotcunque numeros inveniendos, quorum tam summa quam quadratorum summa sint biquadrata; verum hanc quaestionem attentius consideranti mox patebit, quamlibet solutionem ante inventam etiam ad hanc conditionem accommodari posse. Quod si enim fuerit summa numerorum quotcunque $x + y + z +$ etc. $= A^2$ et summa quadratorum $x^2 + y^2 + z^2 +$ etc. $= B^4$, statuantur ipsi numeri quaesiti A^2x; A^2y; A^2z; etc.; tum enim eorum summa erit $A^2 . A^2 = A^4$, ideoque biquadratum; quadratorum

vero summa erit $A^4 . B^4$. Quia autem hoc modo numeri quaesiti communem inter se habent factorem, si ista conditio insuper praescribatur, ut numeri inveniendi sint inter se primi, sive nullum communem divisorem habeant; tum quaestio certe non parum ardua erit censenda. Interim tamen sequenti modo etiam tales quaestiones facile resolvi poterunt.

Problema V.

Invenire tres numeros positivos inter se primos x, y, z, *quorum tam summa quam quadratorum summa sint biquadrata.*

Solutio:

§. 25. Posito, uti in problemate secundo, $x = aa + bb - cc$; $y = 2ac$; $z = 2bc$, fiat porro $a = pp + qq - rr$; $b = 2pr$; $c = 2qr$ factaque substitutione statuatur ipsorum numerorum summae radix quadrata $= pp + (q + r)^2$, et cum supra invenerimus $p = r + \frac{3}{2}q$, necesse est ut ista expressio $pp + (q + r)^2$ denuo reddatur quadratum. Ejus ergo radix statuatur $p + \frac{f(q+r)}{g}$, hincque orietur ista aequatio: $gg(q + r) = 2fgp + ff(q + r)$.

§. 26. Scribatur nunc loco p valor inventus $r + \frac{3}{2}q$ et aequatio hanc induet formam: $(ff - gg)(q + r) + fg(2r + 3q) = 0$, unde deducitur $\frac{q}{r} = \frac{ff + 2fg - gg}{gg + 3fg - ff}$. Ecce ergo ista problematis solutio ita se habebit: Sumantur $q = ff + 2fg - gg$ et $r = gg - 3fg - ff$, eritque $p = \frac{1}{2}ff - \frac{1}{2}gg$, ex quibus valoribus primo litterae a, b, c, hincque porro ipsi numeri quaesiti x, y, z, infinitis modis formari poterunt.

§. 27. Sumatur ex. gr. $f = 1$ et $g = 3$, eritque $q = 2$; $r = 1$ et $p = 4$. Hinc ergo concludimus fore $a = 19$; $b = 8$; $c = 4$, unde numeri quaesiti erunt, $x = 409$; $y = 152$; $z = 63$, quorum summa est $x + y + z = 625 = 5^4$ et $x^2 + y^2 + z^2 = 21^4$.

§. 28. Imprimis autem limites sunt investigandi, intra quos litteras f et g accipere liceat. Hunc in finem mutentur signa atque habebimus $q = gg - 2fg - ff$ et $r = ff + 3fg - gg$, quorum valorum ut prior fiat positivus, debet esse $\frac{g}{f} > 1 + \sqrt{2} > 2{,}414$; at ut r fiat positivum, fieri debet $\frac{g}{f} < \frac{3+\sqrt{13}}{2} < 3{,}303$. Sumatur ergo $f = 2$ et $g = 5$, eritque $q = 1$; $r = 9$; $p = \frac{21}{2}$, sive in integris $p = 21$; $q = 2$; $r = 18$; unde fit $a = 121$; $b = 756$; $c = 72$, hincque porro $x = 580993$; $y = 17424$; $z = 108864$, quorum summa $x + y + z = 29^4$, quadratorum vero summa

$$x^2 + y^2 + z^2 = 769^4.$$

§. 29. Simili igitur modo hanc quaestionem pro pluribus numeris quaesitis haud difficulter resolvere licebit; quamobrem huic argumento non amplius immoror; sufficiet enim methodum exposuisse omnia hujus generis problemata commode et expedite resolvendi.

RESOLUTIO FACILIS
QUAESTIONIS DIFFICILLIMAE,
QUA HAEC FORMULA MAXIME GENERALIS:

$$vvzz\,(axx+byy)^2+\Delta xxyy\,(avv+bzz)^2$$

AD QUADRATUM REDUCI POSTULATUR.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 12. Junii 1780.

§. 1. Etsi hic quatuor litterae incognitae x, y, z, v occurrunt, quae tamen ad duas tantum rationes $x:y$ et $v:z$ revocantur, neutra tamen earum pro cognita assumi potest, cum saepissime reductio ad quadratum fieret impossibilis; quam ob rem tota quaestio huc reducitur, ut ambae istae rationes exquirantur, quibus formula ad quadratum reduci queat; tum vero imprimis omnes plane solutiones requiruntur, quod quomodo fieri sine ambagibus possit in hac dissertatione novo plane modo ostendere constitui. Notandum autem hic est a, b, Δ arbitrio nostro plane esse relictas.

§. 2. Ante omnia autem hic observandum est, nullam plane viam patere, qua quaesito satisfieri queat, nisi litterae v et z ita definiantur, ut formula $avv+bzz$ divisorem involvat formulam $axx+byy$, quod quomodo in genere fieri possit in sequenti Lemmate sum ostensurus.

Lemma.

Invenire valores pro litteris v *et* z, *ut formula* $avv+bzz$ *divisionem admittat per formulam* $axx+byy$.

Solutio:

§. 3. Multiplicetur utraque formula per a, ut utriusque factores simplices sint $av \pm z\sqrt{-ab}$ et $ax \pm y\sqrt{-ab}$. Jam ponatur $av + z\sqrt{-ab} = (ax + y\sqrt{-ab})(f + g\sqrt{-ab})$ factaque evolutione partes rationales et irrationales seorsim inter se aequentur, ac pro partibus rationalibus habebimus $av = afx - abgy$ ideoque $v = fx - bgy$. Pro partibus autem irrationalibus fiet $z = fy + agx$. Quamobrem si statuamus $v = fx - bgy$ et $z = fy + agx$, fiet

$$avv + bzz = (ff + abgg)(axx + byy).$$

§. 4. Praemisso hoc lemmate, resolutionem quaestionis propositae sequenti problemate complectamur:

Problema.

Invenire omnes valores litterarum x, y, v, z, *quibus haec formula:* $\mathrm{vvzz(axx + byy)^2 + \Delta xxyy(avv + bzz)^2}$ *evadat quadratum.*

Solutio:

§. 5. Vi lemmatis praemissi statuamus $v = fx - bgy$ et $z = fy + agx$, et quoniam nunc formula proposita divisionem per quadratum $(axx + byy)^2$ admittit, supererit ut facta divisione ad quadratum reducatur ista formula:

$$vvzz + \Delta xxyy(ff + abgg)^2.$$

Est vero $vz = afgxx + (ff - abgg)xy - bfgyy$, sicque quadratum reddi debebit haec expressio:
$(afgxx + (ff - abgg)xy - bfgyy)^2 + \Delta xxyy(ff + abgg)^2$, quae quo simplicior reddatur, dividatur utrinque per quadratum $(ff + abgg)^2$, ac ponatur brev. gr.

$$\frac{afg}{ff + abgg} = \mathrm{A};\quad -\frac{bfg}{ff + abgg} = \mathrm{B} \text{ et } \frac{ff - abgg}{ff + abgg} = \mathrm{C}$$

hocque modo quadrato aequanda erit ista formula

$$(\mathrm{A}xx + \mathrm{C}xy + \mathrm{B}yy)^2 + \Delta xxyy.$$

§. 6. Quo hoc concinnius fieri possit loco Δ scribamus $-4mn$, ut istam habeamus formulam :

$$(Axx + Cxy + Byy)^2 - 4mnxxyy = \square$$

quod praestabitur, uti constat, statuendo

$$Axx + Cxy + Byy = \lambda(mpp + nqq) \text{ et } xy = \lambda pq;$$

tum enim formula nostra aequabitur huic quadrato: $\lambda\lambda(mpp - nqq)^2$. Jam nihil impedit quominus statuamus $y = 1$, cum hic tantum ratio inter x et y spectetur. Tum igitur erit $x = \lambda pq$ atque altera aequatio fiet $A\lambda\lambda ppqq + C\lambda pq + B = \lambda mpp + \lambda nqq$, quae est aequatio quadratica tam respectu litterae p quam ipsius q, ideoque pro utraque binos valores simul exhibebit.

§. 7. Ordinemus ergo primo aequationem respectu litterae p, quae erit

$$(A\lambda\lambda qq - \lambda m)\,pp + C\lambda pq + B - \lambda nqq = 0;$$

unde patet, si pro quolibet ipsius q valore binae radices ipsius p sint p et p', fore $p + p' = -\frac{C\lambda q}{A\lambda\lambda qq - \lambda m} = \frac{Cq}{m - A\lambda qq}$. Simili modo aequatio respectu literae q disposita fiet :

$$(A\lambda\lambda pp - \lambda n)\,qq + C\lambda pq + B - \lambda mpp = 0,$$

ita ut, si pro quolibet p valores ipsius q statuantur q et q', fiat $q + q' = \frac{Cp}{n - A\lambda pp}$. Unde intelligitur, dummodo pro p et q binos habeamus valores idoneos, ex iis ope harum formularum innumerabiles alios erui posse, quemadmodum jam fusius ostendi.

§. 8. At vero facillime ex ipsa aequatione quadratica tales valores elici possunt. Posito enim $p = 0$ fit $qq = \frac{B}{\lambda n}$; quod si ergo sumamus $\lambda = Bn$, fiet $q = \frac{1}{n}$, hicque casus solus sufficit, ex quo innumerabiles alii erui poterunt. Quamobrem sit ubique $\lambda = Bn$, ut fiat $x = Bnpq$; tum igitur constituamus hanc seriem: p, q, p', q', p'', etc. ubi ergo bini termini initiales erunt $p = 0$ et $q = \frac{1}{n}$, hincque per has formulas, ob $\lambda = Bn$, sequentes termini successive ita de-

terminabuntur:

$$p' = \frac{Cq}{m - AB\,n\,qq} - p = \frac{C}{mn - AB}$$
$$q' = \frac{Cp}{n - AB\,n\,pp} - q = \frac{mnC^2 - (mn - AB)^2}{n(mn - AB)^2 - nA\,\square\,C\,\square}$$
etc.

quae progressio, quando omnes litterae per numeros determinatos dantur, haud difficulter ulterius continuari poterit.

§. 9. Isti valores evoluti pro $x = B\,n\,p\,q$ sequentes praebent:

$$0 \cdot \frac{BC}{mn - AB};\ \frac{BC(mnC^2 - (mn - AB^2))}{(mn - AB)^2 - ABC^2(mn - AB)}$$

qui singuli jam innumerabiles solutiones complectuntur, quoniam litteris f et g valores quoscunque tribuere licet. Deinde etiam quilibet horum valorum adhuc alium suppeditat. Nam quia aequatio ita est comparata, ut posito $x = \frac{1}{t}$ abeat in hanc:

$$(A + Ct + Btt)^2 - 4mntt = \square,$$

haec a priore in hoc tantum discrepat, quod litterae A et B sint permutatae, unde facta hac permutatione singuli valores pro x inventi dabunt totidem valores pro t, qui ergo inversi novos valores pro x praebent. Ita cum sit $x = \frac{BC}{mn - AB}$, erit $t = \frac{AC}{mn - AB}$, ideoque novus valor erit $\frac{mn - AB}{AC}$, quod idem de omnibus reliquis valoribus pro x inventis est tenendum.

§. 10. Postquam pro x inventa fuerit fractio quaecunque $\frac{M}{N}$, quia sumsimus $y = 1$, ut ad numeros integros revertamur capi oportebit $x = M$ et $y = N$, unde porro colligetur $v = fM - bgN$ et $z = fN + agM$. Hoc ergo modo problemati plene erit satisfactum, cum adeo infinities infinitos valores satisfacientes assignare liceat.

Exemplum.

§. 11. Proposita sit haec formula ad quadratum redigenda:

$$vv\,zz\,(xx + yy)^2 + xx\,yy\,(vv + zz)^2.$$

Hic igitur erit $a = 1$, $b = 1$ et $\Delta = 1 = -4mn$, unde sumi poterit $m = \frac{1}{2}$ et $n = -\frac{1}{2}$. Ex his valoribus fiet

$$A = \frac{fg}{ff+gg}; \quad B = \frac{fg}{ff+gg}; \quad C = \frac{ff-gg}{ff+gg}.$$

Hinc ergo valores supra evoluti erunt $0, \frac{fg(ff-gg)}{ff\,gg-(ff+gg)^2}$. Sumamus igitur $f = 2$ et $g = 1$, erit $x = \frac{3}{5}$; quamobrem ponamus $x = 8$ et $y = 3$, fietque $v = 13$ et $z = 14$. Cum igitur sit $vz = 182$, $xx + yy = 73$, $xy = 24$, $vv + zz = 205 = 5 \cdot 73$, quadratum esse debet $182^2 \cdot 73^2 + 24^2 \cdot 5^2 \cdot 73^2$, dividendo ergo per $2^2 \cdot 73^2$ reperietur $91^2 + 12^2 \cdot 5^2 = 109^2$.

§. 12. Quaestio proposita adhuc generalior reddi similique modo resolvi posset, si proponeretur ad quadratum reducenda haec formula:

$$vvzz(axx + 2bxy + czz)^2 + \Delta xxyy(avv + 2bvz + czz)^2,$$

quae autem, ob id ipsum quod b non nihilum, nulla plane laborat difficultate. Sumi enim adeo possunt ambae litterae v et z pro lubitu, et facta evolutione prodibit talis forma:

$$A^2x^4 + 2Bx^3y + Cxxyy + 2Dxy^3 + E^2y^4,$$

cujus resolutio adeo methodo vulgari expediri potest.

§. 13. Interim tamen si similis solutio desideretur, quae perinde locum habere queat, sive b sit 0 sive minus, talis solutio pari modo succedet ut ante, si modo sequens Lemma in subsidium vocetur.

Lemma.

Invenire idoneos valores pro litteris v et z ut ista formula: avv+2bvz+czz ***divisibilis evadat per hanc:*** axx+2bxy+cyy.

Solutio.

§. 14. Multiplicetur utraque formula per a, ut utriusque factores simplices sint $av + bz \pm z\sqrt{bb-ac}$ et $ax + by \pm y\sqrt{bb-ac}$,

quorum ergo ille per hunc divisibilis reddi debet. Hunc in finem statuatur

$$ax + bz + z\sqrt{bb - ac} = (ax + by + y\sqrt{bb - ac})(f + g\sqrt{bb - ac});$$

tum vero facta evolutione partes rationales et irrationales seorsim inter se aequentur, unde pro rationalibus reperietur

$$av + bz = afx + bfy + gy\,(bb - ac).$$

Pro irrationalibus autem erit $z = agx + bgy + fy$, qui valor in praecedente substitutus dat $v = (f - bg)\,x - cgy$, quibus valoribus loco z et v introductis formula proposita $avv + 2bvz + czz$ aequabitur huic producto:

$$(axx + 2bxy + cyy)\,(ff + (ac - bb)\,gg)$$

atque nunc totus calculus ut ante expediri poterit.

DE PROBLEMATE CURVARUM SYNCHRONARUM, EJUSQUE IMPRIMIS *INVERSO*.

AUCTORE
L. EULERO.

Conventui exhibuit die 28. Maji 1781.

§. 1. Problema directum jam olim satis copiose est tractatum. Proposita scilicet infinita curvarum multitudine, quae omnes sub certa quadam aequatione inter binas coordinatas et parametrum variabilem contineantur, super quarum singulis corpora ita descendere concipiantur, ut celeritates, ubique sint debitae profunditati infra rectam horizontalem, tales quaerebantur curvae, quae ab illis arcus isochronos sive aequalibus temporibus percursos abscinderent, quae propterea curvae synchronae sunt appellatae. Hoc ipsum igitur problema breviter sum expositurus, quo facilius transitus aperiatur ad ejus problema inversum, quo datis curvis synchronis priores illae curvae sunt investigandae, a quibus arcus eodem tempore percursi abscindantur.

Tab. I. Fig. 1. §. 2. Sit igitur IC recta horizontalis, a cujus distantiis celeritates motus ubique pendeant; tum vero sit IB recta verticalis, in qua initia descensuum fieri statuantur. Sint jam curvae AY et A Y propositae, quarum multitudo infinita est intelligenda quarumque natura exprimatur aequatione quacunque inter binas coordinatas IX $= x$ et XY $= y$ et parametrum variabilem a, ita ut pro qualibet earum parameter constans accipi debeat. Quaecunque autem fuerit ista aequatio inter tres quantitates x, y, et a, assumere licebit inde cujuslibet valorem per binas reliquas definiri posse, ita ut

sit y certa quaedam functio ipsarum a et x, x autem functio ipsarum y et a, quin etiam a functio quaepiam ipsarum x et y.

§. 3. Consideremus nunc unam quandam harum curvarum AY, pro qua ergo parameter a erit quantitas constans; et cum y aequetur certae cuipiam functioni ipsarum a et x, ponatur $\partial y = n\partial x$, ut habeamus elementum curvae $Yy = \partial x\sqrt{1+pp}$, quod ergo divisum per celeritatem in hoc loco, quae est ut $\sqrt{y}$, dabit elementum temporis $\frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}}$, cujus ergo integrale $\int\frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}}$ quantitati constanti C aequari debet. Quemadmodum autem ex hac aequatione aequatio pro curva arcus isochronos abscindente, quae sit DYY′, erui queat, ante omnia accuratius erit ostendendum. Statim enim patet aequationem illam integralem $\int\frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = C$ neutiquam naturam hujus curvae exprimere, quoniam involvit parametrum a, qui cum sit variabilis, ab eo ipsa curva DYY′ pendere nequit, quandoquidem pro omnibus ejusdem valoribus eadem manere concipitur.

§. 4. Cum autem curva synchrona DYY′ per ipsum punctum Y transeat, eaedem coordinatae X et Y etiam curvae synchronae convenient, unde quia parameter a hinc exturbari debet, hoc obtinebitur, si ejus loco functio illa ipsarum x et y scribatur, quam ex aequatione pro curvis propositis sortitur. Hoc ergo modo orietur aequatio binas tantum variabiles x et y, una cum constante C involvens, quae idcirco erit aequatio naturam curvae synchronae ∂y exprimens; simul vero manifestum est, variata constante C innumerabiles quoque curvas synchronas oriri, quarum ergo respectu haec ipsa littera C erit parameter variabilis.

§. 5. Evidens autem est, substitutionem illam loco parametri a nonnisi post integrationem formulae $\int\frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}}$ fieri posse, propterea quod in ipsa integratione a pro quantitate constante ha-

betur; quamobrem demum peracta integratione, illam substitutionem instituere licebit, quod ergo negotium nulla laborat difficultate, quoties illam formulam actu integrare licuerit. Hoc autem si non succedat, problema solutu difficillimum evadit, et sub certis tantum conditionibus resolutionem admittit, quemadmodum jam olim est observatum. Quomodo autem hoc negotium expediri queat aliquot exemplis declarasse juvabit.

Tab. I. Fig. 2.

§ 6. Propositae ergo sint infinitae lineae rectae ex ipso puncto I eductae, ac posito $IX = x$, $XY = y$ aequatio $y = ax$ omnes has rectas in se complectetur, dum scilicet litterae a omnes valores successive tribuuntur. Cum igitur sit $\partial y = a\partial x$, erit $p = a$, ac formula integralis pro tempore inventa erit $\int \frac{\partial x \sqrt{1 + aa}}{\sqrt{aa}} = C$, cujus integrale manifesto erit $2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1+aa}{a}} = C$, sicque facta reductione erit $(1 + aa)\, x = ac$. Jam quia est $a = \frac{y}{x}$, pro curva synchrona prodibit aequatio pro circulo horizontalem IC in puncto I tangente, cujus diameter $= c$. Quamobrem omnes hujusmodi circuli rectam IC in I tangentes a rectis IY, IY' arcus eodem tempore percursos abscindent, quemadmodum quidem notissimum est.

§. 7. Tales autem casus, quibus formulam temporis integrare licet, rarissime occurrunt. Interim tamen etiam integratione non succedente casus memorabiles exhiberi possunt, quibus hoc problema resolvi potest. Evenit enim hoc semper, quoties aequatio inter x, y, a, fuerit homogenea, ita ut in omnibus terminis aequationis ternae hae litterae junctim sumtae ad eundem dimensionum numerum assurgant; tum autem semper y aequabitur functioni homogeneae unius tantum dimensionis ipsarum x et a. Hanc ob rem posito $x = at$ semper valor ipsius y hujus erit formae: $y = a\mathrm{T}$, existente T functione ipsius t tantum; unde quia posuimus $\partial y = p\partial x$, erit etiam $\partial \mathrm{T} = p\partial t$ et formula nostra pro tempore erit:

$$\int \frac{a\partial t\sqrt{1+pp}}{\sqrt{a}\,T} = \sqrt{a}\cdot\int \frac{\partial t\sqrt{1+pp}}{\sqrt{T}}.$$

Quod si jam ponatur $\int \frac{\partial t\sqrt{1+pp}}{\sqrt{T}} = \Theta$, erit Θ certa quaedam functio ipsius t tantum, quam quovis casu per quadraturas construere licebit.

§. 8. Inventa igitur ista functione Θ habebimus pro synchronismo hanc aequationem: $\Theta\sqrt{a} = C$, et nunc a etiam aequabitur functioni cuipiam unius dimensionis ipsarum x et y. At vero ne opus quidem est ex ipsa aequatione principali inter x, y et a proposita hunc valorem eruere. Cum enim ex ultima formula sit $\sqrt{a} = \frac{C}{\Theta}$, erit $a = \frac{CC}{\Theta\Theta}$, qua ergo formula littera a ex calculo eliminabitur. Habebimus enim $x = \frac{CC}{\Theta\Theta}t$ et $y = \frac{CC}{\Theta\Theta}T$, ita ut hoc modo pro curvis synchronis binae coordinatae x et y per eandem novam variabilem T exprimantur, cujus scilicet functiones cognitae erunt T et Θ, tum vero, variata constante C, simul obtinebuntur innumerabiles synchronae.

§. 9. Hic autem plurimum observasse juvabit non opus esse ut aequatio inter x, y, et a proposita sit algebraica, sed etiam utcunque transcendens esse potest, dummodo pro formula $\frac{\partial x}{\partial y} = p$ prodeat functio nullius dimensionis ipsarum a et x, ita ut posito $x = at$ littera p aequetur functioni ipsius t tantum; tum igitur ob $\partial x = a\partial t$ habebitur $\partial y = ap\partial t$ et in integratione $y = a\int p\partial t$ pro constante adjicienda ipse parameter α ejusve multiplum accipi debet, ut scilicet y aequetur functioni unius dimensionis ipsarum a et x. Deinde etiam notari meretur omnes curvas in tali aequatione homogenea inter x, y et a inter se similes esse, ita ut unica inventa reliquae omnes inde formari queant, dum scilicet binae variabiles x et y secundum easdem rationes augentur vel minuuntur.

§. 10. Quin etiam ambas variabiles x et y inter se permutare licet, unde facta superiore substitutione littera t tanquam func-

tio ipsius T spectari poterit, hocque modo saepius calculus facilior reddi poterit. Veluti si pro curvis propositis oriatur haec aequatio integralis: $x = \int \frac{y^n \partial y}{\sqrt{(a^{2n} - y^{2n})}}$, erit elementum curvae $\partial s = \frac{a^n \partial y}{\sqrt{(a^{2n} - y^{2n})}}$, ita ut jam elementum temporis sit $\frac{a^n \partial y}{\sqrt{y(a^{2n} - y^{2n})}}$. Hinc ergo posito $y = at$, primo fiet $x = a\int \frac{t^n \partial t}{\sqrt{1 - t^{2n}}}$ et formula integralis pro tempore erit $\sqrt{a}\int \frac{\partial t}{\sqrt{t(1 - t^{2n})}}$, quod integrale si designetur per Θ, ut esse debeat $\Theta, a = C$, habebimus $a = \frac{C^2}{\Theta^2}$ et jam ambae variabiles per hanc novam t exprimentur.

§. 11. His praemissis aggrediamur problema synchronarum inversum, quo datis lineis synchronis eae curvae quaeruntur, quarum portiones eodem tempore descriptae a singulis synchronis rescindantur. Ac primo quidem incipiamus a casu facillimo, quo omnes synFig. 2. chronae sint rectae horizontales, cujusmodi sunt DY, D Y, parallelae axi IC: ejusmodi igitur curvae AYY′ requiruntur, super quibus corpora simul descendentia eodem tempore ad singulas has lineas horizontales pertingant. Statim autem evidens est, hoc esse eventurum, si tempus descensus per quemvis arcum AY aequetur functioni cuicunque applicatae XY $= y$. Deinde vero etiam inter binas quasvis synchronas DY et D Y′ portiones eodem tempore descriptae continebuntur.

§. 12. Quod si jam, ut ante, pro curvis inveniendis inter coordinatas IX $= x$ et XY $= y$ statuamus hanc relationem: $\partial y = p\partial x$, tota res huc redit, ut formula integralis $\int \frac{\partial x \sqrt{1 + pp}}{\sqrt{y}}$ functioni cuicunque ipsius y aequalis statuatur. Quare ut in hac aequatione tantum duae variabiles y et p occurrant, loco x scribatur $\frac{\partial y}{p}$, ut habeamus $\int \frac{\partial y \sqrt{1 + pp}}{p\sqrt{y}} = \Gamma : y$; atque differentiando more jam recepto fiet $\frac{\sqrt{1 + pp}}{p\sqrt{y}} = \Gamma : y$; unde patet quaesito satisfieri, si loco p functio quaecunque ipsius y accipiatur, et quia hinc fit $\partial x = \frac{\partial y}{p}$, erit $x = c + \int \frac{\partial y}{p}$, ubi littera c denotabit parametrum variabilem pro

omnibus curvis quaesitis; unde manifestum est pro AYY′ curvam quamcunque pro lubitu accipi posse, quippe quae, horizontaliter promota, simul producet omnes infinitas curvas quaesitas.

§. 13. Progrediamur ad quaestionem magis arduam, qua lineae synchronae sint rectae verticales IB, XY, X Y′, hancque quaestionem in sequente problemate complectamur. Tab. I. Fig. 4.

Problema I.

Invenire omnes curvas AYY′, super quibus corpora ita descendere concipiantur, ut celeritates in singulis punctis Y sint ut radices quadratae ex profunditate XY infra axem horizontalem IC, qui autem motus ita sint comparati, ut corpora aequalibus temporibus a recta verticali fixa IB ad quamlibet aliam verticalem XY vel X Y′ perveniant.

Solutio.

§. 14. Positis igitur IX $= x$, XY $= y$ et $\partial y = p\partial x$ requisitae conditioni satisfiet, si expressio temporis $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}}$ aequalis statuatur functioni cuicunque abscissae IX $= x$, ita ut sit

$$\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = \Gamma : x,$$

unde differentiando oritur $\frac{\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = \Gamma' : x$, quae aequatio cum ternas contineat variabiles x, y et p, unam ante omnia eliminari oportet. Hunc in finem loco $\Gamma' : x$ ponamus $\sqrt{X}$, ut fiat $y = \frac{1+pp}{X}$; unde differentiando et $p\partial x$ loco ∂y scribendo statim elicitur aequatio duas tantum variabiles x et p involvens, quae erit

$$p\partial x = \frac{2p\partial p}{X} - \frac{(1+pp)\partial X}{X^2}.$$

Veruntamen haec aequatio ita est comparata ut paucissimis tantum casibus resolvi queat. Nullus enim modus adhuc est inventus aequationes hujus formae: $p\partial x = P p\partial p - R pp)x + S)x$ resolvendi, ubi Q, R, S sint functiones ipsius x; atque adeo duo tantum casus occurrunt.

quibus resolutio succedit: alter quo $\Gamma : x = \alpha x$, alter vero quo $\Gamma : x = \beta \sqrt{x}$, quos seorsim evolvere operae erit pretium.

Casus prior, quo $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = \frac{x}{\sqrt{b}}$.

§. 15. Hoc igitur casu ere curvae quaeruntur, super quibus corpus secundum horizontem uniformiter promovetur, quae proprietas in Projectorias competit, quando scilicet corpora libere utcunque projiciuntur, id quod etiam calculus noster ostendet. Differentiatione enim facta erit $y = b(1+pp)$, ideoque $p = \frac{\sqrt{y}-b}{\sqrt{b}} = \frac{\partial y}{\partial x}$, sicque $\partial x = \frac{\partial y \sqrt{b}}{\sqrt{y}-b}$ et integrando $x = a + 2\sqrt{b}(y-b)$, quae est aequatio pro parabola cujus focus incidit in axem IC. ubi jam a est parameter variabilis, ita ut omnes curvae sint eadem parabola horizontaliter promota.

Casus alter, quo $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = 2\sqrt{\alpha x}$.

§. 16. Differentiatio hic dat $\frac{\sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha x}}$, ita ut sit $y = \alpha x(1+pp)$, hinc que $\partial y = p\partial x = \alpha \partial x (1+pp) + 2\alpha x p \partial p$, unde separando fiet $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2\alpha p \partial p}{\alpha - p + \alpha pp}$, cui aequationi haec forma tribuatur: $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2p\partial p}{1-2pp+pp}$, quae tres casus diversos involvit, prouti fuerit vel $n = 1$, vel $n > 1$, vel $n < 1$.

Casus I. §. 17. Sit primo $n = 1$, eritque $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2p\partial p}{(1-p)^2}$, sive $\frac{\partial x}{x} = \frac{2\partial p}{1-p} - \frac{2\partial p}{(1-p)^2}$, cujus integrale est $lx = -2l(1-p) - \frac{2}{1-p} + lc$. Sit brevitatis gratia $\frac{1}{1-p} = q$, ut fiat $lx = lc + 2lq - 2q$, unde ad numeros progrediendo erit $x = cqqe^{-2q}$. Quia igitur loco $\frac{1}{a}$ scripsimus $2n$, erit $\alpha = \frac{1}{2}$, ideoque $y = \frac{c(2qq-2q+1)e^{-2q}}{2}$, ubi constans per integrationem ingressa praebet parametrum variabilem pro omnibus curvis quaesitis. Quare si pro c scribamus $2a$, erit

$y = a(2qq - 2q + 1)e^{-2q}$ et $x = 2aqqe^{-2q}$,

quae curvae infinitae omnes inter sunt sunt similes centro similitudinis in puncto I existente.

§. 18. Ut nunc figuram harum curvarum perscrutemur, primo patet, abscissam x nunquam negativam fieri posse. Incipiamus ergo a casu $x = 0$, sive $q = 0$, ideoque $p = -\infty$; tum vero fit $y = a$. Curva igitur verticalem IA tanget, sursum ascendens, donec fiat $p = 0$, ideoque $q = 1$. Hoc ergo loco erit abscissa $x = \frac{2a}{ee}$ et applicata $y = \frac{a}{ee}$. Ab hoc loco curva descendet, ob $p > 0$, idque in infinitum, ubi fiet $p = 1$ et $q = \infty$, vel potius $q = -\infty$, quo casu fiet $y = x$ et curva abibit in rectam sub angulo semirecto ad horizontem inclinatam, secundam hanc figuram, ubi $IA = a$. Tab. I. Fig. 5.

§. 19. Ex cognita autem unica curva pro certo valore parametri a facile innumerabiles aliae huic similes construentur, dum ipsi a sive majores sive minores valores tribuuntur. At si a prorsus evanescat, tota portio curvae finita in puncto A conglomerabitur, infinitesima vero portio dabit rectam IL cum horizonte angulam semirectum constituentem. Super omnibus his infinitis lineis corpora promota simul ad singulas verticales pervenient.

§. 20. Quia posuimus $\alpha = \frac{1}{2.1}$, tempus descensus hoc casu, quo $n < 1$, erit $2\sqrt{2nx}$ et $y = \frac{x(1+pp)}{2n}$; tum vero pro x habebimus hanc aequationem: $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2p\partial p}{1-2np+pp}$, unde statim fit Casus II.

$$lx = -l(1 - 2np + pp) - 2n\int \frac{\partial p}{1-2np+pp}.$$

Quia nunc assumimus $n < 1$, ponamus $n = \cos.\nu$, et constat fore $\int \frac{\partial p}{1-2p\cos.\nu+pp} = \frac{1}{\sin.\nu}$ A tg. $\frac{p \sin.\nu}{1-p\cos.\nu}$ consequenter erit

$$lx(1 - 2p\cos.\nu + pp) = C - \frac{2}{\text{tag.}\nu} \text{A tg.} \frac{p\sin.\nu}{1-p\cos.\nu}.$$

§. 21. Introducamus nunc angulum Φ, ut sit $\Phi = A\,\text{tag.}\frac{p \sin \nu}{1 - p\cos.\nu}$, ideoque $\frac{p \sin \nu}{1 - p\cos.\nu} = \text{tag.}\,\Phi$, unde vicissim colligitur

$$p = \frac{\text{tag.}\,\Phi}{\sin \nu + \cos.\nu \,\text{tag}\,\Phi} = \frac{\sin.\Phi}{\sin.(\nu + \Phi)},$$

quem ergo valorem loco p in calculum introducamus. Hinc ergo habebimus $1 + pp = \frac{\sin.\Phi^2 + \sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.(\nu+\Phi)^2}$ et

$$1 - 2p\cos.\nu + pp = \frac{\sin.\Phi^2 - 2\cos.\nu \sin.\Phi \sin.(\Phi+\nu) + \sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.(\nu+\Phi)^2}$$

cujus numerator reducitur simpliciter ad $\sin.\nu^2$, quod cum ex ipsa forma non nisi operose deduci queat, hoc modo facillime ostenditur.

Fig 6. Consideretur triangulum abc, in quo sit angulus $bac = \nu$ et $abc = \Phi$, eritque angulus $acd = \nu + \Phi$, quorum sinibus cum latera sint proportionalia, statuatur $ab = m \sin.(\nu \;\; \Phi)$ et $ac = m \sin.\Phi$ et $bc = m \sin.\nu$. At vero ex lateribus ab et ac cum angulo intercepto ν colligitur

$$bc^2 = mm\sin.\Phi^2 - 2mm\sin.\Phi\sin.(\nu+\Phi)\cos.\nu + mm\sin.(\nu+\Phi)^2$$
$$= mm\sin.\nu^2.$$

§. 22. His jam valoribus introductis erit

$$l\,x\,\left(\frac{\sin.\nu}{\sin.(\nu+\Phi)}\right)^2 = C - \frac{2}{\text{tag.}\,\nu}\,\Phi,$$

hinc que ad numeros progrediendo

$$x = \frac{a\sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.\nu^2}\,e^{-\frac{2\Phi}{\text{tag}\,\nu}},$$

tum vero applicata erit

$$y = \frac{a\,(\sin.\Phi^2 + \sin.(\nu+\Phi)^2)}{2\cos.\nu\sin.\nu^2}\,e^{-\frac{2\Phi}{\text{tag.}\,\nu}}.$$

Quae formulae, sumto parametro a variabili, suppeditant innumerabiles curvas satisfacientes.

§. 23. Hic iterum manifestum est, abscissam x nunquam negativam fieri posse; evaneseet autem sumto $\Phi = -\nu$, quo casu fit $y = \frac{a}{2\cos.\nu}\,e^{\frac{2\nu}{\text{tag}\,\nu}}$, tum vero $p = \infty$, ideoque curva iterum verticalem in a tanget et ut casu praecedente curva ascendet, donec

fiat $p = 0$, hoc est $\Phi = 0$. Hoc ergo loco fiet $x = a$ et $y = \frac{a}{2\cos.\nu}$. Quo usque autem angulus Φ increscet, tam abscissa quam applicata non ultra certum limitem excrescent. Posito enim $\Phi = \infty$ tam x quam y iterum evanescunt. Ceterum hoc casu nulla dabitur linea recta ex initio I descendens, super qua corpus eodem tempore ad singulas verticales perveniret.

§ 24. Plenior autem hujus casus evolutio maximis premitur difficultatibus. Cum enim corpora super his curvis secundum horizontem motu uniformiter accelerato progredi debeant, hinc necessario sequi videtur, has curvas in infinitum extendi debere, cum tamen per nostras formulas semper in spatium finitum redigantur, nisi angulus Φ negative accipiatur; tum enim, eo in infinitum aucto, formula $\epsilon^{-2\Phi}\cot.\nu$ utique in valorem infinitum excrescit. Interim tamen, dum iste arcus ulterius per totam peripheriam circuli augetur, interea sinus anguli $\Phi + \nu$ bis in nihilum abit, ideoque abscissa x quam continuo in infinitum extendere volebamus, bis adeo evanescet, quae omnia quamvis maxime inter se pugnare videantur, tamen egregie cum veritate conciliari possunt, quemadmodum in peculiari dissertatione sum ostensurus.

§. 25. Sit $n > 1$ et cum $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2p\partial p}{1 - 2np + pp}$ et $y = \frac{x(1+pp)}{2n}$, formula $1 - 2np + pp$ semper habebit duos factores reales, qui sint $p - \alpha$ et $p - \beta$, atque requiritur ut sit $\alpha\beta = 1$ et $\alpha + \beta = 2n$. unde fit $\alpha = n + \sqrt{nn - 1}$ et $\beta = n - \sqrt{nn - 1}$. Cum igitur sit $\frac{\partial x}{x} = -\frac{2p\partial p}{(p-\alpha)(p-\beta)}$, hinc statim duos casus satisfacientes eruere licet. Quoniam enim $\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{(p-\alpha)(p-\beta)}{2px}$, huic aequationi satisfacit tam $p = \alpha$, quam $p = \beta$, unde deducimus has duas solutiones particulares: 1°) $y = \frac{1+\alpha\alpha}{2n}x$; 2°) $y = \frac{1+\beta\beta}{2n}x$, quae praebent duas rectas ad horizontem inclinatas, pro quarum altera si sumamus $y = \mu x$ et pro altera $y = \nu x$, erit $\mu\nu = \frac{(1+\alpha\alpha)(1+\beta\beta)}{4nn} = 1$, Casus III.

ita ut angulorum, sub quibus hae duae rectae ad horizontem inclinantur, alter alterius sit complementum ad rectum. Erit autem $\mu = n + \sqrt{nn-1}$ et $\nu = n - \sqrt{nn-1}$; scilicet $\mu = \alpha$ et $\nu = \beta$.

§. 26. Quatenus autem est $\frac{\partial x}{x} = -\frac{-2p\partial p}{1-2np+pp}$, erit ex parte integrando $lx\,(1-2np+pp) = -2n\int \frac{\partial p}{(p-\alpha)(p-\beta)}$. Haec vero formula differentialis $\frac{2n\partial p}{(p-\alpha)(p-\beta)}$, resolvitur in has partes:

$$\frac{2n}{\beta-\alpha}\cdot\frac{\partial p}{p-\alpha} - \frac{2n}{\beta-\alpha}\cdot\frac{\partial p}{p-\beta};$$

unde ejus integrale erit $\frac{2n}{\beta-\alpha}\,l\,\frac{p-\alpha}{p-\beta}$, sive $\frac{2n}{\alpha-\beta}\,l\,\frac{p-\beta}{p-\alpha}$. Est vero $\frac{2n}{\alpha-\beta} = \frac{n}{\sqrt{nn-1}}$, cujus loco scribamus λ, ita ut sit $\lambda = \frac{n}{\sqrt{nn-1}}$, ideoque $\lambda > 1$. Nunc igitur ad numeros adscendendo et constantem arbitrariam a introducendo nanciscemur hanc aequationem:

$$x = \frac{a}{(p-\alpha)(p-\beta)}\cdot\left(\frac{p-\beta}{p-\alpha}\right)^{\lambda},$$

existente $\alpha = n + \sqrt{nn-1}$ et $\beta = n - \sqrt{nn-1}$.

§. 27. Praeterea vero hinc erit

$$y = \frac{x(1+pp)}{2n} = \frac{a(1+pp)}{2n(p-\alpha)(p-\beta)}\cdot\left(\frac{p-\beta}{p-\alpha}\right)^{\lambda},$$

atque hae duae formulae pro x et y, siquidem parametrum a variabilem assumamus, infinitas complectitur curvas problemati satisfacientes, quae omnes inter se erunt similes, ita ut constructa una reliquae omnes ex principio similitudinis facillime construi possint. Manifestum autem est, sumto $p = \beta = n - \sqrt{nn-1}$ fore tam $x = 0$ quam $y = 0$, scilicet pro curvae initio in puncto I constituto. Hinc autem, si p successive augeatur usque ad $p = \alpha = n + \sqrt{nn-1}$, tum ambae coordinatae x et y evadent infinitae, et ramus infinitesimus ad horizontem inclinabitur sub angulo cujus tangens est $\alpha = n + \sqrt{nn-1}$, dum in ipso initio tangens inclinationis erat $\beta = n - \sqrt{nn-1}$. Curva igitur habebit formam figura 7 re-

Tab. I. Fig. 7.

praesentatam. Ceterum patet hunc casum nullas plane difficultates involvere, uti praecedens, sed omnia esse planissima.

Problema II.

Si lineae synchronae omnes fuerint rectae IB, XY, inter se parallelae, atque ad axem horizontalem IC sub angulo quocunque CIB $= \zeta$ inclinatae, invenire curvas AY, super quibus corpus descendens aequalibus temporibus ad quamlibet synchronam XY perveniat, dum scilicet, ut ante, celeritas in Y fuerit debita distantiae hujus loci ab axe AC. Tab. II. Fig. 8.

Solutio.

§. 28. Quo hunc casum facilius ad calculum revocemus, statuamus applicatas XY sub eodem angulo CXY $= \zeta$ ad axem IC inclinatas; unde si ponamus abscissam IX $= x$, applicatam XY $= y$ et $\partial y = p\partial x$, fiet elementum curvae $Yy = \partial x\sqrt{1 + 2p\cos.\zeta + pp}$, unde tempus descensus per arcum AY erit $\int \frac{\partial x\sqrt{1 + 2p\cos.\zeta + pp}}{\sqrt{y}\sin.\zeta}$, quod cum pro tota synchrona XY debeat esse idem, necesse est ut aequetur functioni cuipiam abscissae IX $= x$, quae sit $=$ X. Hinc posito $\partial X = X'\partial x$, habebimus differentiando $\frac{\sqrt{1 + 2p\cos.\zeta + pp}}{\sqrt{y}\sin.\zeta} = X'$, unde fit $y\sin.\zeta = \frac{1 + 2p\cos\zeta + pp}{X'X'}$, quae aequatio si differentietur et loco ∂y scribatur $p\partial x$, emerget aequatio differentialis inter binas tantum variabiles x et p, quae autem praeter duos casus vix ullo modo ad integrabilitatem reduci potest.

§ 29. Quod si motum corporis in singulis punctis resolvamus secundum directiones abscissae et applicatae, hi duo casus sunt quando celeritas horizontalis fuerit vel constans, vel ut radix quadrata ex abscissa IX. Hos ergo duos casus hic evolvamus.

Evolutio casus,

quo celeritas horizontalis est constans.

§. 30. Sit igitur ista celeritas $= 1/c\sin.\zeta$, eritque tempusculum per elementum $\frac{\partial x}{\sqrt{c}\sin.\zeta} = \frac{\partial x\sqrt{1+2p\cos.\zeta+pp}}{\sqrt{y}\sin.\zeta}$, unde oritur

$$y = c(1+2p\cos.\zeta+pp),$$

ubi brevitatis gratia ponamus $\cos.\zeta = \alpha$, eritque hinc

$$\partial y = p\partial x = 2\alpha c\partial p + 2p\partial p,$$

ideoque $\partial x = 2\alpha c\frac{\partial p}{p} + 2c\partial p$, unde integrando oritur

$$x = a + 2cp + 2\alpha clp.$$

Unde patet hanc curvam esse transcendentem; neque tamen multum discrepabit a parabola, quam in praecedente problemate invenimus. Haec autem curva horizontaliter promota omnes praebebit curvas quas quaerimus.

Evolutio casus,

quo celeritas horizontalis est ut $\sqrt{x}$, sive motus horizontalis uniformiter acceleratus.

§. 31. Ponatur igitur celeritas horizontalis $\frac{\sqrt{x}\sin.\zeta}{n}$, eritque elementum temporis $= \frac{\partial x\sqrt{n}}{\sqrt{x}\sin.\zeta} = \frac{\partial x\sqrt{1+2\alpha p+pp}}{\sqrt{y}\sin.\zeta}$, unde colligimus $np\partial x = \partial\alpha(1+2\alpha p+pp)+2x\partial p(\alpha+p)$, ideoque

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{-2\partial p(\alpha+p)}{1+(2\alpha-n)p+pp}.$$

§. 32. Ponamus $2\alpha - n = -2m$, ut habeamus hanc aequationem: $\frac{\partial x}{x} = \frac{-2\partial p(\alpha+p)}{1-2mp+pp}$, ubi etiam tres casus tractari convenit, prout fuerit vel $m > 1$, vel $m = 1$, vel $m < 1$, quorum postremus iterum iisdem difficultatibus implicatur, quas in praecedente problemate offendimus. Quia autem eas in peculiari dissertatione enodare mihi est propositum, non solum casum tertium sed etiam secundum, huic investigationi reservabo, quandoquidem etiam tractatio secundi casus supra data emendatione indiget.

§. 33. Contemplemur ergo hic tantum casum quo $m > 1$, sintque factores formulae $1 - 2mp + pp$, $p + f$ et $p - g$, eritque $f + g = 2m$ et $fg = 1$, ideoque $f = m + \sqrt{mm - 1}$ et $g = m - \sqrt{mm - 1}$, atque ex aequatione $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{(p-f)(p-g)}{2x(\alpha+p)}$ jam duo casus satisfacientes eliciuntur, scilicet $p = f$ et $p = g$, qui duas praebent lineas rectas ex ipso puncto I eductas, pro quarum altera erit $y = fx$ et pro altera $y = gx$.

§. 34. Ponamus igitur alteram harum rectarum $y = fx$ ad axem inclinari sub angulo μ, alteram vero $y = gx$ sub angulo ν, eritque tag. $\mu = \frac{f \sin. \zeta}{1 + f \cos. \zeta}$ et tag. $\nu = \frac{g \sin. \zeta}{1 + g \cos. \zeta}$, unde collligitur

$$\text{tag.}(\mu + \nu) = \frac{(f+g)\sin.\zeta + 2fg \sin \zeta}{1 + (f+g)\cos.\zeta + fg\cos.\zeta^2 - fg\sin.\zeta^2}.$$

Cum jam sit $f + g = 2m$ et $fg = 1$, erit

$$\text{tag.}(\mu + \nu) = \frac{(2m+2)\sin \zeta}{1 + 2m\cos.\zeta + \cos.\zeta^2 - \sin.\zeta^2},$$

quae formula manifesto reducitur ad tag. $(\mu + \nu) =$ tag. ζ, ita ut summa amborum angulorum $\mu + \nu$ semper aequetur angulo inclinationis ζ.

§. 25. Praeter has autem duas rectas innumerabiles lineae curvae reperiuntur. Cum enim sit $\frac{\partial x}{x} = \frac{-2\partial p(\alpha+p)}{1 - 2mp + pp}$, haec fractio resolvitur in has: $\frac{\partial x}{x} = \frac{-2p\partial p + 2m\partial p}{1 - 2mp + pp} - \frac{2\partial p(\alpha+m)}{1 - 2mp + pp}$, cujus integrale, ob $\alpha + m = \frac{n}{2}$, est $lx = la - l(p-f)(p-g) + \frac{n}{2\sqrt{m^2-1}} l\frac{p-g}{p-f}$

Sit nunc brevitatis gratia $\frac{n}{2\sqrt{mm-1}} = \lambda$, eritque

$$x = \frac{a}{(p-f)(p-g)} \cdot \left(\frac{p-g}{p-f}\right)^{\lambda},$$

ubi notasse juvabit exponentem λ semper esse unitate majorem, excepto casu quo angulus ζ recto major evadit. Quare ex his formulis ejusmodi fere curvae nascuntur uti in problemate praecedente, scilicet hae curvae in initio ad axem inclinantur sub minore angulorum μ et ν. Hinc autem tractu satis uniformi in infinitum porrigentur, ubi inclinatio ad axem majori angulorum μ et ν aequabitur.

§. 36. Hoc igitur modo omnes casus expedivimus, quibus lineae synchronae sunt rectae. Quando autem eae debent esse curvae, hinc nulla plane via patere videtur ad problema Synchronarum inversum resolvendum. Tandem tamen, postquam plura de hoc argumento essem meditatus, incidi in methodum non parum elegantem non solum hoc problema sed etiam infinita alia ejusdem generis resolvendi, quam proxima occasione exponere constitui.

METHODUS NOVA ET GENERALIS

PROBLEMA SYNCHRONARUM INVERSUM

ALIAQUE EJUSDEM GENERIS RESOLVENDI

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 28. Maii 1781.

§. 1. Quo clarius haec methodus excoli queat ipsum problema Synchronarum directum breviter considerari convenit. Propositae igitur sint infinitae curvae AMM′, *amm′*, etc. quae contineantur aequatione quacunque inter binas coordinatas IP $= x$ et PM $= y$. quam ingrediatur parameter $= a$, ex cujus variatione omnes hae infinitae curvae nascantur. Jam super singulis his curvis concipiantur corpora descendere, quorum celeritates ubique sint ut radix quadrata ex abscissa, sicque cum elementum curvae AM, posito $\partial y = p\partial x$. sit $\partial x\sqrt{1+pp}$, erit tempus descensus per arcum AM $= \int \frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}}$. Tab. II. Fig. 1.

§. 2. Jam in problemate Synchronarum directo quaeruntur ejusmodi curvae CM*m*, quae ab omnibus illis curvis abscindant arcus AM, *am*, aequalibus temporibus percursos, sive isochronos; quam ob causam istae curvae CM*m* vocatae sunt Synchronae, quarum numerus etiam manifesto est infinitus, prout pro qualibet tempus descensus sive majus fuerit sive minus assumtum. Hinc igitur constructio harum Synchronarum nulla laborat difficultate. Quando vero pro iis aequatio inter binas coordinatas IP $= x$ et PM $= y$ requiritur, saepenumero utique maximae difficultates occurrunt. Postquam enim

positum fuerit $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = C$, scilicet constantis magnitudinis, in hac formula integrali parameter ille a continetur et pro constante habetur, qui quoniam pro diversis curvis AM est variabilis, is neutiquam in aequationem pro curva synchrona CM ingredi potest. Quamobrem ex aequatione pro illis curvis, data inter x, y et a, valor ipsius a per x et y expressus erui debet, qui pro a in aequatione $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = C$, postquam jam fuerit integrata, substitutus, dabit aequationem pro curva synchrona. Tum vero ipsa quantitas C, quae pro diversis Synchronis est diversa, tanquam earum parameter variabilis spectari potest.

§. 3. Quoniam autem hujusmodi quaestiones multo latius extendi possunt, dum scilicet aliae formulae integrales proponuntur, quae pro omnibus arcubus abscindendis AM aequales valores sortiantur, curvas istas AM in sequentibus appellabo *secandas*, atque curvas, quae hactenus Synchronae sunt vocatae, in posterum curvas *secantes* vocabo, et problema inversum, nunc ita erit enunciandum ut datis omnibus curvis secantibus CM, C′M′, aequatione quacunque inter coordinatas x et y, una cum parametro earum variabili c, contentis curvae secandae investigentur, a quibus scilicet quaelibet secans AM ejusmodi portiones abscindat, quibus idem valor certae formulae integralis conveniat, hocque modo quaestio, quam hic tractandam suscepi, in latissimo sensu enunciatur. Interim tamen, donec ipsam methodum a me inventam exposuero, formulam illam temporis $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}}$ in calculo retinebo, quippe cui deinceps facile erit ampliorem significatum tribuere.

§. 4. In superiore quidem dissertatione super hoc argumento jam eos casus feliciter expedivi, quibus lineae secantes sunt rectae quaecunque inter se parallelae, neque vero eo tempore mihi quidem licuit hanc investigationem, sive ad alias rectas inter se non paral-

lelas, sive adeo ad lineas curvas, instituere. Postquam autem multum de hoc argumento essem meditatus in methodum satis facilem atque adeo maxime generalem incidi, quam ad quasvis hujus generis quaestiones accommodare licebit. Eam igitur hic clare ac dilucide explicare constitui.

§. 5. Cum igitur quaelibet linearum secantium CM suo parametro c determinetur, atque omnia tempora per curvas secandas eo usque etiam sint eadem, ea vel ipsi parametro c, vel cuivis ejus functioni C aequalia erunt statuenda, ita ut sit $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = C$, unde cum C infinitos valores recipere possit, ex quorum quolibet totus ordo curvarum secandarum oriri possit, manifestum est problema inversum, quod hic tractamus, multo latius patere quam directum.

§. 6. Cum igitur pro curvis secandis habeatur haec aequatio generalissima: $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = C$, si ponamus, dum ipse parameter c incrementum accipit ∂c, fieri $\partial C = C' \partial c$, tum omnia tempora per curvas secandas usque ad proximam curvam secantem pertingere debebunt, unde differentiatio nos perducit ad hanc aequationem: $\frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = C' \partial c$, cujus aequationis integrale completum, ob constantem arbitrariam ingressam, infinitas producet curvas secandas, quarum scilicet variabilis parameter erit illa ipsa constans.

§. 7. Verum ista aequatio nihil plane lucri adferre videtur ad ipsas curvas secandas definiendas, siquidem parameter ille curvarum secantium c nullo modo in determinationem secandarum admitti potest, quoniam curvae secandae ad omnes plane secantes pari ratione referri debent, quemadmodum etiam in problemate directo parameter curvarum secandarum a penitus ab investigatione curvarum secantium removeri debuit, dum scilicet ex aequatione pro cur-

vis secandis inter binas coordinatas x et y et parametrum a valor ipsius a erui debebat ejusque loco substitui.

§. 8. Cum igitur hic similis occurrat casus, dum natura curvarum secantium aequatione inter coordinatas x, y et parametrum c data sumitur, nihil aliud opus est, nisi ut ex hac ipsa aequatione valorem parametri c per ambas coordinatas x et y exprimamus; hoc enim valore substituto formula $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}}$ aequari debebit certae functioni binarum tantum variabilium x et y, quam statuamus $= V$, unde differentiando prodeat $\partial V = P\partial x + Q\partial y$, ita ut ista forma sit differentiale verum ideoque $\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)$. Hinc igitur pro curvis secandis obtinebitur ista aequatio differentialis:

$$\frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = P\partial x + Q\partial y,$$

et quia posuimus $\partial y = p\partial x$, differentialia penitus ex calculo excedent, eritque $\frac{\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = P + Qp$, quae praeter binas variabiles x et y adhuc litteram p involvit, cujus valor hinc facile definiri poterit, ope scilicet aequationis tantum quadraticae. Invento autem isto valore p, ejus loco restituatur valor $\frac{\partial y}{\partial x}$, hocque modo habebimus aequationem differentialem primi gradus inter binas coordinatas x et y, cujus integratio completa suppeditabit omnes curvas secandas, hacque solutione in genere acquiescere oportet.

§. 9. Quando autem omnes curvae secantes sunt inter se similes; centro similitudinis in initio coordinatarum I constituto, quod fit si aequatio inter x, y et c fuerit homogenea, tum pro c invenietur semper functio homogenea unius dimensionis ipsarum x et y, hocque modo pro V habebitur functio homogenea ipsarum x et y, cujus numerus dimensionum si fuerit n, posito $y = ux$ illa functio V induet hanc formam $x^n U$, denotante U certam functionem ipsius u, ideoque pro curvis secandis hebebimus istam aequationem:

$$\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = x^n U,$$

ad quam differentiandam sit $\partial U = U\,\partial u$, et quia $\partial y = u\partial x + x\partial u$, simulque $\partial y = p\partial x$, hinc oritur $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$. Instituta ergo differentiatione loco ∂x ubique scribamus $\frac{x\,\partial u}{p-u}$, atque differentialia ex calculo excedent; reperietur enim talis aequatio:

$$\frac{\sqrt{x(1+pp)}}{p-u} = \frac{nx^n U}{p-u} + x^n U', \text{ sive } \sqrt{x(1+pp)} = nx^n U + x^n(p-u)U',$$

quae quidem tres variabiles p, u, x involvit, at vero hoc nobis praestat commodum, ut inde x facile eliminari possit; dividendo enim per $\sqrt{x}$ pervenietur ad hanc aequationem:

$$\sqrt{1+pp} = x^{n-\frac{1}{2}}(nU + (p-u)\,U'),$$

unde sumtis differentialibus logarithmicis et loco $\frac{\partial x}{x}$ scribendo $\frac{\partial u}{p-u}$ orietur haec aequatio:

$$\frac{p\,\partial p}{1+pp} = (n-\tfrac{1}{2})\frac{\partial u}{p-u} + \frac{d(nU+(p-u)U')}{nU+(p-u)U'},$$

quae jam binas tantum variabiles p et u involvit; unde si valorem ipsius p per u completo modo definire licuerit, sine ulteriore integratione omnia elementa pro curvis secandis assignare valebimus per solam variabilem u. Primo enim erit

$$x^{n-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1+pp}}{nU+(p-u)U'};$$

unde eruto valore ipsius x erit $y = ux$, hocque modo omnia erunt praestita, quae desiderari possunt.

§. 10. Casus autem hic singularis occurrit prae ceteris maxime memorabilis, scilicet quando $n = \frac{1}{2}$; tum enim statim se offert aequatio duas tantum variabiles p et u involvens, scilicet:

$$\sqrt{1+pp} = \tfrac{1}{2}U + (p-u)\,U,$$

unde jam facile definitur p, qui valor si in formula $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$ substituatur, integratione completa peracta exprimetur x per u, indeque fit $y = ux$, quae relatio, una cum constante ingressa, infinitas curvas secandas exhibebit. Cum autem pro C functionem quamcunque ipsius c assumere liceat, semper pro V talis functio $x^n U$ accipi

poterit, ubi sit $n = \frac{1}{2}$, ex quo casu plerumque simplicissimae solutiones eruuntur.

§. 11. Superfluum jam foret monere, eandem methodum pari successu adhiberi posse, si loco formulae $\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}}$, qua tempus exprimitur, quaecunque alia formula integralis proponatur, cujus omnes valores inter binas quascunque curvas secantes interceptae sint inter se aequales. Quin etiam res extendi poterit ad formulam integralem maxime generalem $\int Z\,\partial x$, qualis in doctrina de curvis maximi minimive proprietate gaudentibus tractari solet, ubi scilicet, posito $\partial y = p\partial x$, $\partial q = r\partial x$, etc. sit

$$\partial Z = M\partial x + N\partial y + P\partial p + Q\partial q + \text{etc.}$$

veluti si tales curvae secandae quaerantur, ut lineae secantes datae ab iis omnibus arcus aequales abscindant. At vero exposita methodo generali omnes hujusmodi quaestionus resolvendi nihil aliud superesse videtur, nisi ut quaedam problemata hujus generis specialissima resolvamus.

Problema I.

Tab. II. Fig. 2. *Si lineae secantes omnes fuerint lineae rectae, ex ipso motus initio I tanquam radii emissae, invenire curvas secandas, simpliciores saltem, quarum arcus inter binos radios quosvis intercepti aequalibus temporibus percurrantur.*

Solutio.

§. 12. Sit igitur IM talis radius quicunque, et posita abscissa $IP = x$, applicata $PM = y$, aequatio omnes has lineas secantes in se complectens erit $y = cx$; ubi scilicet c locum tenet parametri variabilis. Cum igitur hinc sit $c = \frac{y}{x}$, tempus descensus per curvam secandam IM aequari debebit functioni cuicunque ipsius $\frac{y}{x}$, haecque aequatio omnes plane curvas secandas in se continebit.

§. 13. Ponamus nunc $y = ux$, et cum posuerimus $\partial y = p\partial x$, hinc sequitur fore $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$. Denotante jam v functionem quamcunque ipsius u aequatio generalis pro omnibus curvis secandis erit $\int \frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = \int v\partial u$, ideoque $\frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = v\partial u$. Nunc loco ∂x scribatur valor $\frac{x\partial u}{p-u}$, orieturque haec aequatio finita:

$$\sqrt{x}(1+pp) = v(p-u).$$

§. 14. Sumantur nunc differentialia logarithmorum, ut loco $\frac{\partial x}{x}$ scribi possit $\frac{\partial u}{p-u}$ atque obtinebitur ista aequatio:

$$\frac{\partial u}{p-u} + \frac{2p\partial p}{1+pp} = \frac{2\partial v}{v} + \frac{2(\partial p - \partial u)}{p-u}, \text{ sive } \frac{3\partial u}{p-u} - \frac{2\partial v}{v} = \frac{2\partial p(1+pu)}{(p-u)(1+pp)},$$

ubi quidem variabiles p et u non parum sunt permixtae. Verum in talibus formulis haec substitutio $p = \frac{t+u}{1-tu}$ optimo successu adhiberi potest: hinc enim fit $p-u = \frac{t(1+uu)}{1-tu}$ et $1+pu = \frac{1+uu}{1-tu}$; ita ut $\frac{1+pu}{p-u} = \frac{1}{t}$. Deinde vero erit $1+pp = \frac{(1+tt)(1+uu)}{(1-tu)^2}$ et $\partial p = \frac{\partial t(1+uu)+\partial u(1+tt)}{(1-tu)^2}$, ex quo derivatur $\frac{\partial p}{1+pp} = \frac{\partial t}{1+tt} + \frac{\partial u}{1+uu}$.

§. 15. Facta ergo hac substitutione aequatio nostra induet hanc formam:

$$\frac{3(1-tu)\partial u}{t(1+uu)} - \frac{2\partial v}{v} = \frac{2\partial t}{t(1+tt)} + \frac{2\partial u}{t(1+uu)}.$$

Resolvatur jam primum hujus aequationis membrum in suas partes $\frac{3\partial u}{t(1+uu)} - \frac{3u\partial u}{1+uu}$, atque evidens est, si fiat $\frac{2\partial v}{v} + \frac{3u\partial u}{1+uu} = 0$, unde fit $v = \frac{b}{(1+uu)^{\frac{3}{2}}}$, reliqua membra aequationis per t multiplicata praebere $\frac{\partial u}{1+uu} = \frac{2\partial t}{1+tt}$, cujus integrale est:

$$\text{Arc. tag. } u + \text{Arc. tag. } \alpha = 2\,\text{Arc. tag. } t = \text{A tag. } \frac{2t}{1-tt}.$$

§. 16. Quo jam haec solutio clarior reddatur ponatur $\text{A tag. } u = \Phi$, ut sit $u = \text{tag. } \Phi$, atque nunc habebimus $\frac{2t}{1-tt} = \text{tag.}(\Phi + \alpha)$;

unde deducitur $t = \frac{1 - \cos.(\Phi + \alpha)}{\sin.(\Phi + \alpha)}$, quo valore invento, regrediendo ad valores praecedentes, sine ulteriori integratione omnes curvas secandas determinare licebit, siquidem constans α vicem gerit parametri variabilis.

§. 17. Initio invenimus $V x = \frac{v(p - u)}{\sqrt{1 + pp}}$, quae aequatio, introducta littera t, in hanc abit: $\sqrt{x} = \frac{vt\sqrt{}}{\sqrt{1 + tt}} + uu$. Quare cum sit $v = \frac{b}{(1 + uu)^{\frac{1}{4}}}$, fiet $\sqrt{x} = \frac{bt}{\sqrt{1 + tt}\sqrt{(1 + uu)}}$, et loco u posito tag. Φ hic valor erit $\sqrt{x} = \frac{bt}{\sqrt{1 + tt}\sqrt{\cos.\Phi}} = \frac{bt\sqrt{\cos.\Phi}}{\sqrt{(1 + tt)}}$. Tandem etiam pro t valor inventus substituatur, quo facto habebimus

$$\sqrt{x} = b\sqrt{\frac{\cos.\Phi(1 - \cos.(\Phi + \alpha))}{2}}.$$

Ponatur $\frac{b}{\sqrt{2}} = f$, sumtisque quadratis colligitur

$$x = f\cos.\Phi(1 - \cos.(\Phi + \alpha)), \text{ hincque}$$

$$y = xu = x\,\text{tag.}\Phi = f\sin.\Phi(1 - \cos.(\Phi + \alpha)).$$

§. 18. Cum igitur sit tag. $\Phi = u = \frac{y}{x}$, patet Φ exprimere angulum PIM; unde si ponatur chorda IM $= z$ erit

$$z = f(1 - \cos.(\Phi + \alpha)),$$

unde manifestum est, omnes curvas ex variabilitate anguli α ortas aliter a se invicem non differre, nisi quod eadem curva IM circa punctum I convertatur, tum enim in quolibet situ dabit omnes curvas secandas, quae ergo omnes facile describentur, si modo una curva, veluti pro casu $\alpha = 0$, fuerit constructa, pro qua ergo cum habeamus inter angulum PIM $= \Phi$ et rectam IM $= z$ aequationem $f(1 - \cos.\Phi) = z$. haud difficulter perspicietur hanc curvam esse *Epicycloidem* ex revolutione circuli super alio sibi aequali natam, quippe cujus cuspis in ipsum punctum I incidit, quae ergo curva,

circa punctum I promota, in quolibet situ exhibebit unam curvarum secandarum.

§. 19. Plurimum etiam ostendisse juvabit hanc ipsam aequationem $z = f(1 - \cos.(\Phi + \alpha))$ conditionibus problematis perfecte satisfacere Quaeratur primo elementum curvae, quod est $\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}$, et cum sit $\partial z = f\partial\Phi \sin.(\Phi + \alpha)$, erit

$$\partial z^2 + zz\,\partial\Phi^2 = 2ff\partial\Phi^2(1 - \cos.(\Phi + \alpha))$$

sicque elementum curvae erit $f\partial\Phi\sqrt{2(1 - \cos.(\Phi + \alpha))}$, quod per celeritatem $\sqrt{x} = \sqrt{z}\cos.\Phi = \sqrt{f}\cos.\Phi\,(1 - \cos.(\Phi + \alpha))$ divisum dabit elementum temporis $\frac{\partial\Phi\sqrt{2f}}{\sqrt{\cos.\Phi}}$, unde cum parameter variabilis α ex calculo sponte excesserit, patet omnia tempora a quovis angulo Φ ad quemvis alium extensa aequalia inter se esse futura. Tales curvas figura adjecta exhibet. Tab. II. Fig. 3.

Eadem solutio ita brevissime eruitur:

§. 20. Quia methodus nostra generalis non tantum ad coordinatas orthogonales, sed etiam ad obliquangulas, atque adeo ad binas alias variabiles, quibus curvae determinari solent, extendi potest, utamur hic distantia $IM = z$, cum angulo $PIM = \Phi$, eritque pro lineis secantibus $\Phi = c$; unde cum sit $c = \Phi$, tempus descensus, quod est $\int \frac{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}}{\sqrt{z}\cos.\Phi}$, functioni cuicunque ipsius Φ aequari debet. Sumatur ergo $\int \partial\Phi\sqrt{\frac{2b}{\cos.\Phi}}$ pro hac functione, ut obtineamus hanc aequationem: $\frac{\sqrt{\partial z^2 + zz\partial\Phi^2}}{\sqrt{z}\cos.\varphi} = \partial\Phi\sqrt{\frac{2b}{\cos.\Phi}}$, unde prodit $\partial\Phi = \frac{\partial z}{\sqrt{2bz - zz}}$, cujus integrale est $\Phi + \alpha = A \sin.\text{vers}\frac{z}{b}$, ideoque $\Phi + \alpha = A\cos.\frac{b-z}{b}$, unde sequitur $\cos.(\Phi + \alpha) = \frac{b-z}{b}$, consequenter

$$z = b(1 - \cos.(\Phi + \alpha)).$$

Problema II.

Si lineae secantes fuerint circuli IMC, horizontalem IB in I tangentes, invenire lineas secandas simpliciores, quarum Tab. II. Fig. 4.

portiones inter binos quosque horum circulorum interceptae aequalibus temporibus percurrantur, descensus initio semper in puncto I constituto.

Solutio.

§. 21. Vocentur iterum coordinatae IP $= x$, PM $= y$, ac denotante c diametrum IC singulorum horum circulorum habebimus $xx + yy = cx$, unde sequitur fore $c = \frac{xx+yy}{x}$, cujus ergo cuipiam functioni tempora descensus $\int \frac{\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}}$ aequari debebunt. Quo hoc facilius fieri possit ponamus $y = ux$, atque ob $\partial y = p\partial x$ erit $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$. Nunc igitur erit $c = x(1+uu)$; quamobrem tempus descensus statuamus $= \frac{2}{n}\sqrt{x}(1+uu)$, et per differentiationem impetramus

$$\frac{n\partial x\sqrt{1+pp}}{\sqrt{x}} = \frac{\partial x(1+uu)+2xu\partial u}{\sqrt{x(1+uu)}}$$

ubi si loco ∂x scribamus $\frac{x\partial u}{p-u}$, perveniemus ad hanc aequationem:

$$n\sqrt{1+pp} = \sqrt{1+uu} + \frac{2u(p-u)}{\sqrt{1+uu}}.$$

§. 22. Sumamus $n = 1$, quandoquidem hoc casu statim solutio se offert simplicissima. Manifesto enim satisfacit $p = u$, unde cum sit $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p-u}$, necesse est ut u sit constans $= a$, ita ut habeamus $y = ax$, quae aequatio sumto a variabili complectitur omnes lineas rectas ex puncto I eductas, quae cum futurae sint chordae cujusque circuli, manuducunt ad notissimam proprietatem, qua in omni circulo tempora descensus per omnes chordas sunt inter se aequalia.

§. 23. Quia autem iste casus tantum est integrale particulare nostrae aequationis, praeter illas chordas exhiberi quoque poterunt lineae curvae pari proprietate praeditae, ad quas inveniendas utamur iterum hac substitutione $p = \frac{t+u}{1-tu}$, unde fit

$$\sqrt{1+pp} = \frac{\sqrt{(1+tt)(1+uu)}}{1-tu} \text{ et } p-u = \frac{t(1+uu)}{1-tu}$$

sicque nostra aequatio hanc induet formam: $\sqrt{1+tt} = 1+tu$, quae sumtis quadratis praebet $t = \frac{2u}{1-uu}$, ubi quia per t dividere licuit, etiam $t = 0$ dat solutionem, unde fit $p = u$, qui est ipse casus jam supra observatus. Curvas igitur praeterea satisfacientes ex hoc valore $t = \frac{2u}{1-uu}$ erui oportet, qui cum det $p = \frac{3u-u^3}{1-3uu}$, notatu maxime dignum est, quod posito $u = \text{tag.}\,\Phi$ prodierit $t = \text{tag.}\,2\Phi$ et $p = \text{tag.}\,3\Phi$, ubi Φ est angulus quo chorda IM ad axem IB inclinatur, et quia $p = \frac{\partial y}{\partial x}$, angulus, quem tangens curvae IM in M cum verticali facit, erit 3Φ, quae est insignis proprietas curvarum quas invenimus. Tab. II. Fig. 5.

§. 24. Ad has autem penitus evolvendas cum sit $p-u = \frac{2u(1+uu)}{1-3uu}$, habebimus $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u(1-3uu)}{2u(1+uu)}$, quae hoc modo repraesentetur: $\frac{2\partial x}{x} = \frac{\partial u}{u} - \frac{6u\partial u}{1+uu}$, cujus integrale est $2lx = lu - 2l(1+uu) + 2la$; unde deducitur haec aequatio algebraica $xx = \frac{aau}{(1+uu)^2}$, quae ob $u = \frac{y}{x}$ praebet hanc aequationem biquadraticam: $(xx+yy)^2 = aaxy$, ideoque pro linea quarti ordinis. Simul vero in hac aequatione, ob parametrum a variabilem, infinitae curvae secandae continentur, quae omnes hac insigni gaudent proprietate, quod tempus descensus per arcum quemcunque IM semper aequale sit tempori descensus per ejus chordam IM.

§. 25. Ad figuram hujus curvae explorandam introducamus angulum $BIM = \Phi$, ponamusque $IM = z$, erit $xx(1+uu) = zz$, unde prodit haec aequatio: $zz = aa\,\text{tag.}\,\Phi\,\text{cos.}\,\Phi^2 = \frac{1}{2}aa\,\text{sin.}\,2\Phi$. Unde patet distantiam z evanescere tam casu $\Phi = 0$ quam casu $\Phi = 90^\circ$; maxima autem fiet haec distantia z, quando $\Phi = 45^\circ$; tum enim fit $z = \frac{a}{\sqrt{2}}$, atque haec ipsa maxima distantia simul erit diameter. Tota scilicet curva formam habebit in figura exhibitam, Fig 6. nimirum foliis duobus IM, IM′ praeditam. Dum autem parameter

a augetur vel diminuitur infinitae tales curvae describi poterunt tam ampliores quam arctiores, quae omnes praescriptam habebunt proprietatem, ut earum portiones, inter binos quosvis circulos rectam IB in I tangentes interceptae, aequalibus temporibus percurrantur, atque adeo iisdem, quibus chordae absolvuntur.

Ceterum curva jam dudum propter alias proprietates maxime memorabiles cognita est sub nomine *Lemniscatae*.

DE CURVIS

QUARUM RADII OSCULI TENENT RATIONEM DUPLICATAM DISTANTIAE A PUNCTO FIXO,

EARUMQUE MIRABILIBUS PROPRIETATIBUS.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 20. Aug. 1781.

§. 1. Quando curva AZ quaeritur, cujus radius osculi ZR $= r$ aequetur functioni cuicunque distantiae CZ $= z$ a puncto quodam fixo C, solutio facillime derivatur ex relatione inter ipsam distantiam CZ $= z$ et angulum BCZ $= \Phi$, a directione fixa CB computatum. Tum enim ducta curvae tangente ZP, si in eam ex puncto fixo C demittatur perpendiculum CP $= p$, constat formulam $\frac{zdz}{\partial p}$ aequari radio osculi ZR $= r$, unde cum r sit functio data ipsius z, habebimus $\partial p = \frac{z\partial z}{r}$ et $p = \int \frac{z\partial z}{r} + C$, sicque erit etiam p functio cognita distantiae CZ $= z$, et quidem involvens constantem arbitrariam C. Hinc statim colligitur angulus CZP $= \psi$, cum sit $\sin.\psi = \frac{p}{z}$; quare cum sit $\text{tag.}\psi = \frac{z\partial\Phi}{\partial z}$, ob $\text{tag.}\psi = \frac{p}{\sqrt{zz-pp}}$, habebimus $\partial\Phi = \frac{p\partial z}{z\sqrt{(zz-pp)}}$, quae aequatio relationem inter distantiam CZ $= z$ et angulum BCZ $= \Phi$ ita determinat, ut inde constructio curvae per quadraturas effici queat. Tab. III. Fig. 1.

§. 2. Jam pro casu quem hic evolvere constitui, ubi radius osculi proportionalis esse debet quadrato distantiae CZ $= z$, statuamus $r = \frac{zz}{a}$, unde fit $\partial p = a\frac{\partial z}{z}$, ideoque $p = al\frac{z}{c}$, ubi quidem c

denotat constantem quamcunque arbitrariam. Interim tamen ejus loco unitatem tuto scribere licet.

§. 3. Cum igitur sit perpendiculum in tangentem $CP = p = alz$, patet ejus valorem fore negativum, quamdiu $z < 1$, et crescente distantia z continuo imminui, donec tandem evanescat casu $z = 1$, quo tangens per ipsum punctum C transibit. Per totum ergo hoc intervallum curva AZ convexitatem versus C vertet; deinde vero, quando distantia z ultra unitatem augebitur, curvae AZ concavitas centro C obvertetur, siquidem perpendicula in tangentem continuo crescent, in ratione scilicet ipsius lz.

§. 4. Hinc ergo ob $p = alz$, posito angulo $CZP = \psi$, erit $\sin. \psi = \frac{alz}{z}$ et aequatio inter distantiam z et angulum Φ erit $\partial\Phi = \frac{a\partial z lz}{2\sqrt{zz - a^2 lz^2}}$, ubi notandum lz^2 nobis hic semper designare quadratum logarithmi. Hinc etiam ipse arcus curvae quaesitae $AZ = s$ commode definiri poterit, cum sit $\partial s = \frac{z\partial z}{\sqrt{zz - pp}}$ in genere, ideoque nostro casu $\partial s = \frac{z\partial z}{\sqrt{(zz - aa\,(lz)^2)}}$. Hic statim se offert egregia affectio inter arcum curvae s et angulum $BCZ = \Phi$. Cum enim sit

$$\partial s - a\partial\Phi = \frac{z\partial z - \frac{aa\partial z lz}{z}}{\sqrt{(zz - aa\,(lz)^2)}},$$

quae expressio pro numeratore habet differentiale ipsius denominatoris, integrando erit

$$s - a\Phi = \sqrt{(zz - aa\,(lz)^2)} + C,$$

ubi notetur, formulam radicalem exprimere ipsam curvae tangentem ZP, ita ut semper sit $a\Phi = AZ - ZP$.

§. 5. At vero ipsae formulae differentiales ob lz ita sunt comparatae, ut nullo modo ad quadraturas curvarum algebraicarum, multo minus ad logarithmos vel arcus circulares, reduci queant, atque adeo tanquam penitus intractabiles spectari debeant. Quin etiam satis difficile videtur, inde saltem formam curvarum cognoscere.

§ 6. Ante omnia autem hic observandum est ad nullam distantiam a cento C curvam realiter existere, nisi fuerit $zz > aa(lz)^2$; unde statim sequitur curvam non usque ad ipsum centrum C porrigi posse, cum posito $z = 0$ nostra formula radicalis manifesto fiat imaginaria. Interim tamen sumto $z = 1$ ejus valor jam est realis, scilicet $= 1$; unde patet, inter hos limites $z = 0$ et $z = 1$ certo dari ejusmodi valorem pro z, quo fiat $zz - aa(lz)^2 = 0$, atque in hac distantia initium curvae erit constituendum, siquidem propius ad centrum C neutiquam accedere potest. Ponamus hoc evenire casu $z = f$, ita ut sit $ff = aa(lf)^2$, atque ab hac distantia $z = f$, usque ad $z = 1$, curva convexitatem centro C obvertet, ob lz negativum.

§. 7. Quicunque igitur valores litterae a tribuantur, semper dabitur pro z valor f unitate minor, quo fit $ff = aa(lf)^2$, ideoque $f = -alf$; interim tamen nulla adhuc patet via, ex hac aequatione valorem ipsius f accuratae determinandi, unde valoribus proxime veris acquiescere debemus. Ad hos inveniendos ponamus $f = \frac{1}{\zeta}$, ut sit $\zeta > 1$, cujus ergo valor ex hac aequatione: $\zeta l\zeta = \frac{1}{a}$ definiri deberet, id quod semper fieri potest, quantumvis magnus sive parvus fuerit valor ipsius a. At vero vicissim ex assumto valore ζ littera a facillime innotescit, atque adeo tabula confici posset pro omnibus valoribus ζ valores respondentes litterae a repraesentans.

§. 8. Manifestum autem est si a capiatur unitate major, numerum ζ parum unitatem esse superaturum: posito enim $\zeta = 1 + \theta$, existente θ valde parvo, ut sit proxime $l\zeta = \theta$, erit $\theta + \theta\theta = \frac{1}{a}$, ideoque proxime $\theta = \frac{1}{a+1}$. Cognito autem valore prope vero facile erit valores veritati propiores indagare. Ita si fuerit $a = 1$, satis prope erit $\zeta = \frac{7}{4}$, exactius vero $\zeta = \frac{62}{35}$ et adhuc exactius $\zeta = \frac{55}{48}$, qui valor tam prope accedit ad $\sqrt{\pi}$, ut hunc verum ejus valorem esse suspicare liceat. Tum igitur erit $f = \frac{48}{55}$.

§. 9. Ratio autem inter valores litterarum a et f clarius patebit, si sumamus $\zeta = e^n$, existente e numerum cujus logarithmus hyperbolicus est unitas, ita ut sit $e = 2{,}718281828$; tum enim erit $l\zeta = n$ et $ne^n = \frac{1}{a}$, ergo $a = \frac{1}{n}e^{-n}$, cui ergo valori respondet $f = e^{-n}$. Evidens autem est, dum n a 0 usque in infinitum augetur, tum a ab infinito usque ad nihilum diminui, ita ut haec formula omnes plane valores possibiles ipsius a complectatur. Tum autem maximus valor ipsius f erit 1, sumto $n = 0$, quo casu fit $a = \infty$. At dum a evanescit, quod fit si $n = \infty$, etiam f evanescit.

§. 10. Cum formula $zz - aa(lz)^2$ duos habeat factores $z - alz$ et $z + alz$, posterior evanescit casu $z = f$, neque vero ullo alio casu in nihilum abire potest. Videamus igitur quibusnam casibus prior factor, quo $z > 1$, evanescere possit, sive quibus fiat $\frac{alz}{z} = 1$. Evidens autem est, quia fractio $\frac{lz}{z}$ tam casu $z = 1$ quam casu $z = \infty$ evanescit, eam alicubi maximum habituram esse valorem, qui valor incidit, ubi $lz = 1$, ideoque $z = e$, quo ergo casu fit $\frac{lz}{z} = \frac{1}{e}$, ac tum erit $a = e$; unde intelligitur, quamdiu fuerit $a < e$ factorem $z - alz$ nunquam evanescere posse, sed semper fore $z - alz < 1$. His igitur casibus distantiae $CZ = z$ a $z = f$ continuo crescent atque adeo tandem in infinitum augebuntur; quamobrem tractum harum curvarum, quando $a < e$, diligentius examinemus.

§. 11. Cum igitur sit $\partial\Phi = \frac{a\partial z lz}{z\sqrt{(zz - aa(lz)^2)}}$ et $\sin.\psi = \frac{alz}{z}$, denotante ψ angulum quo curva ad distantiam $CZ = z$ inclinatur, ipso initio, quo $z = f$, quia $f < 1$, ideoque logarithmus negativus, elementum $\partial\Phi$ negativum habet valorem et in plagam contrariam verget. Ita si CB fuerit axis, ad quem curva referatur, in eoque capiatur intervallum $CF = f$, curva hoc loco ad axem erit normalis, ob $\sin.\psi = 1$. Hinc autem non sursum sed deorsum deflectet, do-

Tab. III. Fig. 2.

nec fiat distantia $CZ = 1$, ubi cum angulus ψ evanescat, curva rectam CZ in Z tanget, hincque demum versus axem deflectet, ita ut ejus radius osculi continuo crescat secundum formulam $r = \frac{zz}{a}$, angulus vero ψ, qui in Z erat 0, non ultra certum limitem crescet, quem attinget ubi fit $z = e$, quo loco erit sin. $\psi = \frac{a}{e}$. Ab hoc vero loco ulterius a centro C recedendo iste angulus continuo decrescet atque adeo in distantia infinita prorsus evanescet.

§. 12. Cum igitur forma hujus curvae pro quovis valore $a < e$ sive ex radio osculi, sive ex angulo ψ, haud difficulter, proxime saltem, assignari queat, videamus quomodo ad distantias maximas comparata sit futura. Sit igitur CZ′ distantia valde magna, existente angulo $BCZ' = \beta$, ita ut sit angulus ψ valde exiguus, et quia alz prae z ut valde parvum spectari potest, pro ulteriori portione curvae erit $\partial\Phi = -\frac{a\partial z lz}{zz}$, cujus integrale est $\Phi = C - \frac{a(1+lz)}{z}$, ubi constantem C ita definiri oportet, ut pro situ CZ′, a quo quasi ulterius proficiscimur, fiat $\Phi = 0$.

§. 13. Statuamus ergo pro hoc situ $CK = k$, sitque pro quovis alio situ sequente $CZ = z$ et angulus $KCZ = \Phi$, et quia invenimus $\Phi = C - \frac{a(1+lz)}{z}$, sumi debebit $C = \frac{a(1+lk)}{k}$, eritque jam angulus $KCZ = \Phi = \frac{a(1+lk)}{k} - \frac{a(1+lz)}{z}$. Quamobrem ubi distantia z in infinitum augetur, membrum posterius evanescet, fietque $\Phi = \frac{a(1+lk)}{k}$, ita ut curva nunquam ultra hunc angulum, qui sit KCV, digredi possit, undę primo intuitu videtur istam rectam CV, quae respondet distantiae $z = \infty$, futuram esse curvae assymptam, quod tamen maxime foret absurdum, quia curva isti rectae CV concavitatem obvertit, neque usquam punctum flexus contrarii admittit, quandoquidem radius osculi est $r = \frac{zz}{a}$, ideoque in infinitum usque positivus, quod ergo utique insigne est paradoxon. Quia enim invenimus distantiam infinite magnam in directionem CV cadere, hoc nullo modo

Tab. III. Fig. 3.

evenire posse videtur, nisi curva revera ad hanc rectam CV pertingat. Insigne igitur istud paradoxon operae pretium erit omni cura eluere.

§. 14. Cum igitur sit angulus $KCV = \frac{a(1+lk)}{k}$, erit angulus $VCZ = \frac{a(1+lz)}{z}$, unde distantia $CZ = z$, in sinum hujus anguli vel etiam in angulum quam minimum ducta, dabit distantiam puncti Z a recta CV, quae ergo erit $= a(1+lz)$; unde patet hanc distantiam continuo crescere, atque adeo tandem fieri infinitam, ita ut curva nostra KZ non solum nunquam usque ad hanc directionem porrigatur, verum etiam ab ea tandem in infinitum recedat. Quemadmodum igitur haec maxime discordantia inter se conciliari queant non parum arduum videtur.

Tab III. Fig. 4. §. 15. Simile autem paradoxon ipsa parabola communis CZ, super axe CV descripta, nobis offert. Cum enim, positis $CX = x$ et $XZ = y$, sit $yy = ax$, erit tangens anguli $VCZ = \frac{y}{x}$, sive tag $VCZ = \sqrt{\frac{a}{x}}$; unde si punctum Z in infinitum removeamus, angulus VCZ prorsus evanescet, cum tamen punctum Z nunquam certe in axem CV incidat, sed ab eo potius in infinitum removeatur. Idem igitur casus quoque in nostra curva evenire est censendus. Quamobrem positionem
Fig 3 rectae CV ita definire convenit, ut si alia recta ipsi proxima Cv producatur, ea semper ad nostram curvam sit perventura, scilicet inter omnes rectas, quas intra angulum BCV ex C educere licet, linea CV sola est quae curvam nusquam secabit, sicque adeo naturam omnium curvarum, quae resultant quoties $a < e$, satis prope assignare licet.

§. 16. Perpendamus nunc casus quibus $a > e$, ac statim apparet, sumto $z = e$ nostram formulam $zz - aa(lz)^2$ fieri negativam, ideoque curvam ad hanc distantiam fore imaginariam, quod etiam inde patet quod hoc casu sin.ψ fieret $= \frac{a}{e}$, hoc est unitate

major. Cum igitur sumto $z = 1$ nostra formula certe sit positiva, necesse est ut inter valores $z = 1$ et $z = e$ contineatur casus formulam nostram evanescentem reddens, quam distantiam ponamus $= g$, ita ut sit $g = alg$ atque ad hanc distantiam ubique sit angulus ψ rectus.

§. 17. Cum igitur g inter limites 1 et e contineatur, statuamus $g = e^{\alpha}$, ita ut α inter 0 et 1 accipi debeat; tum igitur erit $a = \frac{g}{lg} = \frac{e^{\alpha}}{\alpha}$; unde patet casu $\alpha = 0$ fieri $a = \infty$, at casu $\alpha = 1$ fit $a = e$. Ex quo intelligitur quicunque valor major quam e ipsi a tribuatur, ei semper respondere certum valorem pro α positivum et unitate minorem, sicque distantia g semper inter limites 1 et e continebitur.

§. 18. Cum autem pro distantia $z = \infty$ nostra formula realem obtineat valorem, qui tamen, sumto $z = e$, fit imaginarius, necesse est, ut ultra e denuo occurrat distantia z, ubi nostra formula evanescat, ubi ergo curva iterum ad radium fiat normalis, hincque adeo in infinitum usque extendatur. Statuamus igitur hanc distantiam $z = h$, ita ut etiam sit $\frac{h}{lh} = a$, atque intra limites g et h curva nostra ubique erit imaginaria, ideoque partim inter limites f et g includetur, partim ultra h in infinitum porrigetur, dum spatium inter g et h, annulare, prorsum vacuum relinquitur.

§. 19. Inquiramus igitur in relationem, quae inter binos limites posteriores g et h intercedit, quorum ille minor hic vero major semper est quam e. Hunc in finem ponamus $h = mg$, et cum sit $\frac{h}{lh} = \frac{g}{lg} = a$ ob $lh = lm + lg$, orietur haec aequatio: $\frac{g}{lg} = \frac{mg}{lm + lg}$; unde reperitur $lg = \frac{lm}{m-1}$, hincque ad numeros ascendendo $g = m^{\frac{1}{m-1}}$; tum igitur fit $h = mg = m^{\frac{m}{m-1}}$ atque porro $a = \frac{m-1}{lm} . m^{\frac{1}{m-1}}$. Hae formulae eo magis sunt notatu dignae, quod assumto pro lu-

bitu numero m, inde statim obtineantur idonei valores pro g. h, et a, atque adeo omnes possibiles hoc modo oriantur, dum m ab unitate usque ad infinitum augetur. Sumto autem $m = 1$ hae formulae videntur fieri indefinitae; at vero posito $m = 1 + \delta$, evanescente scilicet δ, erit $g = (1+\delta)^{\frac{1}{\delta}}$, quae formula dat $lg = \frac{1}{\delta} l(1+\delta) = 1$, sicque patet fore $g = e$ et $h = e$, simulque etiam $a = e$. At vero sumto m infinito fit $g = 1$ et tam h quam $a = \infty$, ita tamen ut h infinities majus sit quam a.

§. 20. Sumamus $m = 2$, eritque $g = 2$, $h = 4$ et $a = \frac{2}{l2}$; at sumto $m = 3$, fit $g = \sqrt{3}$, $h = 3\sqrt{3}$, $a = \frac{2\sqrt{3}}{l3}$; unde patet, dum numerum m continuo ultra unitatem augemus, valores ipsius g continuo decrescere, dum a primo valore e tandem usque ad unitatem rediguntur, contra vero valores ipsius h continuo ultra e augentur usque in infinitum, quod idem de valoribus ipsius a est tenendum, continuo autem magis infra h deprimentur. Denique quod ad primum limitem f, unitate minorem, attinet, quia hic a nunquam infra e subsistit, notasse juvabit satis prope semper fore $f = \frac{2a+1}{2a+3}$, unde facile erit eum propius ad veritatem reducere.

§. 21. Notatu ergo etiam maxime dignum est hanc aequationem: $zz - aa\,(lz)^2 = 0$ non solum semper unam habere radicem realem, sed etiam omnibus casibus, quibus $a > e$, tres involvere radices reales, neque adeo plures unquam existere posse, quas radices litteris f, g et h designavimus. Quoniam igitur casus, ubi $a < e$, jam supra exposuimus, quantum quidem hoc aequationum genus intractabile permittit, nunc accuratius in formas nostrarum curvarum, quando $a > e$, inquiramus.

§. 22. Primum autem statim liquet curvas his casibus satisfacientes duabus portionibus a se invicem penitus separatis constare,

quarum prior tota in spatio annulari, inter distantias f et g contento, includitur, posterior vero, in distantia h incipiens, continuo magis a centro C recedet atque adeo in infinitum elongabitur.

§. 23. Referant igitur puncta F, G, H, nostros ternos limites, ita ut sit $CF = f$, $CG = g$, $CH = h$, ubi sit praeterea intervallum $CE = e$. Intima igitur curvae portio ab F incipiens primo infra axem descendet, mox vero supra eum iterum ascendet usque ad distantiam $Cg = g$, ubi ad Cg erit normalis, dehinc ultra g simili modo rursus ad centrum C propius accedet, ita ut recta Cg futura sit diameter istius curvae. Tum vero etiam evidens est, rectam CF pariter fore curvae diametrum, quippe quae infra axem simili tractu continuabitur per punctum g', ita ut etiam Cg' sit diameter; unde fieri potest, ut ista curva, intra spatium annulare quasi coronam referens, infinitis praedita sit diametris, quando scilicet angulus ECg nullam tenebit rationem rationalem ad totam circuli peripheriam. Ceterum haud difficulter hinc intelligere licet, quo minor fuerit intervallum CF, sive quo propius limites F et G ad se invicem, ideoque ad unitatem, accedent, eo minores futuros esse angulos FCg, contra vero eo majores, quo propius distantia CG ad $CE = e$ accedet. Tab. III. Fig. 5.

§. 24. Quod ad alteram portionem per H transeuntem attinet, ea tractu satis uniformi in infinitum a centro C recedet, atque adeo ejus quasi portionem infinitesimam exacte assignare valemus. Sit enim CK distantia jam valde magna $= k$, ideoque angulus $HKC = \psi$ jam valde exiguus, ob $\sin \psi = \frac{a l k}{k}$. Jam ultra hoc punctum K progrediamur in Z, ut sit angulus $KCZ = \Phi$ et distantia $CZ = z$, eritque, uti invenimus, $\partial\Phi = \frac{a\partial z lz}{z\sqrt{zz - aa(lz)^2}}$, ubi membrum $aa l z^2$ prae zz negligere licebit, ita ut sit $\partial\Phi = \frac{a\partial z lz}{zz}$, hinc que integrando $\Phi = C - \frac{a(+lz)}{z}$, ubi quia angulus Φ evanescere debet casu $z = k$, erit $\Phi = \frac{a(+lk)}{k} - \frac{a(+lz)}{z} = KCZ$. Postquam igitur punctum Z in infinitum fuerit remotum, directio CZ Fig. 6.

incidit in CV, eritque angulus KCV $= \frac{a(1+lk)}{k}$; ubi notetur, ob distantiam k valde magnam, fore $\psi = \frac{alk}{k}$, unde fiet KCV $= \psi + \frac{a}{k}$. Hinc sequitur prò quovis situ CZ angulum ZCV semper esse superaturum angulum KZC, idque eadem quantitate $\frac{a}{z}$. Non solum autem haec curva KZ, in infinitum continuata, nunquam ad rectam CV accedet, verum adeo continuo magis recedet, uti jam supra observavimus.

Tab. III. Fig. 5.

§. 25. Casus autem hic occurrit maxime memorabilis, quo ambo limites G et H in puncto E concurrunt atque spatium vacuum inter binas curvae portiones prorsus evanescit, ita ut nunc tota curva uno quasi tractu in infinitum extendatur. At vero hoc casu angulus ille FCg, sive semiamplitudo volutarum, priorem portionem constituentium, in infinitum augebitur, ita ut curva ab F profecta per infinitas spiras demum ad distantiam CG $=$ CE $= e$ pertinget, cujus adeo gyri postremi omnes erunt circuli radio $= e$ descripti, quibus percursis curva demum incipiet altius ascendere e posteriorem curvae portionem formare.

§. 26. Haec autem mirabilia symptomata ob calculi difficultatem accuratius evolvere non licet; verum hic adhuc aliud memorabile phaenomenon se offert. Quamvis enim analysis supra allata omnes plane casus, quibus problemati satisfieri queat, complecti videatur, tamen datur casus adeo maxime obvius, problemati perfectissime satisfaciens, scilicet circulus centro C radio a descriptus, pro quo fit ubique $z = a$. Tum enim manifesto erit radius osculi $\frac{zz}{a} = a$. At vero hic casus $z = a$ neutiquam in nostra aequatione finali $\partial\Phi = \frac{a\partial zlz}{2\sqrt{zz - aa(lz)^2}}$ continetur, cum nostra expressio, posito $z = a$, fiat imaginaria, quoties scilicet fuerit $a > e$. Videtur ergo istum casum maxime obvium quasi per divisionem ex calculo expulsum fuisse.

DE UNCIIS POTESTATUM BINOMII EARUMQUE INTERPOLATIONE.

AUCTORE
L. EULERO.

Conventui exhibuit die 3. Dec. 1781.

§. 1. Evolutionem potestatis $(1+x)^n$ sequenti modo per idoneos characteres repraesentemus:

$$(1+x)^n = 1 + \left(\tfrac{n}{1}\right)x + \left(\tfrac{n}{2}\right)x^2 + \left(\tfrac{n}{3}\right)x^3 + \text{etc.}$$

ita ut isti characteres uncinulis inclusi: $\left(\frac{n}{1}\right)$, $\left(\frac{n}{2}\right)$, $\left(\frac{n}{3}\right)$, etc. uncias referant. Erit ergo $\left(\frac{n}{1}\right) = n$; $\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}$; $\left(\frac{n}{3}\right) = \frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}\cdot\frac{n-2}{3}$; etc. Hinc in genere erit:

$$\left(\tfrac{n}{q}\right) = \tfrac{n}{1}\cdot\tfrac{n-1}{2}\cdot\tfrac{n-2}{3}\cdot\tfrac{n-3}{4}\cdot\ldots\ldots\cdot\tfrac{n-q+1}{q}$$

quae ergo evolutio nullam habet difficultatem, quoties q fuerit numerus integer positivus. Totum igitur negotium eo redit, ut etiam valores hujus characteris generalis $\left(\frac{n}{q}\right)$ explorentur, quando pro q numeri vel fracti vel etiam negativi accipiuntur. Ceterum pro casu $q = 0$ per se manifestum est fore $\left(\frac{n}{0}\right) = 1$, siquidem hinc primus terminus potestatis evolutae prodire debet.

§. 2. Cum ipsa evolutio potestatis $(1+x)^n$ alias potestates ipsius x non involvat, nisi quarum exponentes sint numeri integri positivi, ea revera nullam interpolationem admittit. Interim tamen si hanc formam $\left(\frac{n}{q}\right)$ ut certam functionem numerorum n et q spectemus, ita ut, si q consideretur ut abscissa cujusdam curvae cujus applicata sit $\left(\frac{n}{q}\right)$, nullum est dubium, quin talis curva quandam le-

gem continuitatis sit habitura, quam ergo hic investigare constitui. Principia autem interpolationis ex serie hypergeometrica *Wallisii* 1, 2, 6, 24, 120, 720, etc. repetere conveniet, quandoquidem evolutio nostrorum characterum insigni affinitate cum hac serie est praedita.

§. 3. Quoniam quilibet terminus seriei hypergeometricae hoc producto involvitur: $1 . 2 . 3 . 4 \ldots . m$ ejus loco brevitatis gratia scribamus $\Phi : m$, siquidem ista forma tanquam certa functio ipsius m spectari potest, cujus adeo interpolationem jam pridem docui atque demonstravi esse $\Phi : \frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$ et $\Phi : -\frac{1}{2} = \sqrt{\pi}$, denotante π peripheriam circuli radio 1 descripti. At si aliae fractiones, veluti $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc. sumantur, valores continuo altiores quantitates transcendentes requirunt; quamobrem, si nostros characteres ad hujusmodi formulas $\Phi : m$ revocaverimus, interpolatio nulla amplius laborat difficultate.

Problema.

§. 4. *Valorem characteris* $\left(\frac{n}{q}\right)$ *ad terminos progressionis hypergeometricae revocare.*

Solutio.

Cum sit $\left(\frac{n}{q}\right) = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-q+1)}{1.2.3\ldots q}$, at vero ex progressione hypergeometrica sit $\Phi : n = n(n-1)(n-2)\ldots 1$, ea ita referri potest

$\Phi : n = n(n-1)(n-2)\ldots(n-q+1) \times (n-q)(n-q-1)\ldots 1$;

unde patet, numeratorem nostrae fractionis esse $\frac{\Phi : n}{\Phi : (n-q)}$; quamobrem, cum denominator sponte sit $\Phi : q$, valor nostri characteris $\left(\frac{n}{q}\right)$ erit $\frac{\Phi : n}{\Phi : q \times \Phi : (n-q)}$.

Corollarium.

§. 5. Quod si ergo loco n scribamus $a+b$ et a loco q, habebimus istam aequationem: $\left(\frac{a+b}{a}\right) = \frac{\Phi : (a+b)}{\Phi : a \times \Phi : b}$, in qua formula litterae

a et b permutationem admittunt; unde concluditur, semper fore $\binom{a+b}{a}$ $\binom{a+b}{b}$, hincque etiam $\binom{n}{q} = \binom{n}{n-q}$, unde deduci possunt sequentia theoremata notatu maxime digna.

Theorema 1.

§. 6. *Quicunque numeri pro* a, b *et* n *accipiantur, semper haec aequatio locum habebit:* $\binom{n}{a}\binom{n-a}{b} = \binom{n}{b}\binom{n-b}{a}$.

Demonstratio.

Loco n scribatur $a+b+c$, et cum sit per superiorem reductionem $\binom{a+b+c}{a} = \frac{\Phi:(a+b+c)}{\Phi:a \times \Phi:(b+c)}$ atque $\binom{b+c}{b} = \frac{\Phi:(b+c)}{\Phi:b \times \Phi:c}$ productum fiet $\binom{a+b+c}{a}\binom{b+c}{b} = \frac{\Phi:(a+b+c)}{\Phi:a \times \Phi:b \times \Phi:c}$; unde patet litteras a, b, c, pro lubitu inter se permutari posse. Hinc pro $a+b+c$ restituto n erit $\binom{n}{a}\binom{n-a}{b} = \binom{n}{b}\binom{n-b}{a}$; utraque enim pars aequalis est huic formae: $\frac{\Phi:n}{\Phi:a.\Phi:b.\Phi:c}$.

Theorema 2.

§. 7. *Istud productum ex ternis characteribus:* $\binom{n}{a}\binom{n-a}{b}\binom{n-a-b}{c}$ *semper eundem valorem retinet, utcunque litterae* a, b, c, *inter se permutentur.*

Demonstratio.

Per reductionem enim ad seriem hypergeometricam habebimus $\binom{n}{a} = \frac{\Phi:n}{\Phi:a \times \Phi:(n-a)}$; $\binom{n-a}{b} = \frac{\Phi:(n-a)}{\Phi:b \times \Phi:(n-a-b)}$; $\binom{n-a-b}{c} = \frac{\Phi:(n-a-b)}{\Phi:c \times \Phi:(n-a-b-c)}$, unde productum propositum reducetur ad hanc formam:

$$\frac{\Phi:n}{\Phi:a \times \Phi:b \times \Phi:c \times \Phi:(n-a-b-c)},$$

quae expressio manifesto eundem retinet valorem, utcunque litterae a, b, c, inter se permutentur, quod cum pluribus modis fieri possit, etiam plura hujusmodi producta inter se aequalia exhiberi poterunt.

Corollarium.

§. 8. Hoc modo ulterius progredi licet atque demonstrari poterit istud productum: $\left(\frac{n}{a}\right)\left(\frac{n-a}{b}\right)\left(\frac{n-a-b}{c}\right)\left(\frac{n-a-b-c}{d}\right)$ perpetuo eundem valorem retinere, utcunque litterae a, b, c, d, permutentur. Ejus enim valor semper erit

$$\frac{\Phi : n}{\Phi : a \times \Phi : b \times \Phi : c \times \Phi : d \times \Phi : (n-a-b-c-d)}.$$

Theorema 3.

§. 9. *Hoc productum:* $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)$ *semper aequale est huic characteri:* $\left(\frac{0}{a-b}\right)$.

Demonstratio.

Cum enim sit per reductionem ad numeros hypergeometricos $\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\Phi : a}{\Phi : b \times \Phi : (a-b)}$ et $\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\Phi : b}{\Phi : a \times \Phi : (b-a)}$, manifesto est $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{\Phi : (a-b) \times \Phi : (b-a)}$. Tum vero simili modo erit:

$$\left(\frac{0}{a-b}\right) = \frac{\Phi : 0}{\Phi : (a-b) \times \Phi : (b-a)} = \frac{1}{\Phi : (a-b) \times \Phi : (b-a)},$$

ob $\Phi : 0 = 1$, unde sequitur $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) = \left(\frac{0}{a-b}\right)$; hincque patet hoc productum semper nihilo aequari, quoties $a-b$ est numerus integer.

Scholion.

§. 10. His praemissis sit $\left(\frac{P}{Q}\right)$ forma generalis omnium hujus generis functionum, quas hic evolvere constitui, ubi P et Q denotent numeros quoscunque, sive integros sive fractos, sive negativos sive positivos, ita ut in hac formula infinities-infinita multitudo casuum contineatur, atque jam notavimus, quoties denominator Q fuerit numerus integer positivus, evolutionem revera semper institui posse; unde has formas: $\left(\frac{P}{i}\right)$ pro cognitis habebimus, earumque ope reliquos casus ad majorem simplicitatem reducere conabimur. Se-

quenti autem theoremate numerus omnium casuum ad semissem redigetur.

Theorema 4.

§. 11. *Omnes casus hujus formae:* $\left(\frac{P}{Q}\right)$, *facillime reducuntur ad casus quibus est* Q *major quam* $\frac{1}{2}P$.

Demonstratio.

Ponatur enim $Q = \frac{1}{2}P - s$ et cum sit in genere $\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{a}{a-b}\right)$, erit $\left(\frac{P}{\frac{1}{2}P-s}\right) = \left(\frac{P}{\frac{1}{2}P+s}\right)$, sicque omnes casus, quibus Q superatur ab $\frac{1}{2}P$, prorsus congruunt cum iis, quibus superat $\frac{1}{2}P$.

Corollarium.

§. 12. Si ergo concipiatur curva, cujus abscissae x respondeat applicata $y = \left(\frac{a}{x}\right)$, tum applicata abscissae $x = \frac{1}{2}a$ simul erit diameter curvae, quandoquidem binis abscissis $x = \frac{1}{2}a + t$ et $x = \frac{1}{2}a - t$ aequales respondent applicatae; unde sufficiet alteram tantum medietatem curvae determinasse.

Scholion.

§. 13. Cum igitur hoc modo omnes casus in formula $\left(\frac{P}{Q}\right)$ contenti ad semissem redigantur, in sequentibus ostendam, quomodo intra multo arctiores limites compingi queat. Si scilicet litterae m et n denotent numeros integros positivos, haec formula generalis: $\left(\frac{p \pm m}{q \pm n}\right)$ semper reduci potest ad hanc formam: $M \cdot \left(\frac{p}{q}\right)$, ubi valor factoris M absolute assignari potest. Hoc igitur modo forma nostra generalis $\left(\frac{P}{Q}\right)$ semper redigi poterit ad talem: $\left(\frac{p}{q}\right)$, in qua numeri p et q intra limites 0 et 1 subsistant. Quin etiam redigi possent intra limites 0 et -1. Huic igitur reductioni inservient sequentia problemata, quorum solutiones his lemmatibus innituntur.

Lemma 1.

§. 14. Cum sit $\left(\frac{p+m}{m}\right) = \frac{\Phi:(p+m)}{\Phi:m \times \Phi:p}$, erit

$$\Phi:(p+m) = \Phi:m \cdot \Phi:p \cdot \left(\frac{p+m}{m}\right),$$

cujus characteris valor, ob m numerum integrum positivum, semper absolute assignari poterit. Eodem igitur modo erit:

$$\Phi:(q+n) = \Phi:n \times \Phi:q \times \left(\frac{q+n}{n}\right).$$

Lemma 2.

§. 15. Cum sit $\left(\frac{p}{m}\right) = \frac{\Phi:p}{\Phi:m \times \Phi:(p+m)}$, concluditur fore

$$\Phi:(p-m) = \frac{\Phi:p}{\Phi:m} : \left(\frac{p}{m}\right). \text{ Eodem modo erit}$$

$$\Phi:(q-n) = \frac{\Phi:q}{\Phi:n} : \left(\frac{q}{n}\right).$$

Problema I.

§. 16. *Hanc formulam:* $\left(\frac{p+m}{q}\right)$, *ubi* m *denotat numerum integrum positivum, reducere ad hanc simpliciorem:* $\left(\frac{p}{q}\right)$.

Solutio.

Per reductionem nostram generalem ad numeros hypergeometricos erit $\left(\frac{p+m}{q}\right) = \frac{\Phi:(p+m)}{\Phi:q \times \Phi:(p-q+m)}$. Quod si jam hic ex lemmate primo loco $\Phi:(p+m)$ et $\Phi:(p-q+m)$ valores substituamus, prodibit $\left(\frac{p+m}{q}\right) = \frac{\Phi:p}{\Phi:q \times \Phi:(p-q)} \times \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right)}{\left(\frac{p-q+m}{m}\right)}$. Cum igitur sit $\frac{\Phi:p}{\Phi:q \times \Phi:(p-q)} = \left(\frac{p}{q}\right)$, habebimus

$$\left(\frac{p+m}{q}\right) = \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right)}{\left(\frac{p-q+m}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right).$$

Problema II.

§. 17. *Hanc formulam:* $\left(\frac{p-m}{q}\right)$, *ubi* m *sit numerus integer positivus, reducere ad formam simpliciorem* $\left(\frac{p}{q}\right)$.

Solutio.

Reductio nostra statim praebet hanc aequationem:

$$\left(\frac{p-m}{q}\right) = \frac{\Phi:(p-m)}{\Phi:q \times \Phi:(p-q-m)}.$$

Hic jam loco $\Phi:(p-m)$ et $\Phi:(p-q-m)$ valores ex lemmate secundo substituantur, ac reperietur sequens expressio:

$$\left(\frac{p-m}{q}\right) = \frac{\Phi:p}{\Phi:q \times \Phi:(p-q)} \times \frac{\left(\frac{p-q}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)},$$

sive, cum sit $\frac{\Phi:p}{\Phi:q \times \Phi:(p-q)} = \left(\frac{p}{q}\right)$, hanc habebimus formam:

$$\left(\frac{p-m}{m}\right) = \frac{\left(\frac{p-q}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right).$$

Problema III.

§. 18. *Hanc formulam:* $\left(\frac{p}{q+n}\right)$, *ubi* n *denotet numerum integrum positivum, reducere ad simpliciorem* $\left(\frac{p}{q}\right)$.

Solutio.

Reductio nostra hic praebet $\left(\frac{p}{q+n}\right) = \frac{\Phi:p}{\Phi:(q+n) \times \Phi:(p-q-n)}$. Jam ex lemmate primo loco $\Phi:(q+n)$, ex secundo vero loco $\Phi:(p-q-n)$, valores substituantur, prodibitque:

$$\left(\frac{p}{q+n}\right) = \frac{\Phi:p}{\Phi:q \times \Phi:(p-q)} \times \frac{\left(\frac{p-q}{n}\right)}{\left(\frac{q+n}{n}\right)} = \frac{\left(\frac{p-q}{n}\right)}{\left(\frac{q+n}{n}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right).$$

Problema IV.

§. 19. *Hanc formulam:* $\left(\frac{p}{q-n}\right)$, *ubi* n *denotet numerum integrum positivum, ad formam simpliciorem* $\left(\frac{p}{q}\right)$ *reducere.*

Solutio.

Per reductionem ad numeros hypergeometricos erit:

$$\binom{p}{q-n} = \frac{\Phi : p}{\Phi : (q-n) \times \Phi : (p-q+n)}.$$

Quod si jam loco $\Phi : (q-n)$ ex lemmate secundo, at loco $\Phi : (p-q+n)$ ex lemmate primo valores substituantur, resultabit expressio:

$$\binom{p}{q-n} = \frac{\Phi : p}{\Phi : q \times \Phi : (p-q)} \times \frac{\binom{q}{n}}{\binom{p-q+n}{n}} = \frac{\binom{q}{n}}{\binom{p-q+n}{n}} \times \binom{p}{q}.$$

Problema V.

§. 20. *Si fuerit* $\binom{P}{Q} = \binom{p+m}{q+n}$, *ejus valorem ad hanc formam reducere:* $\binom{p}{q} M$, *ubi M absolute assignare liceat, inde quod* m *et* n *sint numeri integri positivi.*

Solutio.

Ex problemate I. invenimus $\binom{p+m}{q} = \frac{\binom{p+m}{m}}{\binom{p-q+m}{m}} \times \binom{p}{q}$. Quod si jam hic loco q ubique scribamus $q+n$, erit

$$\binom{p+m}{q+n} = \frac{\binom{p+m}{m}}{\binom{p-q-n+m}{m}} \times \binom{p}{q+n}.$$

Hic loco $\binom{p}{q+n}$ valorem ex problemate III. substituamus, quo facto fiet

$$\binom{p+m}{q+n} = \frac{\binom{p+m}{m} \times \binom{p-q}{n}}{\binom{p-q-n+m}{m} \times \binom{q+n}{n}} \times \binom{p}{q},$$

ubi igitur erit

$$M = \frac{\binom{p+m}{m} \times \binom{p-q}{n}}{\binom{p-q-n+m}{m} \times \binom{q+n}{n}},$$

cujus valorem, ob m et n numeros integros positivos, semper absolute assignare licebit.

Problema VI.

§. 21. *Si fuerit* $\left(\frac{P}{Q}\right) = \left(\frac{p+m}{q-n}\right)$, *ejus valorem reducere ad formam* $M\left(\frac{p}{q}\right)$.

Solutio.

Ex problemate primo cum sit $\left(\frac{p+m}{q-n}\right) = \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right)}{\left(\frac{p-q+m}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$, hic ubique loco q scribatur $q-n$, ut prodeat

$$\left(\frac{p+m}{q-n}\right) = \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right)}{\left(\frac{p-q+n+m}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q-n}\right),$$

atque hic loco $\left(\frac{p}{q-n}\right)$ valor ex problemate IV substituatur, quo facto pro forma nostra hanc impetrabimus expressionem:

$$\frac{p+m}{q-n} = \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right) \times \left(\frac{q}{n}\right)}{\left(\frac{p-q+n+m}{m}\right) \times \left(\frac{p-q+n}{n}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$$

Problema VII.

§. 22. *Si fuerit* $\left(\frac{P}{Q}\right) = \left(\frac{p-m}{q+n}\right)$, *ejus valorem reducere ad formam* $M\left(\frac{p}{q}\right)$.

Solutio.

In Problemate II invenimus $\left(\frac{p-m}{q}\right) = \frac{\left(\frac{p-q}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$, ubi si loco q scribamus $q+n$ orietur forma proposita

$$\left(\frac{p-m}{q+n}\right) = \frac{\left(\frac{p-q-n}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q+n}\right).$$

Hinc si ex problemate III loco $\left(\frac{p}{q+n}\right)$ valor substituatur, orietur ex-

pressio $\left(\frac{p-m}{q+n}\right) = \frac{\left(\frac{p-q-n}{m}\right) \times \left(\frac{p-q}{n}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right) \times \left(\frac{q+n}{n}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$.

Problema VIII.

§. 23. *Si fuerit* $\left(\frac{P}{Q}\right) = \left(\frac{p-m}{q-n}\right)$, *ejus valorem ad formam simplicem* $\left(\frac{p}{q}\right) M$ *reducere.*

Solutio.

Sumatur iterum ex problemate secundo expressio

$$\left(\frac{p-m}{q-m}\right) = \frac{\left(\frac{p-q}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right),$$

in eaque loco q scribatur $q-n$, ut oriatur forma proposita, quae erit

$$\left(\frac{p-m}{q-n}\right) = \frac{\left(\frac{p-q+n}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q-n}\right),$$

unde, substituendo loco characteris $\left(\frac{p}{q-n}\right)$ ejus valorem problemate IV inventum, prodibit $\left(\frac{p-m}{q-n}\right) = \frac{\left(\frac{p-q+n}{m}\right)\left(\frac{p}{q}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)\left(\frac{p-q+n}{n}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$.

Corollarium.

§. 24. Quoties igitur denominator Q fuerit numerus integer sive positivus sive negativus, tum loco q semper statui poterit 0, et quia $\left(\frac{p}{0}\right) = 1$, valor talis formulae $\left(\frac{P}{Q}\right)$ per nostras reductiones semper absolute assignari potest, quia in omnibus characteribus denominatores sunt vel m vel n, ideoque numeri integri. Tantum igitur superest, ut eos casus investigemus, quibus Q est quaepiam fractio sive positiva sive negativa, quae revocari possit ad $\left(\frac{p}{q}\right)$, ubi q erit fractio simplicissima ejusdem generis et quidem unitate minor; quamobrem totum negotium eo redit, ut valor hujus formulae

$\left(\frac{p}{q}\right)$ indagetur, quando q est fractio. Pro his igitur casibus valorem formulae $\left(\frac{p}{q}\right)$ per formulam quandam integralem exprimemus.

Problema.

§. 25. *Valorem formulae* $\left(\frac{p}{q}\right)$ *per formulam integralem exprimere.*

Solutio.

Hunc in finem consideremus hanc formulam: $\int x^{q-1}\partial x(1-x)^n$, cujus valor, ab $x=0$ ad $x=1$ extensus, desiquetur per Δ, qui cum sit certa functio ipsius q, puta $f:q$, loco q hic scribamus $q+1$ et $\Delta'=f:(q+1)$, erit $\Delta-\Delta'=\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{n+1}$; hocque modo ex quovis casu numeri n reperietur valor ipsius Δ pro casu $n+1$. Incipiamus a casu $n=0$ et valores ipsius Δ pro sequentibus numeris n ita se habebunt:

n	Δ
0	$\frac{1}{q}$
1	$\frac{1}{q(q+1)}$
2	$\frac{1.2}{q(q+1)(q+2)}$
3	$\frac{1.2.3}{q(q+1)(q+2)(q+3)}$.

Hinc jam manifestum est fore in genere:

$$\Delta=\frac{1}{q}\times\frac{1.2.3.4.....n}{(q+1)(q+2)(q+3)...(q+n)}.$$

Cum nunc sit $\left(\frac{q+n}{n}\right)=\frac{(q+n)(q+n-1).....(q+1)}{1.2.3....n}$, evidens est fore $\Delta=\frac{1}{q}:\left(\frac{q+n}{n}\right)$, unde vicissim erit $\left(\frac{q+n}{n}\right)=\frac{1}{q\Delta}$. Sit nunc $q+n=p$, sive $n=p-q$, ut fiat $\left(\frac{p}{n}\right)=\frac{p}{p-q}=\left(\frac{p}{q}\right)$. et cum jam sit $\Delta=\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{p-q}$, concludimus fore $\left(\frac{p}{q}\right)=\frac{1}{q\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{p-q}}$, ita ut valor hujus formulae integralis,

ab $x = 0$ ad $x = 1$ extensus, perducat ad valorem characteris $\left(\frac{p}{q}\right)$.

Corollarium.

§. 26. Quaecunque ergo fractiones loco p et q substituantur, semper curva algebraica exhiberi potest, a cujus quadratura, eaque definita, scilicet quando $x = 1$, valor formulae $\left(\frac{p}{q}\right)$ pendeat.

Scholion.

§. 27. Analysis, qua hic usi sumus, videtur quidem tantum locum habere casibus quibus n est numerus integer positivus, neque ergo ad casus, quibus $p - q$ est fractio, applicari posse. Verum ipsum principium continuitatis applicationem ad numeros fractos satis confirmare videtur; interim tamen juvabit consensus cum veritate in casu aliunde cognito ostendisse. Consideretur ergo haec formula: $\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)$, ubi $p = 1$ et $q = \frac{1}{2}$, eritque per reductionem generalem $\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Phi : 1}{\Phi : \frac{1}{2} \times \Phi : \frac{1}{2}}$, quae expressio, ob $\Phi : 1 = 1$ et $\Phi : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, evadit $\frac{4}{\pi}$. Nunc igitur videamus num ista expressio conveniat cum $\frac{1}{\frac{1}{2}\int \frac{\partial x}{\sqrt{x}}(1-x)^{\frac{1}{2}}}$. At vero iste denominator, posito $x = yy$, abit in

$$\int \partial y \sqrt{1 - yy} = \int \frac{\partial y}{\sqrt{1 - yy}} - \int \frac{yy\partial y}{\sqrt{1 - yy}}.$$

Constat autem, his integralibus ab $y = 0$ ad $y = 1$ extensis, esse $\int \frac{\partial y}{\sqrt{1 - yy}} = \frac{\pi}{2}$ et $\int \frac{yy\partial y}{\sqrt{1 - yy}} = \frac{\pi}{4}$, ita ut differentia sit $\frac{\pi}{4}$, ideoque valor hic inventus $\frac{4}{\pi}$ egregie convenit cum praecedente.

Scholion 2.

§. 28. Quod autem ad formulam integralem $\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{p-q}$ attinet, ex analysi patet, ejus valorem, ab $x = 0$ ad $x = 1$ extensum, finitum fieri non posse, nisi sit $q > 0$, simulque $p - q > -1$.

Quoniam vero in nostra potestate est istos numeros p et q, ad quos formulam generalem $\left(\frac{P}{Q}\right)$ reduximus, intra limites 0 et 1 redigere, formula integralis inventa semper ad omnes plane casus transferri poterit. Ceterum jam manifestum est, casibus quibus Q est numerus integer, sive positivus sive negativus, evolutionem actu institui posse, hocque etiam succedet casibus quibus P — Q est numerus integer, unde usus nostrae formulae integralis erit amplissimus casibus quibus neque Q neque P — Q sunt integri. Casus maxime memorabilis hic occurrit, quando P est numerus integer sive positivus sive negativus; tum enim, quaecunque fractio pro Q accipiatur, valor hujus expressionis $\left(\frac{P}{Q}\right)$ per peripheriam circuli assignari poterit.

Problema.

§. 29. *Valorem formulae* $\left(\frac{P}{Q}\right)$, *quoties P fuerit numerus integer sive positivus sive negativus, ad quadraturam circuli reducere.*

Solutio.

Quando P est numerus integer sive positivus sive negativus, ista forma semper reduci poterit ad hanc: $\left(\frac{0}{q}\right)$, ita ut $p = 0$; sicque per formulam integralem erit $\left(\frac{0}{q}\right) = \frac{1}{q\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{-q}}$; quamobrem hanc formulam integralem accuratius evolvamus, quae reducta ad hanc formam: $\int \frac{\partial x}{x}\left(\frac{x}{1-x}\right)^q$, posito $\frac{x}{1-x} = z$, sive $x = \frac{z}{1+z}$, a $z = 0$ usque ad $z = \infty$ extendi debet. Ob $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial z}{z(1+z)}$ vero formula transmutatur in hanc: $\int \frac{z^{q-1}\partial z}{1+z}$. At vero olim ostendi, hujus formulae integralis $\int \frac{x^{m-1}\partial z}{(1+z)^n}$ valorem, a $z = 0$ ad $z = \infty$ extensum, esse $\frac{\pi}{n \sin. \frac{m\pi}{n}}$. Nostro igitur casu erit $m = q$ et $n = 1$,

unde nostrum integrale erit $\frac{\pi}{\sin. q\pi}$, quo substituto habebimus

$$\left(\frac{0}{q}\right) = \frac{1}{\frac{q\pi}{\sin. q\pi}} = \frac{\sin. q\pi}{q\pi}.$$

Corollarium.

§. 30. Quoties q fuerit numerus integer sive positivus sive negativus formula illa, ob $\sin. q\pi = 0$, semper in nihilum abit, solo casu excepto $q = 0$. Sumto autem q quasi infinite parvo ob $\sin. q\pi = q\pi$ erit utique $\left(\frac{0}{q}\right) = 1$, quemadmodum rei natura postulat.

Corollarium.

§. 31. Cum per reductionem nostram generalem sit:

$$\left(\frac{0}{q}\right) = \frac{\Phi : 0}{\Phi : q \times \Phi : -q},$$

ob $\Phi : 0 = 1$ erit $\Phi : q \times \Phi : -q = \frac{q\pi}{\sin. q\pi}$, ita ut, quicunque valores ipsi q tribuantur, tam valores $\Phi : q$ quam $\Phi : -q$ ad quantitates transcendentes superiorum generum referantur; interim tamen eorum productum per quadraturam circuli exprimetur.

Scholion.

§. 32. Cum sit $\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{1}{q\int x^{q-1}\partial x(1-x)^{p-q}}$, siquidem hoc integrale ab $x = 0$ ad $x = 1$ extendatur, si istos valores in theorematibus supra allatis circa relationem formularum $\left(\frac{p}{q}\right)$ substituamus, sequentia nanciscemur theoremata, pro relatione formularum integralium, quae maxime videntur memorabilia.

Theorema.

§. 33. *Si sequentia integralia ab* $x = 0$ *ad* $x = 1$ *extendantur semper haec aequalitas subsistet:*

$$\int x^{a-1}\partial x\,(1-x)^{n-a} \times \int x^{b-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b}$$
$$= \int x^{b-1}\partial x\,(1-x)^{n-b} \times \int x^{a-1}\partial x\,(1-x)^{n-b-a}.$$

Corollarium.

§. 34. Si in talibus formulis exponens ipsius x evanescat, ut habeamus $\int \partial x\,(1-x)^p$, ejus valor absolute assignari potest, eritque $\frac{1}{p+1}$. At si exponens ipsius $1-x$ evanescat, ut habeamus $\int x^p\,\partial x$, ejus valor manifesto erit $\frac{1}{p+1}$: sin autem formula integralis fuerit talis: $\int x^{q-1}\partial x\,(1-x)^{-q}$, ejus valor, ut vidimus, erit $\frac{\pi}{\sin. q\pi}$, unde plures relationes notatu dignae oriuntur. Ceterum hic notasse juvabit, exponentes ipsius x et $1-x$ inter se permutari posse, ita ut semper sit $\int x^p\,\partial x\,(1-x)^q = \int x^q\,\partial x\,(1-x)^p$.

Theorema.

§. 35. *Si omnia integralia ab* $x = 0$ *ad* $x = 1$ *extendantur, productum ex his tribus formulis integralibus:*

$$\int x^{a-1}\partial x\,(1-x)^{n-a};\ \int x^{b-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b};$$
$$\int x^{c-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b-c}$$

semper eundem valorem retinebit, quomodocunque litterae a, b, c, *inter se permutentur.*

Theorema.

§. 36. *Si omnia integralia ab* $x = 0$ *ad* $x = 1$ *extendantur, productum ex his quatuor formulis integralibus semper eundem valorem retinebit, quomodocunque litterae* a, b, c, d *inter se permutantur scilicet:*

$$\int x^{a-1}\partial x\,(1-x)^{n-a} \times \int x^{b-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b}$$
$$\int x^{c-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b-c} \times \int x^{d-1}\partial x\,(1-x)^{n-a-b-c-d}.$$

Corollarium.

§ 36. Hic evidens est numerum talium formularum integralium continuo ulterius augeri posse unde numerus variationum, quae in singulis productis locum habere possunt, in infinitum excrescet; ubi quidem observo, casum simplicissimum Theorematis primi prorsus convenire cum iis quae olim de relatione inter diversas formulas integrales proposueram.

Scholion.

§. 37. Omnia illa integralia in hac forma generali continentur: $\int x^p \partial x\,(1-x)^q$, quam constat plurimis modis in alias formas transmutari posse, dum scilicet binos exponentes p et q quovis numero integro sive augere sive minuere licet, atque inter has diversas formas sine dubio simplicissima est ea in qua isti exponentes intra limites 0 et -1 deprimuntur, quam transformationem per sequentes reductiones commodissime institui posse facile patet:

$$\int x^p \partial x\,(1-x)^q = \frac{p}{p+q+1}\int x^{p-1}\partial x\,(1-x)^q,$$

$$\int x^p \partial x\,(1-x)^q = \frac{p+q+2}{p+1}\int x^{p+1}\partial x\,(1-x)^q,$$

$$\int x^p \partial x\,(1-x)^q = \frac{q}{p+q+1}\int x^p \partial x\,(1-x)^{q-1},$$

$$\int x^p \partial x\,(1-x)^q = \frac{p+q+2}{q+1}\int x^p \partial x\,(1-x)^{q+1}.$$

Saepenumero etiam haec reductio, qua binae praecedentium simul instituuntur, insignem usum praestat:

$$p\int x^{p-1}\partial x\,(1-x)^q = q\int x^p \partial x\,(1-x)^{q-1}.$$

Problema.

§. 38. *Describere lineam curvam, cujus abscissae* x *respondeat applicata* $y = \left(\frac{m}{x}\right)$, *ubi* m *denotet numerum integrum positivum.*

Solutio.

Hic primo investigentur applicatae, quando abscissae x numeri integri tribuuntur, easque immediate ex forma $y = \left(\frac{m}{x}\right)$ facile definire licet, cum sit $\left(\frac{m}{0}\right) = 1$; $\left(\frac{m}{1}\right) = m$; $\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}$; etc, donec perveniatur ad $x = m$, ubi iterum est $\left(\frac{m}{m}\right) = 1$. Praeter hos enim casus omnes applicatae, quae respondent valoribus negativis ipsius x, quin etiam majoribus quam m, evanescunt. At vero jam observavimus hanc curvam semper praeditam esse diametro, quem praebet applicata abscissae $x = \frac{1}{2} m$ respondens, unde sufficiet casus tantum evolvere, quibus $x > \frac{1}{2} m$.

At si abscissae x valores fractos tribuamus, necesse est primum formulam $\left(\frac{m}{x}\right)$ ad hanc reducere : $\left(\frac{0}{x}\right)$, quippe cujus valorem ostendimus esse $\frac{\sin. \pi x}{\pi x}$, id quod facillime praestatur ope reductionis supra allatae, qua ostendimus esse $\left(\frac{p+m}{q}\right) = \frac{\left(\frac{p+m}{m}\right)}{\left(\frac{p-q+m}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right)$.

Nunc igitur fiat $p = 0$ et $q = x$ atque colligitur

$$\left(\frac{m}{x}\right) = \frac{\left(\frac{0}{x}\right)}{\left(\frac{m-x}{m}\right)} = \frac{\sin. \pi x}{\pi x} : \left(\frac{m-x}{m}\right).$$

Ad formulam evolvendam unicum intervallum abscissae $= 1$ percurrisse sufficiet, quem in finem statuamus $x = n + q$, ita ut q sit fractio unitate minor, existente n numero integro quovis, eritque $\sin. \pi x = \pm \sin. \pi q$, ubi signum $+$ valebit si n sit numerus par, $-$ vero si impar. Hoc observato habebimus

$$y = \pm \frac{\sin. q\pi}{\pi(q+n)} : \left(\frac{m-n-q}{m}\right),$$

ex qua formula jam omnes valores intermedii facile assignari poterunt, sicque tota curva erit descripta.

Corollarium.

§. 39. Hic evidens est istius curvae maximam applicatam semper respondere abscissae $x = \frac{1}{2}m$, quae simul erit curvae diameter, cujus determinatio pro casibus, quibus m est numerus par, nulla laborat difficultate; at si m sit numerus impar, ista maxima applicata a quadratura circuli pendebit, quam in sequente problemate investigemus.

Problema.

§. 40. *Investigare maximam applicatam curvae modo ante descriptae, qua abscissae* x *respondeat applicata* $y = \left(\frac{m}{x}\right)$.

Solutio.

Designemus hanc maximam applicatam littera M, ita ut $M = \left(\frac{m}{\frac{1}{2}m}\right)$, atque hic duos casus evolvi oportebit, prouti m fuerit vel numerus par vel impar. Sit igitur primo $m = 2i$, erit $M = \left(\frac{2i}{i}\right)$, cujus valorem jam dudum constat reduci ad hanc expressionem:

$$\frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot (4i-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot i}.$$

Hinc enim patet, pro casu $i = 1$ fore $M = 2$. Si $i = 2$, erit $M = 6$; si $i = 3$, erit $M = 20$ et ita porro.

At si m fuerit numerus impar, ponatur $m = 2i + 1$, eritque $M = \left(\frac{2i+1}{i+\frac{1}{2}}\right)$, qui valor, si ad numeros hypergeometricos reducatur, fiet $M = \frac{\Phi:(2i+1)}{(\Phi:(i+\frac{1}{2}))^2}$, ubi est $\Phi:(2i+1) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots (2i+1)$. At cum sit $\Phi:\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, hinc porro $\Phi:(1+\frac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{\pi}$, $\Phi:(2+\frac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \sqrt{\pi}$, ideoque in genere

$$\Phi :: (i+\tfrac{1}{2}) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2i+1)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2} \cdot \sqrt{\pi},$$ erit

$$\frac{\Phi:(2i+1)}{\Phi::(i+\frac{1}{2})} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 2i \times 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}{\sqrt{\pi}},$$ sive

$$\frac{\Phi::(2i+1)}{\Phi::(i+\frac{1}{2})} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times 4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot \ldots \cdot 4i,$$

quae expressio denuo per $\Phi : (i + \frac{1}{2})$ divisa subministrat istam:

$$\frac{\Phi : (2i+1)}{(\Phi : (i+\frac{1}{2}))^2} = \frac{4}{\pi} \times \frac{8 \cdot 16 \cdot 24 \cdot 32 \cdot \ldots 8i}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \ldots (2i+1)}.$$

Ita pro casu $m = 1$ erit $i = 0$, et $M = \frac{4}{\pi}$;

pro casu $m = 3$ erit $i = 1$ et $M = \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{\pi} = \frac{32}{3\pi}$;

pro casu $m = 5$ erit $i = 2$ et $M = \frac{8 \cdot 16}{3 \cdot 5} \cdot \frac{4}{\pi} = \frac{512}{15\pi}$;

et ita porro.

Problema.

§. 41. *Describere curvam, cujus abscissis* x *respondeant applicatae* $\left(\frac{-m}{x}\right)$, *denotante* m *numerum quemcunque integrum positivum.*

Solutio.

Ex ipsa hac formula $y = \left(\frac{-m}{x}\right)$ sine difficultate eliciuntur applicatae pro omnibus abscissis per numeros integros expressis; erit enim $\left(\frac{-m}{0}\right) = 1$; $\left(\frac{-m}{1}\right) = -m$; $\left(\frac{-m}{2}\right) = \frac{m(m+1)}{1 \cdot 2}$; et ita porro, quae ergo applicatae signis alternantibus in infinitum progrediuntur. Pro applicatis praecedentibus notetur esse $\left(\frac{-m}{-m}\right) = 1$; $\left(\frac{-m}{-m-1}\right) = -m$; et cet. At vero inter abscissas $x = 0$ et $x = -m$ applicatae intermediae abscissis $-1, -2, -3, \ldots -(m-1)$ respondentes omnes nihilo erunt aequales. Si abscissae x valores fracti tribuantur, formulam $\left(\frac{-m}{x}\right)$ iterum reduci convenit ad formulam $\left(\frac{0}{x}\right)$. Supra autem invenimus esse

$$\left(\frac{p-m}{q}\right) = \frac{\left(\frac{p-q}{m}\right)}{\left(\frac{p}{m}\right)} \times \left(\frac{p}{q}\right).$$

Quod si jam hic faciamus $p = 0$ et $q = x$, erit

$$\left(\frac{-m}{x}\right) = \frac{\left(\frac{-x}{m}\right)}{\left(\frac{0}{m}\right)} \times \left(\frac{0}{x}\right) = \frac{\left(\frac{-x}{m}\right)}{\left(\frac{0}{m}\right)} \cdot \frac{\sin. \pi x}{\pi x}.$$

Quia igitur formula $\left(\frac{0}{m}\right)$ semper evanescit, numerator vero, ob exclusos jam numeros integros pro x, nunquam evanescere potest, evidens est istam applicatam y semper esse infinitam, qui est casus prorsus singularis curvae infinitas habentis applicatas finitas, inter quas intermediae omnes evadant infinite magnae, cujusmodi casus mihi quidem adhuc nondum occurrit, quem ergo attentione Geometrarum haud indignum esse arbitror.

SUR LE MOUVEMENT DES CORPS

QUI S'ATTIRENT EN RAISON DIRECTE DE LEURS DISTANCES.

PAR

Mr. LITTROW.

Presenté à la Conférence le 30. Nov. 1811.

Depuis l'invention du calcul différentiel, qui étoit en même tems l'époque de naissance de la méchanique, science, qui peut etre considérée comme appartenante exclusivement aux tems modernes, presque tous les géomètres s'occupoient de la détermination du mouvement des corps, qui s'attirent mutuellement en raison des masses et réciproquement comme les carrés des distances. En effet, ce problème, donné par la nature elle-même, devoit bien fixer l'attention des astronomes. Aussi on l'a tant de fois examiné, qu'il n'y a rien à ajouter ni pour la généralité, ni pour l'élégance de la résolution.

Qu'il me soit donc permis d'imaginer pour un moment une autre loi générale de la nature et de chercher les phénomènes, qui en découlent. En choisissant pour cela le mouvement des corps, qui s'attirent en raison de leurs distances réciproques il me faut remarquer, que ce problème n'est pas tout-à-fait nouveau, mais que les solutions, qu'on en a essayées (p. e. *Euleri* mechanica I. pag. 257.) ne sont données qu'en passant, et pour donner un exemple, de maniere, que ces solutions ne sauroient être regardees comme complètes.

I.

§. 1. Soient x, y, z les coordonnées rectangulaires du corps attiré, que nous nommerons, pour abréger, la planete; l'autre corps, le soleil, étant supposé au commencement de ces coordonnées. Soit $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ la distance, p^2 la somme des masses de ces corps et ∂t l'élément du tems. Cela posé on aura selon les principes de la mécanique:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \mu^2 x \\ 0 &= \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \mu^2 y \\ 0 &= \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \mu^2 z \end{aligned}\right\} \quad (I)$$

équations, dont chacune séparément est intégrable. Mais avant de résoudre ce problème dans toute sa généralité, il sera bon de remarquer, que l'orbite décrite par la planète doit être une courbe plane, comme il est facile de s'en assurer à l'aide des équations précédentes. Prenant donc le plan coordonné des xy pour le plan de l'orbite, les z disparoissent et il ne reste, que les deux premières des équations I. Reduisons-les à une autre forme plus commode pour le calcul.

Pour cela soit ν l'angle formé par le rayon vecteur r avec l'axe des x, ce qui donne

$$x = r \cos. \nu$$
$$y = r \sin. \nu$$

et de-là

$$\partial^2 x = \partial^2 r \cos. \nu - r\partial^2 \nu \sin. \nu - r\partial\nu^2 \cos. \nu - 2\partial r \partial \nu \sin. \nu$$
$$\partial^2 y = \partial^2 r \sin. \nu + r\partial^2 \nu \cos. \nu - r\partial\nu^2 \sin. \nu + 2\partial r \partial \nu \cos. \nu.$$

Substituant ces valeurs de $\partial^2 x$ et $\partial^2 y$ dans les deux premières des équations I, elles seront:

$$0 = \partial^2 r \cos. \nu - (2\partial r \partial \nu + r\partial^2 \nu) \sin. \nu - (r\partial\nu^2 - \mu^2 r \partial t^2) \cos. \nu$$
$$0 = \partial^2 r \sin. \nu + (2\partial r \partial \nu + r\partial^2 \nu) \cos. \nu - (r\partial\nu^2 - \mu^2 r \partial t^2) \sin. \nu.$$

Multipliant la première de ces équations par sin. ν et la seconde par cos. ν, leur différence sera

$$2\,\partial r\,\partial \nu + r\,\partial^2 \nu = 0$$

équation, qui, multipliée par r et intégrée, donnera

$$\frac{r^2\,\partial \nu}{\partial t} = \mu \,.\, ab \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

où $\mu \,.\, ab$ représente la constante de l'intégration.

Multipliant de la même manière la première par cos. ν et l'autre par sin. ν, leur somme sera

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} - \frac{r\,\partial \nu^2}{\partial t^2} + \mu^2 r = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Les équations 1, 2 sont celles trouvées par Mr. *Lagrange* (Méc. analytique §. 18.) où il faut observer, qu'on y doit écrire 2 R au lieu de R.

§. 2. Substituant maintenant la valeur de $\frac{\partial \nu}{\partial t}$ de l'équation 1 dans l'équation 2, multipliant par ∂r et intégrant, on trouve

$$\frac{\partial r^2}{\partial t^2} + \frac{\mu^2 a^2 b^2}{r^2} + \mu^2 r^2 = \mu^2 (a^2 + b^2),$$

où $\mu^2 (a^2 + b^2)$ est la constante de l'intégration.

Cela posé, on a les deux équations suivantes:

$$\partial t = \frac{r\,\partial r}{\mu \,.\, \sqrt{-a^2 b^2 + (a^2 + b^2) r^2 - r^4}}$$

$$\partial \nu = \frac{ab \,.\, \partial r}{r \,.\, \sqrt{-a^2 b^2 + (a^2 + b^2) r^2 - r^4}}$$

qui restent à intégrer.

§. 3. L'intégrale de la dernière est

$$\text{sin.}\,(\nu - \alpha) = \frac{b}{r} \,.\, \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{a^2 - b^2}} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

et celle de la première

$$t - \beta = \frac{1}{2\mu}\,\text{Arc. cos.}\,\frac{2}{a^2 - b^2} \,.\, \sqrt{-a^2 b^2 + (a^2 + b^2) r^2 - r^4} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

où α et β sont les constantes de l'intégration.

L'équation 3. fait voir, que l'orbite est une ellipse, dont le centre est occupé par le soleil et dont le demi-grand axe est a,

le demi-petit b; l'angle $(\nu - \alpha)$ formé par le rayon vecteur et le demi-grand axe est l'anomalie vraie et α la longitude de l'aphélie.

En commençant l'anomalie conjointement avec le tems par l'aphélie on a $t = 0$ pour $\nu - \alpha = 0$, ce qui donne $\beta = -\frac{\pi}{4\mu}$ où π est la demi-circonférence du cercle, dont le rayon est l'unité. Céla posé, l'équation 4. donne

$$r^2 = \frac{a^2+b^2}{2} + \frac{a^2-b^2}{2} \cos. 2\mu t$$

ou bien

$$r^2 = a^2 \cos.^2 \mu t + b^2 \sin.^2 \mu t \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Mais comme l'équation 3. est

$$\text{tg.}(\nu - \alpha) = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{\frac{a^2-r^2}{r^2-b^2}}$$

on aura, en y substituant la valeur précédente de r^2

$$\text{tg.}(\nu - \alpha) = \frac{b}{a} \text{ tg. } \mu t \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

En supposant $b^2 = a^2(1 - \varepsilon^2)$ ou $a\varepsilon$ est l'excentricité de l'ellipse, les équations 5. et 6. seront :

$$\left.\begin{aligned} \frac{r^2}{a^2} &= 1 - \varepsilon^2 \sin.^2 \mu t \\ \text{tg.}(\nu - \alpha) &= (1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \text{. tg. } \mu t \end{aligned}\right\}$$

Moyennant ces deux équations on trouve pour un tems quelconque donné t le rayon vecteur et l'anomalie vraie, ce qui suffit pour la détermination du lieu de la planète.

II.

§. 4. Dans la solution du § précédent nous avons supposé le plan de l'orbite coïncidant avec le plan coordonné des x, y, ce qui est permis par la nature du problème. Mais on peut bien se passer de cette supposition, en resolvant le problème dans toute sa généralité. Pour cela, je remarque, que les trois équations I, dont chacune est intégrable séparément, donnent

$$\left.\begin{aligned} x &= A\cos.\mu t - B\sin.\mu t \\ y &= A'\cos.\mu t - B'\sin.\mu t \\ z &= A''\cos.\mu t - B''\sin.\mu t \end{aligned}\right\} \quad (II)$$

où A, B, A′... sont les six constantes des integrations. Pour en chercher les valeurs données par les circonstances du mouvement primitif de la planète, on fera $t = 0$ dans les équations II, ce qui les réduit à

$$x = A, \quad y = A', \quad z = A'',$$

donc A, A′, A″ sont les coordonnées de la planète à l'origine de son mouvement. Les mêmes équations donnent, en les differentiant

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= -A\mu\sin.\mu t - B\mu\cos.\mu t \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -A'\mu\sin.\mu t - B'\mu\cos.\mu t \\ \frac{\partial z}{\partial t} &= -A''\mu\sin.\mu t - B''\mu\cos.\mu t. \end{aligned}$$

En faisant $t = 0$ on a

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -B\mu, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = -B'\mu, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = -B''\mu$$

d'où il suit, que $-B\mu$, $-B\mu$, $-B''\mu$ sont les vitesses initiales de la planete dans la direction des coordonnées x, y et z.

§. 5. En supposant ces constantes données, il en faut développer les élémens de l'orbite de la planète.

Multipliant la première des équations II par A′ et la seconde par A, leur différence sera

$$0 = A'x - Ay + (A'B - AB')\sin.\mu t.$$

Multipliant de-même la première par B′ et la seconde par B, on trouve $0 = Bx - By - (AB' - A'B)\cos.\mu t$ ou bien

$$\sin.\mu t = \sqrt{\frac{(AB' - A'B)^2 - (B'x - By)^2}{(AB' - A'B)^2}}.$$

Substituons cette valeur de $\sin.\mu t$ dans la première équation, on aura

$$(A'^2 + B'^2)x^2 + (A^2 + B^2)y^2 - 2(AA' + BB')xy = (AB' - A'B)^2.$$

De la même manière on obtient

$$(A''^2+B''^2)x^2+(A^2+B^2)z^2-2(AA''+BB'')xz=(AB''-A''B)^2$$
$$(A''^2+B''^2)y^2+(A'^2+B^2)z^2-2(A'A''+B'B'')yz=(A'B''-A''B')^2$$

ce qui sont les équations des projections de l'orbite dans les plans coordonnés des xy, xz et des yz. Ces projections forment des courbes du second ordre et il est facile de voir, qu'elles sont en général des ellipses.

§. 6. Maintenant, comme nous avions

$$\sin.\mu t=\frac{A'x-Ay}{AB'-A'B} \quad \text{et} \quad \cos.\mu t=\frac{B'x-By}{AB'-A'B}$$

on aura $tg\mu t=\frac{A'x-Ay}{B'x-By}$

et de la même manière on trouve encore

$$\text{tg.}\,\mu t=\frac{A''x-Az}{B''x-Bz} \quad \text{et} \quad \text{tg.}\,\mu t=\frac{A''y-A'z}{B''y-B'z}.$$

Egalons maintenant deux quelconques de ces valeurs de tg. μt, on trouvera

$$0=(AB''-A''B')x-(AB''-A''B)y+(AB'-A'B)z$$

ce qui est l'équation du plan, dans lequel est située l'orbite de la planète.

Nommant donc n l'inclinaison du plan de l'orbite vers le plan coordonné des xy et k l'angle formé par la ligne des nœuds du plan de l'orbite dans le plan des xy avec l'axe des x, on aura au moyen de l'équation dernière

$$\text{tg.}\,k=\frac{A'B''-A''B'}{AB''-A''B}$$
$$\text{tg.}\,n=\sqrt{\frac{(A'B''-A''B')^2+(AB''-A''B)^2}{(AB'-A'B)^2}}$$

ce qui sont deux des élémens à chercher.

§. 7. Pour en trouver les autres, on remarquera qu'en vertu des équations II. §. 4. les quantités A, A′, A″ soient les valeurs des coordonnées de l'aphélie et les quantités $-B$, $-B'$, $-B''$ celles du périhélie de l'orbite décrite par la planète, en supposant, que le tems t commence par l'aphélie.

Soit donc C le centre, A l'aphélie et P le périhélie d'une ellipse, dont le demi grand axe $CA = a$ et le demi-petit axe $CP = b$. Soit de plus CD la ligne des nœuds et CE la ligne des équinoxes ou, en général, l'axe des x. En abaissant du point A la normale AB sur le plan coordonné des xy, dans lequel sont situées les lignes CD et CE et en tirant du point B les normales BD sur CD et BE sur CE, on aura, en prenant $ECD = k$ et $DCA = \alpha$, $BDA = n$

$$CD = a \cos. \alpha$$
$$DB = a \sin. \alpha \cos. n$$

ce qui donne

$CE = CD \cos. k - DB \sin. k$ pour la valeur de A
$EB = CD \sin. k + DB \cos. k$ pour la valeur de A′

et enfin

$AB = DB \operatorname{tg}. n = \sin. \alpha \sin. n$ pour la valeur de A″.

On a donc

$$\left.\begin{aligned} A &= a (\cos. k \cos. \alpha - \sin. k \sin. \alpha \cos. n) \\ A' &= a (\sin. k \cos. \alpha + \cos. k \sin. \alpha \cos. n) \\ A'' &= a . \sin. \alpha \sin. n \end{aligned}\right\} \quad \text{(III).}$$

Substituons dans ces équations b au lieu de a, et $90 + \alpha$ au lieu de α, et l'on aura les valeurs des quantités $-B$, $-B'$, $-B''$ c'est à dire, on aura :

$$\left.\begin{aligned} B &= b (\cos. k \sin. \alpha + \sin. k \cos. \alpha \cos. n) \\ B &= b (\sin. k \sin. \alpha - \cos. k \cos. \alpha \cos. n) \\ B'' &= - b \cos. \alpha \sin. n \end{aligned}\right\} \quad \text{(IV).}$$

Des équations III. et IV. il faut tirer maintenant les valeurs des quantités a, b, n, k et α.

§. 8. Les équations III. donnent toute-à-l'heure

$$\frac{A}{A''} \operatorname{tg}. \alpha \sin. n = \cos. k - \operatorname{tg}. \alpha \sin. k \cos. n$$
$$\frac{A'}{A''} \operatorname{tg}. \alpha \sin. n = \sin. k + \operatorname{tg}. \alpha \cos. k \cos. n$$

c'est à dire

$$\text{tg.}\,\alpha = \frac{\cos. k}{\frac{A}{A''}\sin. n + \sin. k \cos. n} \quad \text{et} \quad \text{tg.}\,\alpha = \frac{\sin. k}{\frac{A'}{A''}\sin. n - \cos. k \cos. n}$$

Egalant ces valeurs de tg. α, on trouve

$$\text{cotg.}\, n = \frac{A'}{A''}\cos. k - \frac{A}{A''}\sin. k.$$

Après avoir traité de la même manière les équations IV. du §. précédent, on aura

$$\text{cotg.}\, n = \frac{B'}{B''}\cos. k - \frac{B}{B''}\sin. k.$$

Donc on trouve, en égalant ces deux valeurs de cotg. n

$$B''(A' - A\,\text{tg.}\, k) = A''(B' - B\,\text{tg.}\, k) \text{ ou bien}$$

$$\text{tg.}\, k = \frac{A'B'' - A''B'}{AB' - A''B} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

et en substituant cette valeur de tg. k dans une quelconque des équations précédentes pour cotg. n, on aura

$$\text{cotg.}\, n = \sqrt{\frac{(AB' - A'B)^2}{(A'B'' - A''B')^2 + (AB'' - A'B)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

et ces valeurs de tg. k et cotg. n sont identiques avec celles, que nous avons trouvé §. 6. par un procédé tout different.

La somme des quarrés des quantités A, A′, A″ (Equations III.) fournit:

$$a^2 = A^2 + A'^2 + A''^2 \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

et les équations IV. donneront de la même manière.

$$b^2 = B^2 + B'^2 + B''^2 \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

§. 9. Il ne reste donc, que l'élément α, ou l'élongation de l'aphélie au nœud. Pour trouver cet élément, reprenons les deux premières des équations III. Multipliant la première par cos. k et la seconde par sin. k, leur somme sera

$$a \cos. \alpha = A \cos. k + A' \sin. k.$$

Pareillement les deux premières des équations IV. donnent

$$b \sin. \alpha = B \cos. k + B'' \sin. k$$

et à l'aide de ces deux équations on aura

$$\text{tg.}\,\alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{B + B' \text{ tg. } k}{A + A' \text{ tg. } k},$$

c'est à dire, en substituant dans cette expression la valeur de tg. k, trouvée auparavant,

$$\text{tg.}\,\alpha = \frac{B(AB'' - A''B) + B'(A'B'' - A''B')}{A(AB'' - A''B) + A'(A'B'' - A''B')} \cdot \sqrt{\frac{A^2 + A'^2 + A''^2}{B^2 + B'^2 + B''^2}} \quad \ldots \quad (5)$$

et les équations 1, 2 . . 5 déterminent les cinq élémens par les quantités A, B, A′, B′, A″, B″, supposées connues, parcequ'elles se rapportent à l'état primitif du mouvement de la planète, comme nous avons observé à la fin du §. 4.

Ou bien, en supposant connus les élémens n, k, α, a et b, on a les valeurs des quantités A. B, A′ etc. a l'aide des équations III. et IV. du §. 7., donc on connoit aussi les valeurs des coordonnees x, y, z pour un tems donné t au moyen des équations II. du §. 4., ce qui suffit pour la determination du lieu vraie de la planete. La somme des carrés de ces coordonnées donne

$$\begin{aligned} r^2 = {} & (A^2 + A'^2 + A''^2) \cos.^2 \mu t \\ & + (B^2 + B'^2 + B''^2) \sin.^2 \mu t \\ & - 2(AB + A'B' + A''B'') \sin. \mu t \cos. \mu t. \end{aligned}$$

Nous avons trouvé auparavant

$$A^2 + A'^2 + A''^2 = a^2$$

$$B^2 + B'^2 + B''^2 = b^2$$

et comme on a en vertu des équations III. et IV. du §. 7.

$$AB + A'B' + A''B'' = 0$$

l'équation précédante sera

$$r^2 = a^2 \cos.^2 \mu t + b^2 \sin.^2 \mu t \quad \ldots \quad (6),$$

expression identique avec celle, que nous avons trouvé par la solution première (§. 3., l'équation (5)).

III.

§. 10. Il y en a encore une troisième solution du même problème non moins générale et très simple.

Pour cela reprenons les équations I. du §. 1. et multiplions la première par y et la seconde par x. La différence de ces produits donnera après l'intégration :

$$\left.\begin{aligned} x\partial y - y\partial x &= c \,.\, \partial t \\ \text{et de-même} & \\ x\partial z - z\partial x &= c' \,.\, \partial t \\ y\partial z - z\partial y &= c'' \,.\, \partial t \end{aligned}\right\} \quad (A),$$

ou c, c', c'' sont les constantes des intégrations.

Multiplions la première des équations A par z et la seconde par $-y$ et enfin la troisième par x, on aura pour la somme de ces produits

$$0 = c'' \,.\, x - c' \,.\, y + c \,.\, z \quad . \quad . \quad . \quad (B)$$

ce qui est l'équation du plan de l'orbite. Retenant les significations des quantités n et k, dont nous avons fait usage dans la solution précédente, on a sur le champ

$$\text{tg.}\, k = \frac{c''}{c'} \text{ et}$$

$$\text{tg.}\, n = \sqrt{\frac{c'^2 + c''^2}{c^2}}$$

ce qui fait connaître deux des élémens à chercher.

§. 11. Multipliant les équations I du §. 1. respectivement par $2\partial x$, $2\partial y$, $2\partial z$, leur somme sera après l'intégration

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} + 2\mu^2 \int (x\partial x + y\partial y + z\partial z) \text{ ou bien}$$

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} + \mu^2 \,.\, r^2 - \mu^2 (a^2 + b^2)$$

où $(a^2 + b^2)$ représente la constante de l'intégration.

De-là il suit, que la vitesse de la planète dans son orbite soit exprimée par

$$\mu \cdot \sqrt{a^2 + b^2 - r^2}.$$

Multiplions maintenant les équations I par x, y, z et l'on aura pour la somme de ces produits

$$0 = \frac{x\partial^2 x + y\partial^2 y + z\partial^2 z}{\partial t^2} + \mu^2 . r^2.$$

Ajoutons cette équation à la précédente et remarquons, qu'on a

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 + x\partial^2 x + y\partial^2 y + z\partial^2 z = \partial r^2 + r . \partial^2 r = \frac{\partial^2 . (r^2)}{2}$$

et nous aurons

$$0 = \frac{\partial^2 . (r^2)}{2\partial t^2} + \mu^2 (2r^2 - a^2 - b^2)$$

équation dont l'intégrale est

$$r^2 = \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2) + \tfrac{1}{2}(a^2 - b^2) \cos. (2\mu t + m) \ldots . \text{(C)}$$

les quantités $(a^2 - b^2)$ et m étant les constantes de l'intégration. La dernière expression, analogue avec l'équation 5 §. 3. de la première ou bien avec l'équation 6. §. 9. de la seconde solution, donne ainsi immédiatement la valeur du rayon vecteur r par le tems t.

§. 12. Il ne nous reste donc, que la détermination analogue des coordonnées x, y, z, dont deux pourront être censées suffisantes, la troisième étant donnée par l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ où r est connue en vertu de l'équation C du §. précedent. Pour y parvenir de la manière la plus commode, soit ν l'angle formé par le rayon vecteur avec la ligne des noeuds, on aura, en retenant les valeurs précédentes des angles n et k, dont nous avons fait usage §. 6, comme il est facile de se convaincre,

$$\left.\begin{aligned} x &= r (\cos. \nu \cos. k - \sin. \nu \sin k \cos. n) \\ y &= r (\cos. \nu \sin. k + \sin. \nu \cos. k \cos. n) \\ z &= r \sin. \nu \sin. n \end{aligned}\right\} \quad \text{(D)}$$

En différentiant ces trois équations à l'égard des quantités x, y, z, r et ν, les autres n et k supposées constantes, comme la nature du problème et les deux dernieres équations du §. 10. l'éxigent, on trouvera

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = \partial r^2 + r^2 \partial \nu^2$$

ce qui étant substitué dans la seconde des équations du §. 11. donnera

$$0 = \frac{\partial r^2 + r^2 \partial v^2}{\partial t^2} + \mu^2 (r^2 - a^2 - b^2) \quad \text{(E)}$$

Cette équation ne contient que les quantités variables r, v et t et comme la valeur de r est déjà donnée par t au moyen de l'équation (C), la dernière expression peut être censée ne contenir que les quantités v et t, donc l'intégration donnera la valeur de v par la quantité t ce qui reste à exécuter.

§. 13. L'équation (C) donne

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{-\frac{1}{2}\mu (a^2 - b^2) \sin.(2\mu t + m)}{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2} + \frac{a^2-b^2}{2} \cos.(2\mu t + m)}}.$$

Mais l'équation E nous fournit

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\mu^2 (a^2 + b^2) - \mu^2 r^2 + \frac{\partial r^2}{\partial t^2}}.$$

Substituant donc dans l'expression dernière les valeurs précédentes de r et $\frac{\partial r}{\partial t}$, on aura après la réduction nécessaire,

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{2ab\mu}{(a^2+b^2) + (a^2-b^2) \cos.(2\mu t + m)}$$

dont l'intégrale est

$$\text{tang. } 2(v - \alpha) = \frac{2ab \sin.(2\mu t + m)}{(a^2-b^2) + (a^2+b^2) \cos.(2\mu t + m)}$$

α étant la constante de l'intégration.

L'équation dernière peut être transformée dans la suivante plus simple

$$\text{tg. } (v - \alpha) = \frac{b}{a} \cdot \text{tg. } \frac{2\mu t + m}{2}$$

qui en même tems fait voir, que l'orbite décrite par la planète est une ellipse, dont le centre est occupé par le soleil et dont les axes sont $2a$ et $2b$.

En commençant le tems t à l'aphélie, on a $m = 0$ ce qui donne

$tg\,(\nu - \alpha) = \frac{b}{a}\,tg\,\mu t$ et l'équation c §. 11.

$r^2 = a^2 \cos.^2 \mu t + b^2 \sin.^2 \mu t$

équations identiques avec celles, que nous avons trouvées par la première solution. A l'aide de ces expressions on a encore les suivantes

$$\left.\begin{aligned} \sin.(\nu - \alpha) &= \frac{b}{r} \sin.\mu t \\ \cos.(\nu - \alpha) &= \frac{a}{r} \cos.\mu t \\ tg.\,\mu t &= \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{r^2 - b^2}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (F).$$

§. 13. Il ne nous reste donc, que de rapprocher de la même manière la dernière solution à la seconde. Pour y parvenir, tâchons de développer, à l'aide des équations trouvées dans le § précédent, les valeurs des coordonnées x, y et z et il est clair, qu'on doit, si le calcul est juste, retomber sur les équations II du §. 4.

En effet les deux premières des équations (F) donnent

$$\sin.\nu \sin.\alpha + \cos.\nu \cos.\alpha = \frac{a \cos.\mu t}{r}$$

$$\sin.\nu \cos.\alpha - \cos.\nu \sin.\alpha = \frac{b \sin.\mu t}{r}$$

Cherchant maintenant au moyen de ces équations les valeurs de $\sin.\nu$ et $\cos.\nu$, on trouve

$$\sin.\nu = \frac{a}{r} \sin.\alpha \cos.\mu t + \frac{b}{r} \cos.\alpha \sin.\mu t$$

$$\cos.\nu = \frac{a}{r} \cos.\alpha \cos.\mu t - \frac{b}{r} \sin.\alpha \sin.\mu t$$

Substituons ces valeurs de $\sin.\nu$ et $\cos.\nu$ dans les équations (D) §. 12. on aura sur le champ

$$\begin{aligned} x = {} & a\,(\cos.k \cos.\alpha - \sin.k \sin.\alpha \cos.n) \cos.\mu t \\ & - b\,(\cos.k \sin.\alpha + \sin.k \cos.\alpha \cos.n) \sin.\mu t \\ y = {} & a\,(\sin.k \cos.\alpha + \cos.k \sin.\alpha \cos.n) \cos.\mu t \\ & - b\,(\sin.k \sin.\alpha - \cos.k \cos.\alpha \cos.n) \sin.\mu t \\ z = {} & a \sin.\alpha \sin.n \cos.\mu t + b \cos.\alpha \sin.n \sin.\mu t \end{aligned}$$

ce qui s'accorde parfaitement avec les valeurs des quantités A, A′, A″ et B, B′, B″ trouvées par la seconde solution (§. 7. équations III. et IV.).

§. 15. A l'aide des expressions précédentes il est facile de trouver les valeurs des trois constantes c, c', c'' des équations (A) §. 10. En effet, en les différentiant, on trouve, après avoir substitué dans les équations citées les valeurs précédentes des x, y et z,

$$\left.\begin{aligned} \frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} &= c = ab\mu \,.\, \cos. n \\ \frac{x\partial z - z\partial x}{\partial t} &= c' = ab\mu \,.\, \sin. n \cos. k \\ \frac{y\partial z - z\partial y}{\partial t} &= c'' = ab\mu \,.\, \sin. n \sin. k \end{aligned}\right\} .$$

Soit F l'aire du secteur décrit par le rayon vecteur r pendant le tems t et nommons f, f', f'' la projection de cette aire sur le plan coordonné des xy, xz, yz. Cela posé, on aura en vertu des équations précédentes :

$$\begin{aligned} f &= \tfrac{1}{2}\mu ab \,.\, t \,.\, \cos. n \\ f' &= \tfrac{1}{2}\mu ab \,.\, t \,.\, \sin. n \cos. k \\ f'' &= \tfrac{1}{2}\mu ab \,.\, t \,.\, \sin. n \sin. k \end{aligned}$$

et comme en outre

$$F = \sqrt{f^2 + f'^2 + f''^2}$$

on aura pour la valeur du secteur décrit par le rayon vecteur pendant le tems t

$$F = \tfrac{1}{2}\mu ab \,.\, t.$$

Supposons $F = ab \,.\, \pi$ l'aire de l'ellipse entière, où π est la circonférence d'un cercle, dont le diamètre est l'unité, alors t sera T, égale à la révolution de la planète auteur du soleil, ce qui donne

$$T = \frac{2\pi}{\mu}$$

donc les révolutions sont constantes et égales pour toutes les planètes, quellesque soient les valeurs des axes a et b.

DE DESCENSU GRAVIUM SUPER ARCU LEMNISCATAE

AUCTORE

N. F U S S.

Conventui exhib. die 21. Junii 1815.

§. 1. Cum aliquo abhinc tempore tomum primum Commentationum Instituti nationalis Italici (*Memorie dell' Istituto nazionale Italiano, Tomo I, Parte* 2) pervolverem, inter egregias dissertationes mathematicas huic volumini insertas prae ceteris grata et accepta mihi fuerat commentatio cel. *Saladini*, ejusdem argumenti, eodemque quem nostra prae se fert titulo inscripta: (*Della discesa de' gravi per la Lemniscata*), idque ideo potissimum, quod tum temporis in eodem argumento tractando occupatus fuissem, eademque problemata, quae cel. *Saladini* tractatio exhibet, solvissem. Diu quidem dubius haesi an istorum problematum solutiones meae non nimis exigui essent momenti, quam ut Academiae tradi mererentur; suasit tandem mira solutionum simplicitas et formularum commoditas et elegantia, ut, quae super hoc argumento, licet ex minima tantum parte novo, tum temporis conscripseram, heic breviter exponerem.

Problema I.

§. 2. *Circa data duo puncta F et G curvam describere ita comparatam, ut, si ex ejus puncto quolibet Y ad puncta data ducantur rectae YF et YG, rectangulum ex iis formatum aequale sit quadrato FCDE, existente C puncto medio in recta FG.* Tab. IV. Fig. 1.

Solutio.

Ducta rectaCY vocetur $CF = CG = a$, $CY = v$ et angulus $FCY = \Phi$, critque angulus $GCY = 180^\circ - \Phi$. Hinc sequitur fore:

$$FY^2 = aa + vv - 2av\cos.\Phi,$$
$$GY^2 = aa + vv + 2av\cos.\Phi,$$

horumque quadratorum productum:

$$FY^2 \times GY^2 = a^4 = (aa + vv)^2 - 4aavv\cos.\Phi^2$$

nobis praebet aequationem:

$$v = a\sqrt{2\cos.2\Phi}$$

qua natura curvae quaesitae penitus determinatur, quoniam pro quolibet angulo FCY innotescit recta CY, quo ipso constructio curvae in promtu est.

Corollarium 1.

§. 3. Vocemus abscissam $CX = x$ et applicatam $XY = y$ et quaeramus aequationem inter x et y, quo nostram solutionem cum solutione cel. *Saladini* comparare queamus. At vero hae coordinatae erunt:

$$x = v\cos.\Phi = a\cos.\Phi\sqrt{2\cos.2\Phi},$$
$$y = v\sin.\Phi = a\sin.\Phi\sqrt{2\cos.2\Phi},$$

unde porro fit

$$x^2 + y^2 = 2aa\cos.2\Phi,$$
$$x^2 - y^2 = 2aa\cos.2\Phi^2,$$

hinc autem statim sequitur fore

$$(x^2 + y^2)^2 = 2aa(x^2 - y^2)$$

quae est ipsa aequatio quarti pradus a *Saladino* pro curva quaesita in medium prolata.

Corollarium 2.

§. 4. Quoniam angulum Φ etiam negative sumere licet, ejusdem vero anguli, tam positivi, quam negativi, cosinus est idem, dum contra sinus arcus negativi quoque fit negativus, ex valoribus coor-

dinatarum modo inventis statim perspicitur, cuilibet abscissae duas respondere applicatas aequales, alteram positivam, supra rectam FG, alteram negativam, infra hanc rectam cadentem. Tum vero quoque evidens est, ob valorem a ad dextram puncti C partem negativum, curvae ramum ex hac parte similem et aequalem fore ramo sinistro.

Corollarium 3.

§. 5. Applicata porro nostra $y = a \sin.\Phi \sqrt{2} \cos.2\Phi$ in nihilum abit sequentibus tribus casibus:

$$1^\circ)\ \Phi = 0\ ;\quad 2^\circ)\ \Phi = 45^\circ\ ;\quad 3^\circ)\ \Phi = 180^\circ$$

quibus igitur fit:

$$1^\circ)\ v = a\sqrt{2} \quad \text{et} \quad x = a\sqrt{2}\ ;$$
$$2^\circ)\ v = 0 \quad \text{et} \quad x = 0\ ;$$
$$3^\circ)\ v = a\sqrt{2} \quad \text{et} \quad x = -a\sqrt{2}.$$

Hinc intelligitur curvam in tribus punctis per rectam FG, productam, transire, scilicet in A, ad distantiam $CA = a\sqrt{2}$, tum vero in C, denique in B, ad distantiam $CB = -a\sqrt{2}$.

Corollarium 4.

§. 6. Sumantur nunc differentialia ambarum coordinatarum, eritque

$$\partial x = -a\partial\Phi\,(\sin.\Phi\sqrt{2}\cos.2\Phi + \tfrac{2\cos.\Phi\sin.2\Phi}{\sqrt{2\cos.2\Phi}})\ ;$$
$$\partial y = +a\partial\Phi\,(\cos.\Phi\sqrt{2}\cos.2\Phi - \tfrac{2\sin.\Phi\sin.2\Phi}{\sqrt{2\cos.2\Phi}})\ ;$$

quae autem concinnius sequenti modo referre licet:

$$\partial x = -\tfrac{2a\partial\Phi\sin.3\Phi}{\sqrt{2\cos.2\Phi}}\ ;$$
$$\partial y = +\tfrac{2a\partial\Phi\cos.3\Phi}{\sqrt{2\cos.2\Phi}}\ .$$

Quod si nunc angulus, sub quo tangens curvae in quolibet puncto Y ad axem abscissarum inclinatur, littera θ designetur, erit

$$\text{tag.}\,\theta = \tfrac{\partial y}{\partial x} = -\cot.3\Phi,$$

quae igitur tangens fit infinita casibus $\Phi = 0$ et $\Phi = 180^\circ$; tum

vero ea in nihilum abit, casibus $\Phi = 30^\circ$, $\Phi = -30^\circ$ et $\Phi = 150^\circ$, denique unitati fit ea aequalis, casibus $\Phi = 45^\circ$ et $\Phi = 135^\circ$. Unde intelligitur curvam axem normaliter trajicere in punctis A et B, porro in C sub angulo semirecto; in punctis vero H, I, K, L tangentem ejus axi fore parallelam. Curva scilicet formam habebit in figura 2 exhibitam, ubi $CF = CG = a$, $CH = CL = CI = CK = a$, $HI = KL = a$, $CA = CB = a\sqrt{2}$ et $Cm = Cn = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tangentibus PQ et RS sese in C normaliter decussantibus.

Tab. IV. Fig. 2.

Corollarium 5.

§. 7. Curvae istius, sub nomine *Lemniscatae* jam dudum cognitae et unam speciem curvae Cassinianae referentis, quaeramus nunc quadraturam. Hunc in finem notetur esse

$$y\partial x = -2a^2\partial\Phi \sin.\Phi \sin.3\Phi,$$

sive, quod idem est:

$$y\partial x = a^2\partial\Phi (\cos.4\Phi - \cos.2\Phi),$$

unde integrando nanciscimur

$$\int y\partial x = C + \tfrac{1}{4}a^2 \sin.4\Phi - \tfrac{1}{2}a^2 \sin.2\Phi;$$

et cum area evanescere debeat in puncto C, ubi $\Phi = 45^\circ$, haec conditio subministrat nobis constantem $C = \frac{1}{2}a^2$ et aream

$$\int y\partial x = \tfrac{1}{2}a^2 + \tfrac{1}{4}a^2 \sin.4\Phi - \tfrac{1}{2}a^2 \sin.2\Phi,$$

quae, si extendatur a $\Phi = 45^\circ$ ad $\Phi = 0$ usque, hoc est a C ad A, fiet $\int y\partial x = \frac{1}{2}a^2$, ita ut area spatii curvilinei intra nodum CHAIC contenti sit $= a^2$, hoc est:

Fig. 1.

$$CHAIC = FY \times GY = \square CDEF.$$

Corollarium 6.

§. 8. Quaeramus quoque radium osculi curvae R in quolibet puncto Y; et cum sit in genere

$$R = -\frac{\partial x\,(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{\partial p},$$

ob $p = \cot. 3\Phi$ (§ 6) et $1 + pp = \frac{1}{\sin. 3\Phi^2}$ et $\partial p = -\frac{3\partial\Phi}{\sin. 3\Phi^2}$, habebimus radium osculi quaesitum ita expressum:

$$R = -\frac{2a}{3\sqrt{2}\cos. 2\Phi}.$$

Hinc casu $\Phi = 0$ pro puncto A erit $R = \frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}$ CA. Porro si fuerit $\Phi = 45^\circ$, pro puncto C erit $R = \infty$. Denique casu $\Phi = 30^\circ$, pro punctis H et I erit $R = \frac{2a}{3} = \frac{2}{3}$ HI.

Corollarium 7.

§. 9. Quod longitudinem arcus attinet, ob elementum arcus $\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{2a\partial\Phi}{\sqrt{2\cos. 2\Phi}}$, erit $s = a\sqrt{2}\int\frac{\partial\Phi}{\sqrt{\cos. 2\Phi}}$, sive, posito $\sqrt{\cos. 2\Phi} = z$, erit arcus $s = -a\sqrt{2}\int\frac{\partial z}{\sqrt{1-z^4}}$. Ubi in transitu notari meretur elementum arcus curvae elasticae exprimi per $\partial s = \frac{\partial x}{\sqrt{1-x^4}}$, hoc est eodem plane modo per x, quo elementum arcus nostrae Lemniscatae exprimitur per z. Quod si nunc integrale hujus formulae per seriem exprimere velimus, erit

$$\int\frac{\partial z}{\sqrt{1-z^4}} = z + \frac{1}{2.5}z^5 + \frac{1.3}{2.4.9}z^9 + \frac{1.3.5}{2.4.6.13}z^{13} = \text{etc.}$$

Sin autem arcum s, a puncto C, ubi $z = 0$, computatum, usque ad A, ubi $z = 1$, extendere velimus, erit:

$$\int\frac{\partial z}{\sqrt{1-z^4}}\left[\begin{smallmatrix} a\partial z = 0 \\ z = 1\end{smallmatrix}\right] = 1 + \frac{1}{2.5} + \frac{1.3}{2.4.9} + \frac{1.3.5}{2.4.6.13} + \text{etc.}$$

et mutatis terminis integrationis:

$$\int\frac{\partial z}{\sqrt{1-z^4}}\left[\begin{smallmatrix} a\partial z = 1 \\ z = 0\end{smallmatrix}\right] = -1 - \frac{1}{2.5} - \frac{1.3}{2.4.9} - \frac{1.3.5}{2.4.6.13} - \text{etc.}$$

Hinc autem sequitur fore arcum

$$\text{AHC} = a\sqrt{2}\left[1 + \frac{1}{2.5} + \frac{1.3}{2.4.9} + \frac{1.3.5}{2.4.6.13} + \text{etc.}\right.$$

existente $a\sqrt{2} = \text{AC}$, ita ut series intra vinculos [ ] inclusa exprimat quotum ex divisione arcus A H C per ejus chordam A C ortum.

Corollarium 8.

§. 10. Inter modo memoratas autem, plurimasque alias egregias proprietates hujus curvae memorabilis, primaria, ceterisque palmam eripiens, est proprietas illa mechanica: qua, si nodus C Lemniscatae ita collocatus concipiatur, ut axis CA cum recta horizontali CS angulum semirectum efficiat, tempora descensus corporis super arcu quolibet CY, et super ejus chorda sint eadem, quae proprietas commodissime sequenti modo demonstrabitur: Vocetur angulus PCY $= \zeta$, et demisso ex Y in tangentem verticalem CP perpendiculo YX, erit $CX = v \cos.\zeta$, tempus descensus per chordam $CY = \sqrt{\frac{v}{g \cos.\zeta}}$ et tempus descensus per arcum $CGY = \int \frac{\partial s}{2\sqrt{g v \cos.\zeta}}$, denotante g altitudinem lapsus gravium primo minuto secundo, quae tempora, cum debeant esse aequalia, ob elementum arcus percursi $\partial s = \sqrt{\partial v^2 + v v \partial \zeta^2}$, nobis dant hanc aequationem:

Tab. IV. Fig. 3.

$$\sqrt{\frac{v}{g \cos.\zeta}} = \int \frac{\sqrt{\partial v^2 + v v \partial \zeta^2}}{2\sqrt{g v \cos.\zeta}}.$$

Sumantur differentialia, eritque

$$\frac{\partial v \cos.\zeta + v \partial \zeta \sin.\zeta}{\cos.\zeta \sqrt{v \cos.\zeta}} = \frac{\sqrt{\partial v^2 + v v \partial \zeta^2}}{\sqrt{v \cos.\zeta}},$$

quae aequatio differentialis porro reducitur ad hanc:

$$\partial v \cos.\zeta + v \partial \zeta \sin.\zeta = \cos.\zeta \sqrt{\partial v^2 + v v \partial \zeta^2},$$

hinc autem, sumtis utrinque quadratis, separatisque variabilibus, adipiscimur aequationem:

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{\partial \zeta \cos.2\zeta}{\sin.2\zeta}$$

unde integrando elicitur

$$l v = l C + \tfrac{1}{2} l \sin.2\zeta$$

ubi constans C ita est determinanda, ut posito $\zeta = 45^\circ$ fiat $lv = la\sqrt{2}$ (§. 6.). Erit igitur

$$lv = la\sqrt{2} + l\sqrt{\sin.2\zeta}$$

et ad numeros resurgendo

$$v = a\sqrt{2}\sin.2\zeta = a\sqrt{2}\cos.2\Phi,$$

quae est ea ipsa aequatio, quam supra §. 2. pro Lemniscata invenimus.

Scholion.

§. 11. Quantacunque sit simplicitas hujus demonstrationis, si eam cum demonstratione cel. *Saladini* comparemus, datur tamen methodus multo facilior et commodior hanc ipsam demonstrationem, quasi absque ullo calculo, perficiendi, quam igitur operae pretium videtur heic exhibuisse. Sistet eam solutio sequentis problematis inversi etiam a *Saladino* soluti.

Problema II.

§. 12. *Invenire lineam curvam CGAM, ita comparatam, ut grave arcum ejus quemcunque CGY eodem tempore percurrat, quo percurrit chordam ejus CFY.* Tab. IV. Fig. 3.

Solutio.

Per initium motus C agatur recta verticalis CP. In Y erigatur super chorda CY normalis YQ. Super CQ, tamquam diametro, describatur semicirculus, qui ergo transibit per punctum Y. Ducatur chorda proxima C*y*, quae semicirculum secet in *m*, a recta vero QY, producta, secetur in *n*. Jam evidens est tempora descensus per chordas CY et C*m* fore aequales, et cum quoque aequales esse debeant tempora descensus per chordam C*y* et per arcum CG*y*, hinc sequitur aequalia fieri debere tempora per *my* et *Yy*. Quoniam autem celeritates in Y acquisitae sunt utrinque aequales, aequalia quoque erunt spatiola persursa *my* et *Yy*, ergo aequales erunt et anguli *mYy* et *Ymy*. Est vero angulus

$$Ymy = VYR = 90^\circ + QYV = 90^\circ - XCY = 90^\circ - \zeta,$$

unde sequitur fore $\angle mYy + \angle Ymy = 180^\circ - 2\zeta$ ideoque $\angle Yym = 2\zeta$. Est vero tag.$Yym = \frac{Yn}{yn}$, hoc est tg.$2\zeta = \frac{v\partial\zeta}{\partial v}$, ita ut habeamus $\frac{\partial v}{v} = \frac{\partial\zeta}{\text{tag.}2\zeta}$, sive $\frac{\partial v}{v} = \frac{\partial\zeta \cos.2\zeta}{\sin.2\zeta}$, prorsus ut supra §. 10.

pro Lemniscata invenimus, quae igitur curva problemati nostro satisfacit, et praeter eam nulla alia.

ADDITAMENTUM.

De alia curva memorabili egregia proprietate mechanica gaudente.

§. 13. Eo ipso tempore, quo in argumento supra exposito pertractando occupatus fueram, varios etiam successive examini subjeceram alios casus descensum gravium spectantes, respectu habito ad varias temporum descensus conditiones. Inter eos, prae ceteris sequens problema, a nemine adhuc, quantum quidem mihi innotuit, tractatum, attentionem mereri mihi visum est, ob curvam tertii gradus prorsus singularem, conchoidi similem, ad quam ejus solutio conducit.

Problema III.

Tab. IV. Fig. 4.

§. 14. *Datis in recta horizontali duobus punctis A et B, invenire curvam MYN ita comparatam, ut ductis ad quodlibet ejus punctum Y rectis AY et BY, summa temporum descensus et ascensus corporis super his rectis ubique sit eadem.*

Solutio.

Per medium C rectae horizontalis AB agatur verticalis CG, voceturque abscissa, super hoc axe sumta, $CX = x$, applicata $XY = y$, tum vero sit $CA = CB = a$, eritque:

$$AY = \sqrt{xx + (a - y)^2};$$
$$BY = \sqrt{xx + (a + y)^2};$$

unde sequitur fore:

$$\text{Tempus per AY} = \frac{AY}{\sqrt{g} \cdot PY} = \sqrt{\frac{xx + (a - y)^2}{gx}};$$

$$\text{Tempus per BY} = \frac{BY}{\sqrt{g} \cdot PY} = \sqrt{\frac{xx + (a + y)^2}{gx}};$$

quorum summa debet esse constans, unde oritur ista aequatio resolvenda:

$$\sqrt{xx+(a-y)^2}+\sqrt{xx+(a+y)^2}=\sqrt{Ax},$$

qua igitur natura curvae quaesitae exprimitur. Sublata autem irrationalitate ex hac aequatione nanciscimur:

$$yy=\frac{Ax\left(aa-\frac{Ax}{4}+xx\right)}{4aa-Ax}.$$

Quodsi nunc constanti A tribuamus hanc formam: $A=\frac{4bc}{f}$, ponendo $a=\sqrt{bc}$ habebimus:

$$yy=\frac{x\left(bc-\frac{bc}{f}x+xx\right)}{f-x},$$

sive sumto $f=\frac{bc}{b+c}$ erit:

$$y=\pm\sqrt{\frac{x(b-x)(c-x)}{f-x}}.$$

Hinc intelligitur, cuilibet abscissae x duas respondere applicatas aequales, alteram ad sinistram, alteram ad dextram axis verticalis CG. Tum vero perspicuum est applicatas evanescere casibus $x=0$, $x=b$ et $x=c$, ita ut curva habeat tres vertices in punctis C, E et F, binos postremos ad distantias a primo: $CE=b$, et $CF=c$, ad distantiam vero $CD=f$ applicatam fore infinitam $y=+\infty$. Unde perspicuum fit curvam habere duos ramos asymtoticos Cm et Cn, continuo propius ad asymtotam RS, rectae AB parallelam, accedentes infra quam sita est figura ovalis in se rediens EMFN, circa verticem inferiorem F, ubi radius osculi est tantum $\frac{cc-bb}{2c}$, magis incurvata quam circa verticem superiorem E, ubi radius curvedinis $=\frac{cc-bb}{2b}$ est major. Denique evidens quoque est applicatas fore imaginarias 1°) quoties $x>c$, hoc est ultra verticem F; 2°) quoties $x>f<b$, hoc est intra spatium DE. Quod tempora descensus ascensusque attinet, probe notandum est, si punctum Y capiatur in superiore curva asymtotica mCn, tum *differentiam* eorum

fore constantem. Sin autem punctum Y capiatur in ovali infra asymtotam, tum *summa* temporum per AY et BY erit constans, sive, quod eodem redit, si grave descendat per AY et celeritate in Y acquisita iterum ascendat per YB, tum tempus, quo iste motus per AYB absolvitur, pro omnibus curvae EMFN punctis Y erit idem. Ceterum sola figurae inspectio affinitatem hujus curvae cum conchoïde abunde declarat, licet, quoad aequationem, sint ordinis penitus diversi.

LONGITUDE DE STAWROPOL

DÉTERMINÉE PAR L'OBSERVATION DES OCCULTATIONS D'ÉTOILES:

1.θ, 2.θ ET α DU TAUREAU.

PAR

P. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 4. Février 1818.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie Impériale le calcul de trois occultations d'étoiles par la lune, observées par moi le 22. Octobre 1812 à *Stawropol*, ville de district du Gouvernement du *Caucase*. Ces observations sont les suivantes:

Immersion de 1.θ ♉, au bord éclairé de la lune, à $11^h\,15'\,38'',36$ tems moyen solaire; elle avait lieu près de la cime d'une montagne lunaire.

Immersion de 2.θ ♉ à $11^h\,27'\,49'',52$ *t. m.*; observation très exacte.

L'immersion de α ♉ se fit subitement à $15^h\,14'\,47'',36$ *t. m.*; observation aussi très exacte.

L'émersion de α ♉ n'a pas été visible, à cause d'un brouillard épais; et les émersions de 1.θ ♉ et 2.θ ♉ furent manquées par un accident.

Le tems moyen de ces observations a été déterminé par sept hauteurs de α du *Cygne* et par huit hauteurs de α du *Cocher*, observées la même nuit, et par 22 hauteurs correspondantes du soleil, qui furent observées le jour suivant.

Pour déduire la longitude géographique de *Stawropol*, j'ai choisi parmi les observations correspondantes des occultations de $1.\theta\ \aleph$ et de $2.\theta\ \aleph$, celles, qui ont été faites à *Vienne* et à *Prague*. J'ai calculé pour ces deux occultations les lieux de la lune sur les tables de Mr. *Bürg*, et les parallaxes dans l'hypothèse d'applatissement de $\frac{1}{335}^{me}$.

La position apparente des étoiles mentionnées a été, à l'époque de ces observations:

	Longitude	Latitude
$1.\theta\ \aleph$	$65^\circ\ 20'\ 8'',58$	$— 5^\circ\ 45'\ 49'',71$
$2.\theta\ \aleph$	$65\ 20\ 31,10$	$— 5\ 51\ 25,60.$

Les tableaux suivans présentent les résultats du calcul. Sn y designe la différence des longitudes apparentes de la lune et de l'étoile; SN, la différence des longitudes vraies des mêmes corps; et m, le mouvement horaire vrai de la lune en longitude, calculée pour le moment du milieu entre l'instant de l'observation et celui de la conjonction vraie. Enfin les ds, $d\beta$ et $d\pi$ y designent les corrections du démi-diamètre, de la latitude et de la parallaxe équatoriale de la lune.

Calcul de l'occultation de 1.β. du *Taureau* du 22. Octobre 1812.

Observation faite à Stawropol.

	Immersion
Tems moyen solaire de l'observation	$11^h 15' 38'',36$
Longitude supposée de Stawropol	2 38 35, 00
Longitude vraie de la lune	$64°41\ 22, 06$
Latitude vraie de la lune	$-5\ 1\ 8, 60$
Parallaxe équat. de la lune	1 0 26, 28
Démi-diamètre de la lune	16 29, 73
Latitude corrigée de *Stawropol*	44 52 41, 0
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 20, 80
Ascension droite du zénith	20 1 4, 8
Longitude du zénith	37 5 40, 3
Latitude du zénith	33 24 51, 6
Parallaxe de longitude de la lune	23 43, 85
Latitude apparente de la lune	-5 38 35, 74
Demi-diamètre apparent de la lune	16 41, 76
Sn	907, 37
SN	2331, 22
m	2223, 64

Conjonction vraie de la lune et de 1.β. du *Taureau*, en tems moyen solaire de *Stawropol* :

par l'Imm. $= 12^h 18' 32'',53 + 1,796\,ds - 0,778\,d\beta + 1,120\,d\pi$. [A]

Observations de Vienne.

	Immersion	Émersion
Tems vrai solaire de l'observat.	$9^h34'\ 7'',40$	$10^h33'24'',20$
Tems moyen solaire à *Vienne*	9 18 39, 55	10 17 56, 01
Longitude de *Vienne* . .	0 56 10, 20	0 56 10, 20
Longitude vraie } . . .	$64°32\ 21, 91$	$65°\ 8\ 59, 47$
Latitude vraie } de la lune	— 5 1 15, 01	— 5 0 48, 15
Parallaxe équat. } de la lune	1 0 26, 74	1 0 24, 87
Demi-diamètre } . . .	16 29, 85	16 29, 34
Latitude corrigée de *Vienne*	48 2 17, 8	48 2 17, 8
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 20, 65	1 0 18, 78
Ascension droite } . .	350 45 47, 1	5 37 20, 0
Longitude . } du zénith	16 40 5, 1	28 9 23, 0
Latitude . } . .	46 27 22, 0	40 59 53, 7
Parallaxe de longitude } .	0 31 12, 10	0 27 47, 32
Latitude apparente } de la lune	— 5 47 33, 99	— 5 43 47, 39
Demi-diamètre appar. } .	0 16 36, 66	0 16 38, 74
Sn	996, 26	996, 23
S N	2868, 36	671, 09
m	2224, 08	2222, 83

Conjonction vraie, en tems moyen solaire de *Paris*.

par l'Imm. $= 9^h39'52'',20 + 1,628ds + 0,170d\beta + 0,706d\pi$ . . . [B]

— l'Em. $= 9\ 39\ 52,\ 68 - 1,632ds + 0,200d\beta + 0,604d\pi$ . . . [C]

$0 = \quad - 0,\ 48 + 3,260ds - 0,030d\beta + 0,102d\pi$ . . . [*a*]

Observations de Prague.

	Immersion	Émersion
Tems vrai solaire de l'observat.	$9^h28'48'',00$	$10^h27'25'',70$
Tems moyen solaire à *Prague*	9 13 20, 13	10 11 57, 50
Longitude de *Prague* . .	0 48 20, 95	0 48 20, 95
Longitude vraie) . . .	64 33 55, 00	65 10 8, 32
Latitude vraie) de la lune	— 5 1 13, 91	— 5 0 47, 28
Parallaxe équat.) de la lune	1 0 26, 67	1 0 24, 81
Demi-diamètre) . . .	0 16 29, 83	0 16 29, 32
Latitude corrigée de *Prague*	49 55 2, 6	49 55 2, 6
Parallaxe horizont. de la lune	1 0 20, 22	1 0 18, 37
Ascension droite) . .	349 26 1, 9	4 7 46, 9
Longitude .) du zénith	17 13 51, 4	28 23 54, 0
Latitude .) . .	48 29 33, 1	43 6 35, 5
Parallaxe de longitude) .	0 29 44, 89	0 26'43, 75
Latitude apparente) de la lune	— 5 48 54, 94	— 5 45 19, 13
Demi-diamètre appar.) .	0 16 36, 37	0 16 38, 37
Sn	984, 03	1002, 96
SN	2768, 91	600, 79
m	2224, 04	2222, 79

Conjonction vraie, en tems moyen solaire de *Paris*:

par l'Imm. $= 9^h39'41'',16 + 1,647\,ds + 0,306\,d\beta + 0,556\,d\pi$ .. [D]

— l'Ém. $= 9\ 39\ 49,\ 58 - 1,620\,ds + 0,050\,d\beta + 0,681\,d\pi$ .. [E]

$0 = -8,\ 42 + 3,267\,ds + 0,256\,d\beta - 0,125\,d\pi$ .. [*b*]

Calcul de l'occultation de 2♉ du Taureau.

Observation de Stavropol.

	Immersion
Tems moyen de l'observation	11h 27′ 49″,52
Longitude supposée de *Stavropol*	2 38 35, 00
Longitude vraie (de la lune)	64° 48 53, 94
Latitude vraie (de la lune)	— 5 1 3, 14
Parallaxe équatoriale (de la lune)	1 0 25, 90
Demi-diamètre (de la lune)	0 16 29, 62
Latitude corrigée de *Stavropol*	44 52 41, 0
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 20, 42
Ascension droite du zénith	23 4 22, 5
Longitude du zénith	39 24 33, 0
Latitude du zénith	32 27 33, 3
Parallaxe de longitude de la lune	0 22 13, 46
Latitude apparente de la lune	— 5 37 47, 06
Demi-diamètre apparent de la lune	0 16 42, 07
S *n*	580, 95
S N	1914, 41
m	2223, 50

Conjonction vraie de la lune et de 2♉ du *Taureau*, en tems moyen solaire de *Stavropol* :

par l'Imm. $= 12^h 19' 29'',09 + 2,807 ds - 2,293 d\beta + 1,992 d\pi$ . . [A′]

Observations de Vienne.

	Immersion	Emersion
Tems vrai de l'observation	$9^h35'33'',15$	$10^h30'55'',70$
Tems moyen solaire	9 20 5, 29	10 15 27, 53
Longitude de *Vienne*	0 56 10, 20	0 56 10, 20
Longitude vraie (de la lune)	$64^\circ33$ 14, 92	65° 7 27, 77
Latitude vraie (de la lune)	— 5 1 14, 39	— 5 0 49, 32
Parallaxe équat. (de la lune)	1 0 26, 70	1 0 24, 95
Demi-diamètre (de la lune)	0 16 29, 84	0 16 29, 36
Latitude corrigée de *Vienne*	48 2 17, 8	48 2 17, 8
Parallaxe horizont. de la lune	1 0 20, 61	1 0 18, 86
Ascension droite (du zénith)	351 7 16, 7	5 0 6, 7
Longitude (du zénith)	16 57 12, 2	27 41 17, 7
Latitude (du zénith)	46 19 10, 5	41 12 59, 3
Parallaxe en longitude (de la lune)	0 31 8, 84	0 27 58, 65
Latitude apparente (de la lune)	— 5 47 28, 70	— 5 43 57, 04
Demi-diamètre appar. (de la lune)	0 16 36, 72	0 16 38, 66
Sn	973, 18	896, 84
SN	2842, 02	781, 81
m	2224, 04	2222, 86

Tems moyen solaire de la conjonction vraie, à *Paris* :

par l'Imm. $= 9^h40'35'',39 + 1{,}666\,ds - 0{,}396\,d\beta + 1{,}138\,d\pi$ .. [B′]

— l'Ém. $= 9\ 40\ 23,\ 50 - 1{,}813\,ds + 0{,}814\,d\beta + 0{,}169\,d\pi$ .. [C′]

$0 = 11,\ 89 + 3{,}479\,ds - 1{,}210\,d\beta + 0{,}969\,d\pi$ .. [a']

Observations de Prague.

	Immersion	Émersion
Tems vrai de l'observation	$9^h29'30'',00$	$10^h26'\ 0'',45$
Tems moyen solaire	9 14 2, 16	10 10 32, 28
Longitude de *Prague*	0 48 20, 95	0 48 20, 95
Longitude vraie (de la lune)	$64°34'20,99$	$65°\ 9'15,69$
Latitude vraie (de la lune)	$-5\ 1\ 13,61$	$-5\ 0\ 47,95$
Parallaxe équat. (de la lune)	1 0 26, 64	1 0 24, 85
Demi-diamètre (de la lune)	0 16 29, 82	0 16 29, 33
Latitude corrigée de *Prague*	49 55 2, 6	49 55 2, 6
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 20, 20	1 0 18, 41
Ascension droite (du zénith)	$349\ 36\ 34,1$	$3\ 46\ 25,1$
Longitude (du zénith)	17 22 6, 8	28 7 48, 8
Latitude (du zénith)	48 25 32, 9	43 14 5, 1
Parallaxe de longitude (de la lune)	0 29 43, 59	0 26 49, 87
Latitude apparente (de la lune)	$-5\ 48\ 52,40$	$-5\ 45\ 24,95$
Demi-diamètre appar. (de la lune)	0 16 36, 39	0 16 38, 34
Sn	989, 68	935, 73
SN	2773, 27	674, 14
m	2224, 00	2222, 80

Tems moyen solaire de la conjonction vraie, à *Paris* :

par l'Imm. $= 9^h40'30'',30 + 1,638\,ds - 0,252\,d\beta + 0,997\,d\pi$ . . [D]

— l'Em. $= 9\ 40\ 23,\ 15 - 1,737\,ds + 0,627\,d\beta + 0,257\,d\pi$ . . [E]

$0 = 7,\ 15 + 3,375\,ds - 0,879\,d\beta + 0,740\,d\pi$ . . [b']

Comme dans l'observation de *Stawropol*, l'immersion de 1ϕ. $\aleph$ avait eu lieu près de la cime d'une montagne lunaire, nous aurons ici égard à cette circonstance, au moins à peu près, en augmentant le demi-diamètre de la lune de deux secondes, pour cette seule observation de *Stawropol*. Ainsi en faisant, dans [A], $ds = 2''$, le tems moyen de la conjonction vraie de la lune avec 1ϕ. $\aleph$, deviendra:

$$\text{par l'Imm.} = 12^h18'36'',12 + 1,769\,ds - 0,778\,d\beta + 1,120\,d\pi \ldots [A].$$

Pour pouvoir déduire la longitude géographique de *Stawropol*, il nous faut encore déterminer les corrections ds, $d\beta$ et $d\pi$. A cet effet nous observons, que le demi-diamètre de la lune, calculé ici sur les tables de Mr. *Burg*, est plus grand de $1'',42$ que celui qui résulte des tables lunaires de Mr. *Burkhardt*. Mais nous avons trouvé la correction approximative du demi-diamètre de la lune, adopté dans ces dernières tables, $= 0'',45 - 0,10\,d\pi$ (*); ainsi dans notre cas la correction ds est $= -0'',97 - 0,10\,d\pi$. En s'aidant de cette donnée, nous pourrions à la vérité tirer, des équations de condition $[a]$, $[b]$, $[a']$ et $[b']$, les deux corrections restantes $d\beta$ et $d\pi$; mais on remarque facilement que ces valeurs ne seraient pas sûres, parce que les coéfficiens de $d\beta$ et $d\pi$ dans les équations $[a]$ et $[b]$ sont très petits, et qu'en outre la constante de l'équation $[b]$ est évidemment inexacte. Quoique cette objection ne s'étend pas aux équations $[a']$ et $[b']$, cependant, les coéfficiens de $d\beta$ et $d\pi$ y étant entre eux presque dans le même rapport, elles ne pourront pas servir aussi à la détermination de ces deux inconnues. D'ailleurs il semble qu'on ne peut pas se flatter de pouvoir déterminer avec une grande précision la petite correction $d\pi$ par des occultations d'étoiles, observées dans des lieux dont la latitude

(*) Diamètre de la lune, déduit des occultations d'*Aldebaran*. Mémoires de l'Académie, T. VIII, pag. 125.

n'est pas fort différente. C'est par cette raison que j'aime mieux laisser $d\pi$ indéterminée tant ici, que dans tous les calculs suivans des longitudes géographiques: me réservant de l'introduire dans la suite, quand elle sera déterminée par des recherches ultérieures.

Avec la valeur de $ds = -0''.97 - 0,10\,d\pi$ nous tirons des équations $[a']$ et $[b']$ pour la correction $d\beta$ les deux quantités:

$$[a'] \ldots\ldots d\beta = 7'',04 + 0,513\,d\pi,$$
$$[b'] \ldots\ldots d\beta = 4,41 + 0,458\,d\pi.$$

En prenant le milieu, nous aurons donc:

$$d\beta = 5'',725 + 0,485\,d\pi.$$

Les observations de l'occultation de 1 θ. $\aleph$ nous donnent pour la longitude de *Stawropol* les valeurs suivantes:

1) .. $[A]-[B] = 2^h38'43'',92 + 0,168\,ds - 0,948\,d\beta + 0,414\,d\pi,$
2) .. $[A]-[C] = 2\ 38\ 43,\ 44 + 3,428\,ds - 0,978\,d\beta + 0,516\,d\pi,$
3) .. $[A]-[D] = 2\ 38\ 54,\ 96 + 0,149\,ds - 1,084\,d\beta + 0,564\,d\pi,$
4) .. $[A]-[E] = 2\ 38\ 46,\ 54 + 3,446\,ds - 0,828\,d\beta + 0,439\,d\pi.$

En rejetant la valeur 3, parcequ'elle ne s'accorde pas sensiblement, et en substituant dans les autres valeurs les quantités ci-dessus trouvées pour ds et $d\beta$, nous obtenons enfin pour la longitude de *Stawropol*:

1) . . . $[A]-[B] = 2^h38'38'',33 - 0,063\,d\pi,$
2) . . . $[A]-[C] = 2\ 38\ 34,\ 52 - 0,301\,d\pi,$
4) . . . $[A]-[E] = 2\ 38\ 38,\ 49 - 0,304\,d\pi.$

Ainsi par 1 θ. $\aleph$ cette longitude est $= 2^h38'37'',11 - 0,223\,d\pi.$
Les observations de l'occultation de 2 θ. $\aleph$ donnent pour la même longitude les valeurs suivantes:

5) .. $[A']-[B'] = 2^h38'53'',70 + 1,141\,ds - 1,897\,d\beta + 0,854\,d\pi,$
6) .. $[A']-[C'] = 2\ 39\ 5,\ 59 + 4,620\,ds - 3,107\,d\beta + 1,823\,d\pi,$
7) .. $[A']-[D] = 2\ 38\ 58,\ 79 + 1,169\,ds - 2.041\,d\beta + 0,995\,d\pi,$
8) .. $[A']-[E] = 2\ 39\ 5,\ 94 + 4,544\,ds - 2,920\,d\beta + 1,735\,d\pi.$

On voit, qu'on ne peut pas ici s'attendre à une grande précision, parce que les coéfficiens de $d\beta$ et de $d\pi$ sont beaucoup plus considérables que dans les valeurs précédentes 1, — 4,. Après la substitution des quantités ci-dessus adoptées pour ds et $d\beta$, on obtient :

5) . . [A′] — [B′] = $2^h 38' 41'',73 - 0,180\, d\pi$,
6) . . [A′] — [C] = $2\ 38\ 43,\ 32 - 0,146\, d\pi$,
7) . . [A′] — [D] = $2\ 38\ 45,\ 97 - 0,112\, d\pi$,
8) . . [A′] — [E′] = $2\ 38\ 44,\ 82 - 0,058\, d\pi$;

et en prenant le milieu, on a par l'occultation de 2. ϑ. $\aleph$ la longitude de *Stawropol* = $2^h 38' 43'',96 - 0,124\, d\pi$.

Donc les occultations de 1. ϑ. $\aleph$ et de 2. ϑ. $\aleph$ donnent la longitude de *Stawropol* = $2^h 38' 40'',53 - 0,173\, d\pi$.

Les lieux de la lune, pour l'occultation de $\alpha\ \aleph$, ont été calculés sur les tables de Mr. *Burckhardt*, et les parallaxes dans l'hypothèse d'applatissement de $\frac{1}{308,65}^{me}$. La position apparente de l'étoile a été à l'époque de l'observation :

Longitude = $67^\circ\ 10'\ 27'',28$,
Latitude = — $5\ 28\ 47,\ 29$.

Voici maintenant le calcul de cette occultation, observée à *Stawropol* :

Calcul de l'occultation de α du *Taureau*, du 22. Octobre 1812.

Observation faite à Stawropol.

	Immersion
Tems moyen de l'observation	$15^h 14\ 47'',30$
Longitude supposée de *Stawropol*	2 38 37, 00
Longitude vraie de la lune	67° 8 49, 38
Latitude vraie de la lune	$-$ 4 59 6, 98
Parallaxe équat. de la lune	1 0 19, 41
Demi-diamètre de la lune	16 26, 29
Latitude corrigée de *Stawropol*	44 51 50, 6
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 13, 54
Ascension droite du zénith	79 58 10, 0
Longitude du zénith	82 21 59, 1
Latitude du zénith	21 40 5, 5
Parallaxe de longitude de la lune	14 59, 05
Latitude apparente de la lune	$-$ 5 26 22, 13
Demi-diamètre apparent de la lune	16 41, 36
S n	995, 29
S N	96, 24
m	2214, 80

Tems de la conjonction vraie de la lune et de α du *Taureau*, à *Stawropol* :

par l'Imm. $= 15^h 17' 23'',79 + 1,643 ds - 0,238 d\beta - 0,296 d\pi$ .. [A'']

Le calcul des observations correspondantes de cette occultation, faites à *Vienne*, *Prague*, *Padoue*, *Milan* et à la *Capellete*, se trouve déjà inséré dans les *Mémoires de l'Académie, Vol. VIII. pag.* 139. En conséquence nous rapportons ici seulement les conjonctions vraies, que nous y avons obtenues; mais, pour plus de commodité, nous les donnons ici en tems moyen de *Paris*.

Résultats des observations de *Vienne*:

de l'Imm. $= 12^h38'46'',12 + 1,707\,ds + 0,547\,d\beta - 0,069\,d\pi$.. [B″]
— l'Em. $= 12\ 38\ 48,\ 37 - 1,628\,ds - 0,180\,d\beta + 0,029\,d\pi$.. [C″].

Résultats des observations de *Prague*:

de l'Imm. $= 12^h38'45'',34 + 1,799\,ds + 0,773\,d\beta - 0,215\,d\pi$.. [D″]
— l'Em. $= 12\ 38\ 47,\ 00 - 1,671\,ds - 0,386\,d\beta + 0,190\,d\pi$.. [E″].

Résultats des observations de *Padoue*:

de l'Imm. $= 12^h38'45'',46 + 1,685\,ds + 0,446\,d\beta + 0,151\,d\pi$.. [F″]
— l'Em. $= 12\ 38\ 47,\ 08 - 1,626\,ds - 0,035\,d\beta + 0,097\,d\pi$.. [G″].

Résultats des observations de *Milan*:

de l'Imm. $= 12^h38'43'',88 + 1,710\,ds + 0,534\,d\beta + 0,151\,d\pi$.. [H′]
— l'Em. $= 12\ 38\ 45,\ 88 - 1,629\,ds - 0,105\,d\beta + 0,205\,d\pi$.. [I′].

Résultats des observations de la *Capellete*:

de l'Imm. $= 12^h38'47'',01 + 1,695\,ds + 0,183\,d\beta + 0,309\,d\pi$.. [J″]
— l'Em. $= 12\ 38\ 48'',27 - 1,625\,ds - 0,024\,d\beta + 0,293\,d\pi$.. [K″].

En soustrayant ces quantités successivement de la quantité [A″], ci-dessus trouvée pour le tems moyen de la conjonction vraie à *Stavropol*, nous obtenons pour la longitude de cette ville ces dix valeurs:

1) .. $[A''] - [B'] = 2^h38'37',67 - 0,064\,ds - 0,785\,d\beta - 0,227\,d\pi$,
2) .. $[A''] - [C'] = 2\ 38\ 35,42 + 3,271\,ds - 0,058\,d\beta - 0,325\,d\pi$,

3) . . $[A''] - [D''] = 2^h38'38'',45 - 0,156\,ds - 1,011\,d\beta - 0,081\,d\pi$,
4) . . $[A''] - [E''] = 2\ 38\ 36,\ 79 + 3,314\,ds + 0,148\,d\beta - 0,486\,d\pi$,
5) . . $[A''] - [F''] = 2\ 38\ 38,\ 35 - 0,042\,ds - 0,684\,d\beta - 0,447\,d\pi$,
6) . . $[A''] - [G''] = 2\ 38\ 36,\ 71 + 3,269\,ds - 0,203\,d\beta - 0,393\,d\pi$,
7) . . $[A''] - [H''] = 2\ 38\ 39,\ 91 - 0,067\,ds - 0,772\,d\beta - 0,447\,d\pi$,
8) . . $[A''] - [I''] = 2\ 38\ 37,\ 91 + 3,272\,ds - 0,133\,d\beta - 0,501\,d\pi$,
9) . . $[A''] - [J''] = 2\ 38\ 36,\ 78 - 0,052\,ds - 0,721\,d\beta - 0,605\,d\pi$,
10) . . $[A''] - [K''] = 2\ 38\ 35,\ 52 + 3,268\,ds - 0,214\,d\beta - 0,589\,d\pi$.

Substituons y pour ds et $d\beta$ les quantités données à la page 146. de l'ouvrage ci-dessus cité, savoir: $ds = 0'',489 - 0,1151\,d\pi$, et $d\beta = 0'',167 + 0,6885\,d\pi$; nos dix valeurs se reduiront alors aux suivantes:

1) . . $[A''] - [B''] = 2^h38'37'',51 - 0,760\,d\pi$,
2) . . $[A''] - [C''] = 2\ 38\ 37,\ 01 - 0,741\,d\pi$,
3) . . $[A''] - [D''] = 2\ 38\ 38,\ 20 - 0,760\,d\pi$,
4) . . $[A''] - [E''] = 2\ 38\ 38,\ 43 - 0,765\,d\pi$,
5) . . $[A''] - [F''] = 2\ 38\ 38,\ 20 - 0,913\,d\pi$,
6) . . $[A''] - [G''] = 2\ 38\ 38,\ 27 - 0,909\,d\pi$,
7) . . $[A''] - [H''] = 2\ 38\ 39,\ 75 - 0,971\,d\pi$,
8) . . $[A''] - [I''] = 2\ 38\ 39,\ 49 - 0,969\,d\pi$,
9) . . $[A''] - [J''] = 2\ 38\ 36,\ 63 - 1,095\,d\pi$,
10) . . $[A''] - [K''] = 2\ 38\ 37,\ 08 - 1,112\,d\pi$.

Enfin prenons le milieu, et nous aurons pour la longitude géographique de *Stavropol* $= 2^h38\ 38'',06 - 0,899\,d\pi$.

Ce dernier résultat semble mériter la préférence, parce que les observations de l'occultation de α du Taureau ont été faites avec une grande exactitude, soit dans les lieux ci-dessus nommés, soit à *Stavropol*.

PROBLEMATIS GEOMETRICI

NEC NON

AEQUATIONUM DIFFERENTIALIUM ALIQUOT DIFFICILIORUM RESOLUTIO.

AUCTORE

N. FUSS.

Conventui exhib. die 4. Nov. 1818.

§. 1. Problema geometricum, de quo hic sermo est, in eo consistit, ut circa punctum datum linea curva describatur, cujus arcus, ab axe fixo, per punctum datum transeunte, computatus, semper aequalis sit rectae huic axi normali, curvam tangenti et ad concursum cum radio vectore usque productae. Quamquam enim haec quaestio ad difficiliores minime pertineat, nihilo minus tamen attentionem meretur, ideo quod via maxime naturalis, quae ad ejus solutionem ferre videtur, ad aequationem differentialem perducat ita comparatam, ut nulla methodus cognita pateat eam resolvendi; tum vero, quod, solutionem alio modo tentando, ad ejusmodi aequationem differentialem pervenimus, quae non solum ipsa integrationem admittat, sed etiam viam aperiat alias hujusmodi aequationes multo generaliores resolvendi. Hanc potissimum ob causam, quae super hoc argumento nuper meditatus sum, heic breviter exponere in animum induxi.

§. 2. Sit igitur C punctum fixum datum, curva quaesita AM circa istud punctum describenda. Statuatur axis fixus $CA = 1$, ductaque per punctum curvae Y recta CY, qua ulterius producta usque ad concursum cum tangente AT axi CA normali, vocetur Tab. IV. Fig. 5.

angulus $ACT = \Phi$ et distantia $CY = z$, atque requiritur ut sit arcus $AY = s = \text{tg.}\Phi$, ergo differentiando

$$\partial s = \sqrt{\partial z^2 + zz\,\partial\Phi^2} = \frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi^2}.$$

Hinc reperitur

$$\partial z = \frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi^2}\sqrt{1 - zz\cos.\Phi^4}.$$

Ponatur nunc $z = \frac{v}{\cos.\Phi^2}$, eritque

$$\partial z = \frac{\partial v + 2v\,\partial\Phi\,\text{tg.}\Phi}{\cos.\Phi^2},$$

unde sequitur fore

$$\partial v + 2v\,\partial\Phi\,\text{tg.}\Phi = \partial\Phi\sqrt{1 - vv},$$

quae aequatio autem ita est comparata, ut nulla methodus cognita pateat eam resolvendi, quanquam constat casus particularis $v = \cos.\Phi$ aequationi satisfaciens. Hoc scilicet casu curva AY conveniret cum recta AT.

§. 3. Interim tamen aequatio illa differentialis sequenti modo cum successu tractari ejusque resolutio perfici poterit. Cum sit $s = \text{tg.}\Phi$, introducamus ipsum arcum s, et cum sit $1 + ss = \frac{1}{\cos.\Phi^2}$, et $\partial s = \frac{\partial\Phi}{\cos.\Phi^2}$, erit $\partial\Phi = \frac{\partial s}{1+ss}$, ideoque aequatio nostra hanc induit formam:

$$\partial v\,(1 + ss) + 2v\,s\partial s = \partial s\sqrt{1 - vv}.$$

§. 4. Ad hanc aequationem resolvendam ponatur $v = \frac{x}{\sqrt{1+ss}}$; eritque

$$\partial v = \frac{\partial x}{\sqrt{1+ss}} - \frac{xs\,\partial s}{(1+ss)^{\frac{3}{2}}}$$

factaque substitutione aequatio fiet

$$\partial x\sqrt{1+ss} + \frac{xs\partial s}{\sqrt{1+ss}} = \frac{\partial s}{\sqrt{1+ss}}\sqrt{1 + ss - xx}.$$

Sit nunc $\partial x = q\partial s$ atque habebimus

$$q\,(1 + ss) + xs = \sqrt{1 + ss - xx}.$$

Sumantur utrinque quadrata, erit

$$qq\,(1 + ss)^2 + 2qxs\,(1 + ss) + xx\,(1 + ss) = 1 + ss.$$

sive per $1 + ss$ dividendo erit

$$qq(1 + ss) + 2qxs + xx = 1$$

unde nanciscimur hanc simplicem aequationem:

$$qs + x = \sqrt{1 - qq}.$$

Hinc differentiando, ob $\partial x = q\partial s$, consequimur

$$s\partial q + 2q\partial s + \frac{q\partial q}{\sqrt{1 - qq}} = 0,$$

quae aequatio, si dividatur per $\sqrt{q}$ et integretur, dat

$$2s\sqrt{q} + \int \frac{\partial q \sqrt{q}}{\sqrt{1 - qq}} = C.$$

Hoc igitur modo arcum s per functionem solius variabilis q, quae sit Q, expressum obtinuimus, cum sit

$$s = \frac{C - Q}{2\sqrt{q}},$$

quo invento quoque innotescunt

$$x = \sqrt{1 - qq} - qs,$$
$$v = \frac{x}{\sqrt{1 + ss}},$$
$$z = x(1 + ss),$$
$$\Phi = \text{Arc. tg. } s.$$

§. 5. Ad hanc resolutionem aequationis illius differentialis §. 2. inventae perductus sum, cum aliam tentassem viam propositum problema solvendi, qua negotium facillime conficitur. Demisso nempe ex puncto curvae Y in axem CA perpendiculo YX, posui $CX = x$ et $XY = y$, et cum sit $AF = \text{tg. } \Phi = \frac{y}{x}$, fieri debet $s = \frac{y}{x}$, sive $y = xs$. Ponatur nunc

$$\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = p\partial x$$

atque habebimus

$$\partial y = \partial x \sqrt{pp - 1}.$$

Cum igitur sit

$$\partial y = x\partial s + s\partial x = (px + s)\partial x,$$

sequitur fore

$$px + s = \sqrt{pp - 1}.$$

Hinc si denuo differentietur, ob $\partial s = q\partial x$ fiet

$$2p\partial x + x\partial p = \frac{p\partial p}{\sqrt{pp-1}},$$

quae aequatio, divisa per $\sqrt{p}$ et integrata, dat istam:

$$2x\sqrt{p} = C + \int \frac{\partial p\sqrt{p}}{\sqrt{pp-1}}.$$

Hoc igitur modo x per p datur, hincque etiam $s = \int p\partial x$ et $y = xs$ per p dantur, et problema est solutum.

§. 6. Praeter methodum autem §. 4. expositam aliam adhuc inveni, aequationem §. 3 inventam:

$$\partial v\,(1 + ss) + 2vs\partial s = \partial s\sqrt{1 - vv}$$

resolvendi. Methodus in hoc consistit, ut aequatio sub hac forma repraesentetur:

$$\frac{\partial . v\sqrt{1+ss}}{\partial s} = \frac{\sqrt{1-vv} - vs}{\sqrt{1+ss}},$$

tum vero ponatur

$$\frac{\sqrt{1-vv} - vs}{\sqrt{1+ss}} = q,$$

ita ut habeamus

$$\partial . v\sqrt{1+ss} = q\partial s.$$

Ex praecedente autem aequatione quaeratur v, eritque

$$v = \frac{-qs}{\sqrt{1+ss}} + \sqrt{\frac{1-qq}{1+ss}},$$

consequenter habebimus

$$v\sqrt{1+ss} = -qs + \sqrt{1-qq}$$

cujus differentiale est

$$\partial . v\sqrt{1+ss} = -q\partial s - s\partial q - \frac{q\partial q}{\sqrt{1-qq}},$$

quod cum esse debeat $= q\partial s$, fiet

$$2q\partial s + s\partial q + \frac{q\partial q}{\sqrt{1-qq}} = 0,$$

quae aequatio divisa per $\sqrt{q}$ et integrata praebet

$$2s\sqrt{q} + \int \frac{\partial q \sqrt{q}}{\sqrt{1 - qq}} = C.$$

unde s, ideoque et v, per q definitur.

§. 7. Simili prorsus modo tractari poterit sequens aequatio multo generalior:

$$\partial v\,(nnss - B) + n\,(n+f)\,vs\partial s = f\partial s\sqrt{A + Bvv}$$

quam etiam ita repraesentare licet:

$$\partial \cdot \frac{v\sqrt{nnss - B}}{f} = \frac{\partial s\sqrt{A + vv - nsv\partial s}}{\sqrt{nnss - B}}.$$

Quodsi hic statuatur

$$\frac{\sqrt{A + Bvv} - nsv}{\sqrt{nnss - B}} = q,$$

sumtis quadratis erit

$$A + Bvv = nnssvv + 2nqsv\sqrt{nnss - B} + qq\,(nnss - B),$$

quod ita repraesentetur:

$$\frac{A}{nnss - B} = vv + \frac{2nqsv}{\sqrt{nnss - B}} + qq,$$

ex qua aequatione nanciscimur

$$v = -\frac{nqs \pm \sqrt{A + qq}}{\sqrt{nnss - B}},$$

ita ut habeamus

$$v\sqrt{nnss - B} = -nqs \pm \sqrt{A + Bqq}.$$

Cum autem supra assumserimus

$$\partial \cdot v\sqrt{nnss - B} = f\partial s\left(\frac{\sqrt{A + Bvv} - nsv}{\sqrt{nnss - B}}\right),$$

sequitur fore

$$\partial \cdot v\sqrt{nnss - B} = fq\partial s = -nq\partial s - ns\partial q \pm \frac{Bq\partial q}{\sqrt{A + Bqq}}.$$

Pervenimus igitur ad hanc aequationem differentialem:

$$(f+n)\,q\partial s + ns\partial q = \frac{q\partial q}{\sqrt{A + qq}},$$

cui manifesto satisfit ponendo $q = 0$, unde obtinemus statim integrale particulare.

$$s = \frac{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}vv}}{v}.$$

Sumamus autem $f = n$, et aequatio illa differentialis evadit

$$2nq\partial s + ns\partial q = \frac{\mathrm{B}q\partial q}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}},$$

quae divisa per $\sqrt{q}$ et integrata dat

$$2ns\sqrt{q} = \mathrm{B}\int \frac{\partial q\sqrt{q}}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}},$$

unde concluditur fore

$$s = \frac{\mathrm{B}}{2n\sqrt{q}}\int \frac{\partial q\sqrt{q}}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}} = \frac{\mathrm{B}}{2n}\,\mathrm{F} : q.$$

In genere autem nostrae aequationis

$$(f + n)\, q\partial s + ns\partial q = \frac{\mathrm{B}q\partial q}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}}$$

integrale erit

$$(f + n)\, s\, q\sqrt[n]{f + n} = \mathrm{B}\int \frac{q\sqrt[n]{f + n}\,\partial q}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}}.$$

Si enim differentietur et per $q\sqrt[n]{f + n} - 1$ dividatur, prodit illa ipsa aequatio differentialis. Ex hoc autem integrali sequitur s per variabilem q ita exprimi:

$$s = \frac{\mathrm{B}}{(f + n)\, q\sqrt[n]{f + n}}\int \frac{q\sqrt[n]{f + n}\,\partial q}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}qq}}.$$

§. 8. Quin etiam methodum nostram priorem §. 4. expositam ad aequationes generaliores illa, quam loco citato tractavimus, applicare licebit. Ita si proposita fuerit haec aequatio:

$$\partial v\,(\alpha + \beta ss) + nvs\partial s = \partial s\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}vv},$$

eam ope methodi illius resolvere poterimus, dummodo fuerit

$$\mathrm{B} = -\frac{\alpha}{\beta}\,(n - \beta)^2.$$

Posito enim

$$v = \frac{x}{\sqrt{\alpha + \beta ss}},$$

ita ut (ob $\partial x = q\partial s$) habeamus

$$\partial v = \frac{q\partial s(\alpha+\beta ss) - \beta xs\partial s}{(\alpha+\beta ss)^{\frac{3}{2}}},$$

his valoribus substitutis aequatio proposita induet hanc formam:

$$[q(\alpha+\beta ss)+(n-\beta)xs]^2 = A(\alpha+\beta ss)+Bxx,$$

qua evoluta, si terminus $Bxx = -\frac{\alpha}{\beta}(n-\beta)^2 xx$ ad sinistram partem transferatur totaque aequatio dividatur per $\alpha+\beta ss$, prodibit

$$qq(\alpha+\beta ss)+2(n-\beta)qxs+\frac{(n-\beta)^2}{\beta}xx = A,$$

quae aequatio etiam ita referri potest:

$$qqss+\frac{2(n-\beta)}{\beta}qsx+\left(\frac{n-\beta}{\beta}\right)^2 xx = \frac{A-\alpha qq}{\beta},$$

unde extracta radice prodit

$$qs+\frac{n-\beta}{\beta}x = \frac{\sqrt{A-\alpha qq}}{\beta},$$

ita ut resolvenda restet aequatio

$$\beta qs+(n-\beta)x = \sqrt{\beta}.\sqrt{A-\alpha qq}$$

cujus si differentiale sumatur, ob $\partial x = q\partial s$ erit

$$nq\partial s+\beta s\partial q = -\frac{\alpha\sqrt{\beta}.q\partial q}{\sqrt{A-\alpha qq}},$$

unde integrando nanciscimur

$$ns\,q^{\frac{\beta}{n}} = -\alpha\sqrt{\beta}\int\frac{q^{\frac{\beta}{n}}\partial q}{\sqrt{A-\alpha qq}},$$

ita ut habeamus

$$s = -\frac{\alpha\sqrt{\beta}}{nq^{\frac{\beta}{n}}}\int\frac{q^{\frac{\beta}{n}}\partial q}{\sqrt{A-\alpha qq}}$$

Quoties igitur $\frac{\beta}{n}$ fuerit numerus integer, sive positivus, sive negativus, tota integratio vel algebraice, vel saltem per logarithmos arcusve circulares absolvi poterit.

§. 9. Ut hanc postremam resolutionem exemplo illustremus, subjungamus hic resolutionem hujus aequationis integrabilis:

$$2\partial v\,(1+ss) = vs\partial s + \partial s\sqrt{8-9vv},$$

quae ex ante tractata generaliori derivatur ponendo $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $n = -1$, $A = 8$, $B = -9$. Huic vero aequationi resolutionem ante traditam utique applicare licet, quoniam conditio, qua esse debet $B = -\frac{\alpha}{\beta}(n-\beta)^2$, adimpletur. Erit igitur hoc casu

$$s = 2qq\sqrt{2}\int\frac{\partial q}{qq\sqrt{8-2qq}}$$

Ponatur $q = 2z$ et ob $\partial q = 2\partial z$ erit

$$s = 2zz\int\frac{\partial z}{zz\sqrt{1-zz}}$$

et actu integrando, fiet

$$s = C - 2z\sqrt{1-zz}$$

ideoque restituendo q:

$$s = C - \frac{q}{2}\sqrt{4-qq}.$$

§. 10. Cum autem aequatio proposita sit inter s et v, ad ejus solutionem completam requiritur, ut una ambarum variabilium per alteram determinetur. Ad hoc commodius praestandum ponamus constantem C, per integrationem ingressam, ita esse sumendam, ut s evanescat posito $q = 0$, eritque

$$ss = \frac{qq}{4}(4-qq),$$

unde nanciscimur

$$qq = 2 \pm 2\sqrt{1-ss}.$$

Hinc extracta radice prodit

$$q = \sqrt{1+s} + \sqrt{1-s}.$$

Cum igitur sit

$$\partial x = q\partial s = \partial s\sqrt{1+s} + \partial s\sqrt{1-s},$$

assecuti sumus valorem

$$x = \tfrac{2}{3}[(1+s)^{\frac{3}{2}} - (1-s)^{\frac{3}{2}}],$$

ex quo, ob $v = \frac{x}{\sqrt{2}\sqrt{1+ss}}$, sequitur fore

$$v = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{1+ss}}[(1+s)^{\frac{3}{2}} - (1-s)^{\frac{3}{2}}].$$

§. 11. Superest ut viam commodissimam ostendamus ad examinandum utrum et quomodo hic valor inventus pro v aequationi nostrae

$$2\frac{\partial v}{\partial s}(1+ss) = vs + \sqrt{8-9vv}$$

satisfaciat. Hunc in finem quaeramus primo valorem

$$9vv = \frac{2}{1+ss}[2(1+3ss) - 2(1-ss)^{\frac{3}{2}}],$$

quo invento reperimus

$$8 - 9vv = \frac{2(1-ss)(2+2\sqrt{1-ss}}{1+ss},$$

sive, ob $2 - 2\sqrt{1-ss} = (\sqrt{1+s} + \sqrt{1-s})^2$, erit

$$\sqrt{8-9vv} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{1-ss}}{\sqrt{1+ss}} \cdot (\sqrt{1+s} + \sqrt{1-s}),$$

quod autem ita repraesentasse juvabit:

$$\sqrt{8-9vv} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{1+ss}}[3(1+s)\sqrt{1-s} + 3(1-s)\sqrt{1+s}]$$

Tum vero, quoniam

$$vs = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{1+ss}}[-s(1-s)\sqrt{1-s} + s(1+s)\sqrt{1+s}],$$

summa manifesto hanc induit formam:

$$vs + \sqrt{8-9vv} = \left\{\begin{matrix} +(3+2s+ss)\sqrt{1-s} \\ +(3-2s+ss)\sqrt{1+s} \end{matrix}\right\} \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{1+ss}}.$$

Quaeratur nunc

$$\frac{2\partial v}{\partial s} = \frac{2\sqrt{2}}{3\partial s} \int \frac{(1+s)^{\frac{3}{2}} - (1-s)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1+ss}}$$

prodibitque actu differentiando

$$\frac{2\partial v}{\partial s} = \frac{\sqrt{2}}{3(1+ss)^2} \left\{\begin{matrix} 3(1+ss)\sqrt{1+s} + 3(1+ss)\sqrt{1-s} \\ -2s(1+s)\sqrt{1+s} + 2s(1-s)\sqrt{1-s} \end{matrix}\right\},$$

ita ut habeamus

$$\frac{2\partial v}{\partial s}(1+ss) = \left\{\begin{matrix} +(3+2s+ss)\sqrt{1-s} \\ +(3-2s+ss)\sqrt{1+s} \end{matrix}\right\} \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{1+ss}},$$

unde intelligitur revera fore

$$\frac{2\partial v}{\partial s}(1+ss) = vs + \sqrt{8-9vv}.$$

§. 12. Applicemus denique resolutionem §. 8 adhuc ad sequentem aequationem differentialem:

$$2\partial v\,(1+ss) = vs\partial s + \partial s\sqrt{1-9vv},$$

ponendo $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $n = -1$, $A = 1$ et $B = -9$, qui valores cum ita sint comparati, ut $B = -\frac{\alpha}{\beta}(n-\beta)^2$, applicatio utique succedet, eritque

$$s = +2qq\sqrt{2}\int\frac{\partial q}{qq\sqrt{1-2qq}}.$$

Ponatur nunc $q = \frac{z}{\sqrt{2}}$, fiet

$$s = 2zz\int\frac{\partial z}{zz\sqrt{1-zz}}$$

actuque integrando habebimus

$$s = C - 2z\sqrt{1-zz}$$

et restituto q erit

$$s = C - 2q\sqrt{2}\sqrt{1-2qq}.$$

Sit constans ita determinanda ut s evanescat posito $q = 0$, fiet

$$ss = 8qq\,(1-2qq),$$

unde nanciscimur

$$qq = \frac{2+2\sqrt{1-ss}}{8},$$

hinc extracta radice prodit

$$q = \frac{\sqrt{1+s}+\sqrt{1-s}}{2\sqrt{2}},$$

quo valore invento habebimus

$$\partial x = q\partial s = \frac{\partial s}{2\sqrt{2}}\left(\sqrt{1+s}+\sqrt{1-s}\right),$$

cujus integrale dat

$$x = \frac{1}{3\sqrt{2}}\left[(1+s)^{\frac{3}{2}}-(1-s)^{\frac{3}{2}}\right],$$

unde denique adipscimur valorem

$$v = \frac{(1+s)^{\frac{3}{2}}-(1-s)^{\frac{3}{2}}}{6\sqrt{1+ss}},$$

qui propositae aequationi satisfacit.

PASSAGES DE LA COMÈTE DE 1819

AU MÉRIDIEN,

OBSERVÉS À L'OBSERVATOIRE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

PAR

F. T. SCHUBERT & V. WISNEFSKI.

Présenté à la Conférence le 11. Août 1819.

Cette comète qui a apparu avec tant d'éclat dans les autres pays de l'Europe, n'a jamais été visible ici à l'œil nu, parce que l'époque de sa plus grande lumière et grandeur arrivait dans le tems, où la clarté de nos nuits empêche de voir des étoiles de la troisième grandeur. Du moment que M. le Professeur *Struve* à Dorpat avait averti l'Académie de l'apparition de cette comète, nous l'avons observée chaque nuit où les nuages le permettaient, dans son passage inférieur au méridien, avec l'instrument des passages et un quart-de-cercle mobile, le quart-de-cercle mural ne pouvant être retourné; et ces observations sont d'autant plus importantes, que la hauteur de la comète au méridien était à peu près de 22 degrés. Vers la fin du Juillet sa lumière était devenue si faible, qu'on ne pouvait plus l'observer au quart-de-cercle, en sorte qu'il faudra se borner dorénavant à l'observer au micromètre annulaire. Nous nous empressons donc de communiquer à l'Académie le résultat des observations faites au méridien. La marche de la pendule et l'erreur du quart-de-cercle ont été vérifiées chaque jour par les observations de la *chèvre* (*Capella*), et les hauteurs ont

été corrigées par la réfraction ; de sorte que les résultats suivans donnent les ascensions droites et les déclinaisons *apparentes* de la comète. Les quatre derniers jours il était impossible, à cause de la faiblesse de sa lumière, d'observer la hauteur avec précision : nous avons donc été obligés d'observer plusieurs hauteurs *circonméridiennes*, pour en prendre le milieu. La latitude de l'observatoire a été supposée de $59^\circ\,56'\,31''$.

I. *Le 27 Juin, vieux Style.*

Passage au méridien à $12^h\,7'\,16''$ tems moyen de St. Pétersbourg, ou à $19^h\,15'\,15'',74$ tems sidéral, d'où il vient

Ascension droite de la comète à $12^h\,7'\,16''$ tems m. $= 108^\circ\,48'\,56''$.
La hauteur n'a pu être observée.

II. *Le 29 Juin.*

Passage au mér. à $12^h\,6'\,8'',93$ tems m. ou $19^h\,22'\,1'',5$ tems sid.
Asc. droite à $12^h\,6'\,9''$ tems m. $= 110^\circ\,30'\,22'',5$.
Hauteur observée au mér. $= 20^\circ\,28'\,47'',5$.
Therm. de Réaumur $= +\,9^\circ,2$. Barom. $= 28'\,1'',1$.
Réfraction $= 2'\,33'',77$. Erreur du quart-de-cercle $= +\,3'',1$.
Hauteur corrigée $= 20^\circ\,26'\,16'',8$.
Déclinaison boréale à $12^h\,6'\,9''$ t. m. $= 50^\circ\,29'\,45'',8$.

III. *Le 1 Juillet.*

Passage au mér. à $12^h\,4'\,32'',65$ tems m. ou $19^h\,28'\,18''$ tems sid.
Asc. droite à $12^h\,4'\,32'',6$ t. m. $= 112^\circ\,4'\,30''$.
Hauteur observée $= 21^\circ\,5'\,27'',5$.
Therm. $= +\,8^\circ,3$. Barom. $= 28'\,1'',4$. Réfraction $= 2'\,30''$.
Erreur du quart-de-cercle $= +\,3'',1$.
Hauteur corrigée $= 21^\circ\,3'\,0'',6$.
Déclin. bor. $= 51^\circ\,6'\,29'',6$.

IV. *Le 5 Juillet.*

Passage au mér. à $19^h\ 39'\ 25'',63$ tems sidéral.
Asc. droite à $11^h\ 59'\ 43'',7$ tems moyen $= 114°\ 51'\ 24'',5$.
Hauteur observée $= 21°\ 43'\ 47'',5$.
Therm. $= +\ 10°,3$. Barom. $= 28'\ 0'',4$. Réfraction $= 2'\ 23'',48$.
Erreur du quart-de-cercle $= +\ 3'',1$.
Hauteur corrigée $= 21°\ 41'\ 27'',12$.
Déclin. bor. à $11^h\ 59'\ 43'',7$ t. m. $= 51°\ 44'\ 56'',12$.

V. *Le 6 Juillet.*

Passage au mér. à $19^h\ 41'\ 55'',94$ tems sidéral.
Asc. droite à $11^h\ 58'\ 28'',7$ tems m. $= 115°\ 28'\ 59'',1$.
Hauteur observée $= 21°\ 47'\ 49'',7$.
Therm. $= +\ 11°,1$. Barom. $= 28'\ 0'',2$. Réfraction $= 2'\ 22'',4$.
Erreur du quart-de-cercle $= +\ 3'',1$.
Hauteur corrigée $= 21°\ 45'\ 30'',4$.
Déclin. bor. à $11^h\ 58'\ 28'',7$ t. m. $= 51°\ 48'\ 59'',4$.

VI. *Le 8 Juillet.*

Passage au mér. à $19^h\ 46'\ 42'',73$ tems sidéral.
Asc. droite à $11^h\ 55'\ 22'',9$ tems moyen $= 116°\ 40'\ 41''$.
Hauteur observée $= 21°\ 53'\ 1'',0$.
Therm. $= +\ 10°,5$. Barom. $= 28'\ 0'',0$. Réfraction $= 2'\ 22'',06$.
Erreur du quart-de-cercle $= +\ 3'',1$.
Hauteur corrigée $= 21°\ 50'\ 42''$.
Déclin. bor. à $11^h\ 55'\ 22'',9 = 51°\ 54'\ 11''$.

VII. *Le 10 Juillet.*

Passage au méridien à $19^h\ 51'\ 9'',56$ tems sidéral.
Asc. droite à $11^h\ 51'\ 57'',2$ tems m. $= 117°\ 47'\ 23'',4$.

Hauteur observée = 21° 54′ 43″,
Therm. = + 11°,2. Barom. = 28′ 0″,7. Réfraction = 2′ 21″,67.
Erreur du quart-de-cercle = + 3″,1.
Hauteur corrigée = 21° 52′ 24″,4.
Déclin. bor. à 11ʰ 51′ 57″,2 t. m. = 51° 55′ 53″,4.

VIII. *Le 11 Juillet.*

Passage au mér. à 19ʰ 53′ 17″,23 tems sidéral.
Asc. droite à 11ʰ 50′ 8″,6 tems moyen = 118° 19′ 18″,45.
Milieu des hauteurs réduites au méridien = 21° 53′ 25″,8.
Therm. = + 11°,2. Barom. = 28′ 1″,2. Réfraction = 2′ 22″,0.
Erreur du quart-de-cercle = + 3″,1.
Hauteur corrigée = 21° 51′ 6″,9.
Déclin. bor. à 11ʰ 50′ 8″,6 t. m. = 51° 54′ 35″,9.

IX. *Le 12 Juillet.*

Passage au mér. à 19ʰ 55′ 20″,75 tems sidéral.
Asc. droite à 11ʰ 48′ 15″,8 tems m. = 118° 50′ 11″,25.
Milieu des hauteurs réduites au méridien = 21° 52′ 7″,1.
Therm. = + 9°,2. Barom. = 28′ 2″,0. Réfract. = 2′ 23″,89.
Erreur du quart-de-cercle = + 3″,1.
Hauteur corrigée = 21° 49′ 46″,3.
Déclin. bor. à 11ʰ 48′ 15″,8 = 51° 53′ 15″,3.

X. *Le 13 Juillet.*

Passage au mér. à 19ʰ 57′ 21″,29 tems sidéral.
Asc. droite à 11ʰ 46′ 20″,2 t. m. = 119° 20′ 19″,35.
Milieu des hauteurs réduites au méridien = 21° 50′ 38″,35.
Therm. = + 6°,7. Barom. = 28′ 2″,6. Réfract. = 2′ 26″,06.
Erreur du quart-de-cercle = + 3″,1.
Hauteur corrigée = 21° 48′ 15″,4.
Déclin. bor. à 11ʰ 46′ 20″,2 t. m. = 51° 51′ 44″,4.

XI. *Le 14 Juillet.*

Passage au méridien à $19^h\ 59'\ 17'',42$ tems sidéral.
Asc. droite à $11^h\ 44'\ 20'',1$ tems m. $= 119°\ 49'\ 21'',3$.
Milieu des hauteurs réduites au méridien $= 21°\ 48'\ 15'',65$.
Therm. $= +\ 9°,2$. Barom. $= 28'\ 3'',5$. Réfract. $= 2'\ 25'',0$.
Erreur du quart-de-cercle $= +\ 3'',1$.
Hauteur corrigée $= 21°\ 45'\ 53'',75$.
Déclin. bor. à $11^h\ 44'\ 20'',1$ tems m. $= 51°\ 49'\ 22'',8$.

MÉDITATIONS

SUR UN SYSTEME DE RECURRENCES COMBINÉES ET SUR LA MANIERE DE DÉTACHER CHACUNE DES SÉRIES D'AVEC CE SYSTEME ET DE LA CONTINUER SÉPARÉMENT ET INDÉPENDAMMENT DES SERIES CONJOINTES.

PAR

C. F. DEGEN.

Présenté à la Conférence le 11. Août 1819.

§. 1. Supposons un *système de séries recurrentes*, que je représenterai par

P . . . . p_1, p_2, p_3, p_4, ... p_{x-1}, p_x, ...

Q . . . q_1, q_2, q_3, q_4, ... q_{x-1}, q_x, ...

R . . . . r_1, r_2, r_3, r_4, ... r_{x-1}, r_x, ...

etc. etc.

dont une quelconque, R p. ex., soit déterminée par cette loi de recurrence :

$$\odot.\ Z_x = \alpha Z_{x-1} + \beta Z_{x-2} + \gamma Z_{x-3} + + + \ldots .$$

Pour les autres j'en suppose la loi inconnue, désignant par *isolée* la recurrence, qui lie entre eux les termes de l'équation $\odot$.

§. 2. Imaginons encore qu'il existe dans notre systeme une *liaison*, au moyen de laquelle chacune des séries, qui le composent, se détermine de cette manière :

$$P \ldots p_x = A' p_{x-1} + B' q_{x-1} + C' r_{x-1} + D' s_{x-1} + + \ldots.$$
$$Q \ldots q_x = A'' p_{x-1} + B'' q_{x-1} + C'' r_{x-1} + D'' s_{x-1} + + \ldots.$$
$$R \ldots r_x = A''' p_{x-1} + B''' q_{x-1} + C''' r_{x-1} + D''' s_{x-1} + + \ldots.$$
etc. etc.

espèce de recurrence, que, pour la distinguer d'avec celle qui précede, nous nommerons *combinée* et que nous représenterons généralement par

$$\text{♀)}\quad Z'_x = Ap_{x-1} + Bq_{x-1} + Cr_{x-1} + Ds_{x-1} + + \ldots$$

de sorte que Z′ repondant à S; A, B, C .... seront égaux à A^{IV}, B^{IV}, C^{IV} ....

§. 3. Maintenant il s'agit d'éxaminer la relation qui existe entre les valeurs de Z_x et de Z_x. Imaginons pour cet effet l'expression suivante

$$\begin{aligned}\Sigma = {} & \alpha A p_{x-1} + \alpha B q_{x-1} + \alpha C r_{x-1} + \alpha D s_{x-1} + + \ldots \\ & + \beta A p_{x-2} + \beta B q_{x-2} + \beta C r_{x-2} + \beta D s_{x-2} + + \ldots \\ & + \gamma A p_{x-3} + \gamma B q_{x-3} + \gamma C r_{x-3} + \gamma D s_{x-3} + + \ldots \\ & + \delta A p_{x-4} + \delta B q_{x-4} + \delta C r_{x-4} + \delta D s_{x-4} + + \ldots \\ & \ldots + + + \ldots\end{aligned}$$

et concevons-la formée d'abord par l'addition des séries horizontales, ensuite par celle des colonnes verticales. Ainsi l'on aura en premier lieu

$$\text{♀)}\quad \Sigma = \alpha Z_x + \beta Z'_{x-1} + \gamma Z'_{x-2} + \delta Z'_{x-3} + + \ldots$$

En second lieu on obtiendra

$$\begin{aligned}\text{♂)}\quad \Sigma = {} & A(\alpha p_{x-1} + \beta p_{x-2} + \gamma p_{x-3} + \delta p_{x-4} + + \ldots) \\ & + B(\alpha q_{x-1} + \beta q_{x-2} + \gamma q_{x-3} + \delta q_{x-4} + + \ldots) \\ & + C(\alpha r_{x-1} + \beta r_{x-2} + \gamma r_{x-3} + \delta r_{x-4} + + \ldots) \\ & \ldots + + + \ldots\end{aligned}$$

§. 4. Or les caractéristiques Z et Z′, indiquant en général les séries du systeme, on peut faire coïncider leurs significations

ou bien les rapporter à une même série, telle que P, p. ex. pourvû qu'on assigne aux coëfficiens indéterminés A, B, C, ... des valeurs convenables à l'hypothèse actuelle. Donc l'identité des caractéristiques Z et Z′ étant supposée, cette même équation ♀, qui évidemment est $\Sigma = Z_{x+1} = Z'_{x+1}$ (cf. §. 1, l'équ. ⊙), nous fournira aussi celle-ci:

♂) $\Sigma = Z'_{x+1} = Ap_x + Bq_x + Cr_x + Ds_x + + \ldots$ (cf. §. 2. l'équ. ☿)

qui étant comparée avec ♂ fait voir que généralement on a

$$m)\quad p_x = \alpha p_{x-1} + \beta p_{x-2} + \gamma p_{x-3} + + \ldots$$

$$n)\quad q_x = \alpha q_{x-1} + \beta q_{x-2} + \gamma q_{x-3} + + \ldots$$

etc. etc.

vû que les coëfficiens A, B, C, ... étant entièrement indéterminés, on peut les supposer égaux à zéro, à l'exception d'un seul. Si ce coëfficient est A, on obtiendra l'équation m; s'il est B, on aura l'équ. n etc.

Ainsi nous sommes conduits à ce théorème, remarquable par sa généralité: „ „ Si plusieurs séries sont liées entr'elles par des loix d'une recurrenee combinée, *particulieres* à chacune, [et indiquées par les formules du §. 2.] et qu'une d'entre elles soit supposée suivre la loi énoncée par la formule ⊙ §. 1., toutes les autres suivront nécessairement cette même loi, qui par conséquent leur sera *commune*. „ „

Donc la *diversité* des recurrences combinées ne détruit point *l'identité* de la recurrence isolée.

§. 5. Il vaudra bien la peine, avant que nous passions aux considerations suivantes, de vérifier par un exemple numérique nos conclusions abstraites et d'éclaircir le sens de la question, dont il s'agit.

Que les équations

$$\begin{cases} p_x = 1 \cdot p_{x-1} + 2 \cdot q_{x-1} + 3 \cdot r_{x-1} & (P) \\ q_x = 3 \cdot p_{x-1} + 4 \cdot q_{x-1} + 5 \cdot r_{x-1} & (Q) \\ r_x = 4 \cdot p_{x-1} + 3 \cdot q_{x-1} + 2 \cdot r_{x-1} & (R) \end{cases}$$

représentent le système de recurrences combinées, dont les premiers termes soient

$$p_1 = 1, \quad q_1 = 2, \quad r_1 = 3,$$

il est clair qu'en s'y attachant exclusivement, on sera obligé de développer successivement l'ensemble des séries P, Q et R, quoique peut-être on n'ait besoin que des termes de la premiere p. ex. Nous voici donc conduits à cette question importante.

Le système ci-dessus étant établi, comment détacher la détermination d'une série quelconque, p. ex. de P, de la considération des autres séries (Q, R)? ou bien: comment, quelques termes consécutifs de la série P étant connus, en déduire et continuer à l'infini la série P, sans connoître en même tems les séries Q et R?

En suivant le système ci-dessus on trouvera

(P)	1, 14, 114,	1064, 9614, etc.
(Q)	2, 26, 226,	2076, 18820, etc.
(R)	3, 16, 166,	1466, 13416, etc.

Or par les moyens, que j'indiquerai ci-bas, l'on trouvera la loi commune

$$Z_x = 7 \cdot Z_{x-1} + 19 \cdot Z_{x-2} + 0 \cdot Z_{x-3}$$

loi, qui, non obstant le terme évanouissant $0 \cdot Z_{x-3}$, suppose toujours trois termes antécédens donnés. Étant comme pour une des séries, elle servira à continuer chacune d'entre elles à part. Ainsi, dans l'exemple ci-joint, on aura aussi bien

$1064 = 7.\ 114 + 19.\ 14$ que $= 1.\ 114 + 2.\ 226 + 3.\ 166$

$9614 = 7.1064 + 19.114$ que $= 1.1064 + 2.2076 + 3.1466$

etc. etc.

§. 6. Considérons maintenant l'équation (§. 2.)

$$p_x = A' \; p_{x-1} + B' \; q_{x-1} + C' \; r_{x-1} + + \ldots.$$

qui devient

$$\begin{aligned} p_x = {} & A'A' \; p_{x-2} + A'B' \; q_{x-2} + A'C' \; r_{x-2} + + \ldots \\ & + B'A'' \; p_{x-2} + B\,B' \; q_{x-2} + B\,C'' \; r_{x-2} + + \ldots. \\ & + C'A''' p_{x-2} + C\,B''' q_{x-2} + C\,C''' r_{x-2} + + \ldots. \\ & \qquad\qquad \text{etc.} \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

ou, faisant, pour abrèger

$$\begin{aligned} A'A' + A'B' + A'''C' + + \ldots &= \mathfrak{A}'' \\ B'A' + B'B' + B''C' + + \ldots &= \mathfrak{B}'' \\ C'A' + C''B' + C'''C' + + \ldots &= \mathfrak{C}'' \\ & \text{etc.} \end{aligned}$$

$$p_x = \mathfrak{A}'' p_{x-2} + \mathfrak{B}'' q_{x-2} + \mathfrak{C}'' r_{x-2} + + \ldots.$$

On voit sans peine qu'en changeant succesivement

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}'', \mathfrak{B}'', \mathfrak{C}'', \ldots \text{ en } & \mathfrak{A}''', \mathfrak{B}''', \mathfrak{C}''', \ldots \\ \mathfrak{A}''', \mathfrak{B}''', \mathfrak{C}''', \ldots \text{ en } & \mathfrak{A}^{IV}, \mathfrak{B}^{IV}, \mathfrak{C}^{IV}, \ldots \end{aligned}$$

à mesure que x devient $x - 1$, $x - 2$, $x - 3$, etc: on obtiendra en général

$$p_x = \mathfrak{A}^{(n)} p_{x-n} + \mathfrak{B}^{(n)} q_{x-n} + \mathfrak{C}^{(n)} r_{x-n} + + \ldots$$

supposant toujours

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}^{(n-1)} A' + \mathfrak{B}^{(n-1)} A'' + \mathfrak{C}^{(n-1)} A''' + + \ldots &= \mathfrak{A}^{(n)} \\ \mathfrak{A}^{(n-1)} B' + \mathfrak{B}^{(n-1)} B'' + \mathfrak{C}^{(n-1)} B''' + + \ldots &= \mathfrak{B}^{(n)} \\ \mathfrak{A}^{(n-1)} C' + \mathfrak{B}^{(n-1)} C'' + \mathfrak{C}^{(n-1)} C''' + + \ldots &= \mathfrak{C}^{(n)} \end{aligned}$$

et ainsi de suite. Donc les valeurs de $\mathfrak{A}^{(n)}$, $\mathfrak{B}^{(n)}$, $\mathfrak{C}^{(n)}$, ... seront données.

§. 7. Faisant $x = n + 1$, nous aurons

$$p_{n+1} = \mathfrak{A}^{(n)} \; p_1 + \mathfrak{B}^{(n)} \; q_1 + \mathfrak{C}^{(n)} \; r_1 + + \ldots;$$ par conséquent

$$p_n = \mathfrak{A}^{(n-1)} p_1 + \mathfrak{B}^{(n-1)} q_1 + \mathfrak{C}^{(n-1)} r_1 + + \ldots.$$

Voici l'usage qu'on peut faire de cette réduction. Soit donné

$$\left.\begin{array}{r} p_x = A' p_{x-1} + B' q_{x-1} \\ \text{et } q_x = A'' p_{x-1} + B'' q_{x-1} \end{array}\right\} \text{ dont on tirera les valeurs } \left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}'' = A'A' + A''B' \\ \mathfrak{B}'' = B'A' + B''B' \end{array}\right.$$

et en vertu de la formule 4 on trouvera $p_3 = \mathfrak{A}'' p_1 + \mathfrak{B}'' q_1$. Or nous avons aussi

$$\left.\begin{array}{r} p_3 = \alpha p_2 + \beta p_1 \\ \text{et } \alpha p_2 = \alpha A' p_1 + \alpha B' q_1 \end{array}\right\} \text{ ce qui donne}$$

$$p_3 = (\alpha A' + \beta) p_1 + \alpha B' q_1$$

et, en comparant cette expression de p_3 avec celle que nous venons de trouver,

$$\text{I) } \alpha A' + \beta = \mathfrak{A}'' \quad \text{et} \quad \text{II) } \alpha B' = \mathfrak{B}''$$

d'où l'on tire

$$\alpha = \frac{\mathfrak{B}''}{B'} \text{ et } \beta = \mathfrak{A}'' - \frac{A'\mathfrak{B}''}{B'} = \frac{\mathfrak{A}''B' - \mathfrak{B}''A'}{B'}$$

ou bien

$$\alpha = A' + B'' \text{ et } \beta = A'A' + A''B' - A'(A' + B'') = A''B' - B''A'$$

$$\left.\begin{array}{r} \text{On a donc } p_x = (A' + B'') \cdot p_{x-1} + (A''B' - B''A') \cdot p_{x-2} \\ \text{et } q_x = (A' + B'') \cdot q_{x-1} + (A''B' - B''A') \cdot q_{x-2} \end{array}\right\} \text{ (K)}$$

J'observe qu'il existe une liaison entre ces équations et celles, que l'on trouve à l'entrée de ce §. Car

$$\left.\begin{array}{r} p_x = A' p_{x-1} + B' q_{x-1} \\ \text{et } q_x = B'' q_{x-1} + A'' p_{x-1} \end{array}\right\} \text{ (L)}$$

se changent l'une en l'autre en permutant p et q, A' et B'', B' et A'', ce qui est précisément le cas des équations K. Passons au système de trois séries ; P, Q et R.

§. 8. Ayant déterminé les valeurs $\mathfrak{A}''$, $\mathfrak{B}''$, ... $\mathfrak{A}'''$, $\mathfrak{B}'''$, ... on aura (§. 7. 4)

$p_4 = \mathfrak{A}''' p_1 + \mathfrak{B}''' q_1 + \mathfrak{C}''' r_1$ et $p_3 = \mathfrak{A}'' p_1 + \mathfrak{B}'' q_1 + \mathfrak{C}'' r_1$.

Or on a de même

$$
\begin{aligned}
p_4 &= \alpha p_3 + \beta p_2 + \gamma p_1 \\
&= \alpha[A' p_2 + B' q_2 + C' r_2] + \beta p_2 + \gamma p_1 \\
&= (\alpha A' + \beta)[A' p_1 + B' q_1 + C' r_1] \\
&\quad + \alpha B'[A'' p_1 + B'' q_1 + C'' r_1] \\
&\quad + \alpha C'[A''' p_1 + B''' q_1 + C''' r_1] + \gamma p_1
\end{aligned}
$$

$$
= \{\alpha(A'A' + A''B' + A'''C') + \beta A' + \gamma\} \cdot p_1
$$

$$
+ \left\{\begin{matrix}\alpha(B'A' + B'B' + B'''C') \\ + \beta B'\end{matrix}\right\} \cdot q_1 + \left\{\begin{matrix}\alpha(C'A' + C''B' + C'''C') \\ + \beta C'\end{matrix}\right\} \cdot r_1;
$$

c'est à dire

$$
p_4 = (\mathfrak{A}''\alpha + A'\beta + \gamma) \cdot p_1 + (\mathfrak{B}''\alpha + B'\beta) \cdot q_1 + (\mathfrak{C}''\alpha + C'\beta) \cdot r_1
$$

Donc nous aurons ces trois équations :

$$
\text{I)}\ \mathfrak{A}''\alpha + A'\beta + \gamma = \mathfrak{A}'''; \quad \text{II)}\ \mathfrak{B}''\alpha + B'\beta = \mathfrak{B}''' \text{ et}
$$

$$
\text{III)}\ \mathfrak{C}''\alpha + C'\beta = \mathfrak{C}'''
$$

qui serviront à déterminer l'echelle de relation, α, β, γ.

§. 9. En étendant ces recherches on trouvera sans beaucoup de peine que pour un système de quatre séries, il faut résoudre ces quatre équations aux inconnues α, β, γ, δ :

$$
\begin{aligned}
&\text{I)}\ \mathfrak{A}'''\alpha + \mathfrak{A}''\beta + A'\gamma + \delta = \mathfrak{A}^{IV}; \\
&\text{II)}\ \mathfrak{B}'''\alpha + \mathfrak{B}''\beta + B'\gamma = \mathfrak{B}^{IV}; \\
&\text{III)}\ \mathfrak{C}'''\alpha + \mathfrak{C}''\beta + C'\gamma = \mathfrak{C}^{IV} \text{ et} \\
&\text{IV)}\ \mathfrak{D}'''\alpha + \mathfrak{D}''\beta + D'\gamma = \mathfrak{D}^{IV}
\end{aligned}
$$

pour avoir

$$
Z_x = \alpha Z_{x-1} + \beta Z_{x-2} + \gamma Z_{x-3} + \delta Z_{x-4}.
$$

La forme réguliere de ces équations nous fournira la solution du problème, dont il s'agit, pour un nombre quelconque de séries; c'est pourquoi je ne m'arrêterai point à une généralisation peu utile.

§. 10. Dans l'exemple du §. 5. on a

$$
\begin{cases}
A' = 1, & B' = 2, & C' = 3 \\
A'' = 3, & B'' = 4, & C'' = 5 \\
A''' = 4, & B''' = 3, & C''' = 2
\end{cases}
$$

d'où l'on tire

$$\mathfrak{A}'' = 1.1 + 2.3 + 3.4 = 19$$
$$\mathfrak{B}'' = 1.2 + 2.4 + 3.3 = 19$$
$$\mathfrak{C}'' = 1.3 + 2.5 + 3.2 = 19$$

par conséquent

$$\mathfrak{A}''' = 19.[1 + 3 + 4] = 152;$$
$$\mathfrak{B}''' = 19.[2 + 4 + 3] = 171;$$
$$\mathfrak{C}''' = 19.[3 + 5 + 2] = 190$$

Donc on a

$$\left\{\begin{array}{rrrr} 19\alpha & + \beta & + \gamma & = 152 \\ 19\alpha & + 2\beta & & = 171 \\ 19\alpha & + 3\beta & & = 190 \end{array}\right\},$$

au moyen des formules citées à la fin du §. 8.,
dont on tire les valeurs $\beta = 19$, $\alpha = 7$, $\gamma = 0$; les mêmes que j'y ai données et qui contiennent la loi commune des séries P, Q, R.

§. 11. Je terminerai ces recherches par quelques remarques, qui pourroient être utiles à ceux qui auront entamé l'étude de l'analyse. Ce qui se présente d'abord au lecteur attentif, c'est *l'utilité d'une notation bien choisie.* Personne n'ignore son influence sur le succès des recherches. Mais pour mériter ce titre il faut qu'elle soit *aisée.* Or une circonstance qui détruit l'aisance en question, c'est l'emploi des *lettres homonymes* tirées de divers alphabets lorsque ces lettres se rencontrent en grande quantité dans les produits qui constituent les termes d'une expression algébrique. Combien n'est il pas difficile de saisir la loi du facteur de Z^7

$$\alpha\mathfrak{a}\mathfrak{A}a\mathrm{B} + \alpha\mathfrak{a}\mathfrak{A}b\mathrm{A} + \alpha\mathfrak{a}\mathfrak{B}a\mathrm{A} + \alpha\mathfrak{b}\mathfrak{A}a\mathrm{A} + \beta\mathfrak{a}\mathfrak{A}a\mathrm{A}$$

trouvé par Hindenburg, Infinit. Dign. exp. indet. H. L. ac F. pag. 139. Ex. 3.? Remplaçons

A, B, ... par a', b', ... a, b, ... par a'', b'', ...
$\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, ... par $a'''b'''$, ... $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, ... par a^{IV}, b^{IV}, ...
et α, β, ... par $a^{\mathrm{V}}, b^{\mathrm{V}}$; et nous le verrons sous cette forme:

$$a^{V}a^{IV}a'''a''b' + a^{V}a^{IV}a'''b''a' + a^{V}a^{IV}b'''a''a' + a^{V}b^{IV}a'''a''a' + b^{V}a^{IV}a'''a''a'$$

dont la loi se présente au premier coup d'oeil.

Une circonstance également nuisible c'est cet abus, qu'on apelle *catachrèse*, je veux dire, l'ordre tantôt direct, tantôt inverse des signes à employer. Si p. ex. je fais $p = \sin.\Phi$, $q = \cos.\Phi$, $s = \sin.\psi$, $r = \cos.\psi$, j'embarasse le lecteur par cet emploi catachrestique des signes p, q, r, s; je l'expose même à des erreurs qu'il n'est que trop naturel de commettre. Tout au moins je le fatigue inutilement.

Une faute qu'on doit encore éviter, c'est la *caricature* analitique. Comme la catachrèse fatigue l'attention du lecteur, ainsi les défauts d'une notation *surchargée* ne laissent-ils pas d'affecter la vue d'une manière désagréable. C'est-là le cas des signes principaux, chargés et environnés de points, de traits, de virgules, de cédilles etc.; par-là tel livre de mathématiques a gagné l'aspect d'un grimoire.

Voici les principaux défauts, qui s'opposent à l'aisance du style analytique. Je passerai à d'autres considerations non moins essentielles.

Il faut que la notation soit *universelle*. La notation des Anglais $\dot{y}$, $\ddot{y}$, $\dddot{y}$, ... ne l'est guère. Aussi Lagrange a-t-il jugé préférable sa nouvelle notation

$f^{m,n}(x,y)$ (et p. cons. $f^{m,n,p}(x,y,z)$ etc:)

V. Calc. des F. Leçon XIX, pag. 330 et seqq. à celle qu'il avoit employée dans sa théorie des Fonct. anal. n. 85. Nonobstant cette amélioration, il y a une infinité de cas, où elle pourroit devenir assez embarassante. Supposons, pour en fournir un exemple, que d'abord $V = f(x, y, y', y'', y''', y^{IV}, y^{V}, y^{VI}, y^{VII}, y^{VIII}, y^{IX}, y^{X})$ et que, supposant $y^{x} = w$, on se proposât d'exprimer le coëfficient différentiel $(\frac{d^{n}V}{dw^{n}})$, selon la notation adoptée dans le Calc. d. Fonct.,

alors il est clair qu'il faudroit ecrire $f^{''''''''''''n}(x, y, y' \ldots y^{x})$. Maintenant, si au lieu de l'indice déterminé x on avoit $y^{(r)}$, de combien de virgules auroit on besoin pour expimer le même coëfficient différentiel, supposé que $w = y^{(r)}$? Or la formule

$$\left(\frac{d^n V}{\left[\frac{d^r y}{d x^r}\right]^n}\right),$$

le représentant distinctement, on ne sera que trop porté à souscrire au jugement qu'en porte Lacroix dans son Traité du Calc. Dif. et Int. n. 82. pag. 242. et sqq. Ed. 2. Voyez aussi le Tr. élément. du même Savant, pag. 523 — 26. note.

Enfin il faut que la notation soit *déterminée*, c. à. d. qu'elle assigne à chaque expression sa place et, s'il est necessaire, l'ordre des opérations, requises pour y parvenir. Ainsi p_x désigne d'une manière très intelligible le terme $x^{\text{ième}}$ de la série P; $p_x q_y$ le produit du terme $x^{\text{ième}}$ de la série P avec le terme $y^{\text{ième}}$ de la série Q; et ainsi de suite. Veut-on exprimer le produit de m termes consécutifs, àcommencer par p_x, la notation adoptée par Mr. *Kramp* remplira la tâche; on écrira simplement p_x^{m}; de cette manière une expression telle que $p_x^{m} q_y^{n}$ remplacera une infinité d'expressions prolixes, qui autrement appesantiroient le calcul.

Quant à l'emploi des *signes*, je crois qu'il sera utile de donner aux cas particuliers ou déterminés les caractéristiques *accentuées*, reservant au cas général celles de la même espèce qui ne le soient pas. Les accens servant à particulariser les expressions, il est naturel que leur absence les généralise. C'est pourquoi j'ai représenté les séries P, Q, R, . . . §. 2. en général par la formule ☿ du même §.

En écrivant $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{C}'$, ... à la place de A', B', C', . . . on rendroit plus uniformes les équations I, II. §. 7. I, II, III. §. 8.

I, II, III, IV §. 9. etc.: Mais cette notation auroit détruit l'uniformité bien plus essentielle des systèmes §. 2, 6. Pour réunir ce double avantage, qu'il nous soit permis, d'exprimer indistinctement la série P, qui vient de nous fournir la solution du problème, que nous nous sommes proposé, soit par :

$$p_x = A' p_{x-1} + B' q_{x-1} + C' r_{x-1} + + \ldots.$$ soit par :

$$p_x = \mathfrak{A}' p_{x-1} + \mathfrak{B}' q_{x-1} + \mathfrak{C}' r_{x-1} + + \ldots.$$

Enfin il est clair qu'une expression, telle que Σ, §. 3, seroit l'unique moyen pour faire voir l'universalité de la loi $\odot$. §. 1., puisqu'elle renferme à la fois les systèmes Z_x et Z'_x. Tout autre chemin, pris pour la démontrer, deviendroit impraticable, vû l'extrême complication des systèmes. Néanmoins, comme il est peu naturel de croire, qu'une telle expression se soit présentée tout d'un coup à l'esprit, il est aisé à conclure, qu'elle ne sauroit être que le fruit de plusieurs tentatives sur des systèmes plus bornés. L'analyse d'une foule de démonstrations de la même trempe conduira à la même conclusion ; mais il vaudra mieux perdre du coté de l'admiration que de celui d'une candeur, qui lui est infiniment préférable.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES À L'OBSERVATOIRE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE WILNA EN 1818. N. S.

PAR

J. SNIADECKI.

Présenté à la Conférence le 11. Août 1819.

URANUS.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi.

Noms des étoiles	AR. vraie	Déclin. vraie australe	AR. apparente	Déclin. appar. australe
Juin 9. *b* Ophiuchi	258°49′19″,4	23°59′42″,8	258°49′34″,3	23°59′50″,7
71 Ophiuchi	250 58 13, 3	23 12 8, 0	250 58 28, 2	23 12 16, 2
80 Ophiuchi	251 27 50, 6	22 51 2, 4	251 28 5, 4	23 51 10, 6

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparente à Wilna	Déclinaison apparente	Longitude géocentriq. apparente	Latitude géocentrique appar.	Longit. hélioc. Observées	Longit. hélioc. Tables de Delambre	Différences	Latitude hélioc. Tables de Delambre	Latitude hélioc. Observées	Différences	Lieu de la ☿ lors du passage
Juin				8ˢ.	0°.	8ˢ. 18°.	8ˢ. 18°.		0°.	0°.		
5.	12ʰ14′12″,9	257°18′32″,9	23° 1′ 7″,0	18°20′ 4″,0	3′59″,0	7′59″,4	7′27″,6	+31″,8	4′11″,3	3′46″,3	—25″,	8ˢ14°34′53″,1
6.	- 10 6, 2	- 15 46, 4	- 1 8, 6	- 17 31, 5	4 14, 3	8 41, 8	8 11, 2	+30, 6	- 11, 9	- 59, 7	—12, 2	- 15 32 15, 3
8.	- 1 53, 0	- 10 25, 1	- 0 36, 0	- 12 34, 1	- 8, 5	10 7, 4	9 35, 9	+31, 5	- 13, 0	- 56, 9	—16, 1	- 17 26 21, 7
11.	11 49 34, 3	- 2 25, 4	- 0 6, 8	- 5 11, 7	- 18, 0	12 9, 0	11 42, 7	+26, 3	- 14, 7	4 4, 0	—10, 7	- 20 17 47, 0
12.	- 45 27, 1	256 59 50, 5	22 59 31, 8	- 2 48, 2	- 15, 8	12 55, 0	12 25, 2	+29, 8	- 15, 3	- 2, 2	—13, 1	- 21 15 0, 1
13.	- 41 21, 4	- 57 11, 2	- 59 41, 8	- 0 21, 4	- 18, 4	13 42, 1	13 8, 6	+33, 5	- 15, 8	- 4, 9	—10, 9	- 22 12 7, 3
							Moyenne	+30, 6		Moyen.	—14, 6	

On a employé l'obliquité de l'écliptique = 23° 27′ 54″,6.

☌ ☿ ☉ eût lieu à Wilna le 9. Juin 1818. n. s. à 6ʰ 16′ 8″,3 t. m. astr. Longitude ☿ et celle ☿ lors de l'☌ = 8ˢ 18° 10′ 38″,6 ; latitude hél. ☿ = 0° 3′ 58″,7 australe.

JUPITER.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand Catalogue de Piazzi.

Noms des étoiles	AR. vraie	Déclin. vraie	AR. apparente	Déclin. appar.
pour le 30 Juin 1818.				
ν. 1. Sagittaire	280°48′ 3″,8	22°57′22″,1	280°48′14″,8	22°57′29″,0
ν. 2. Sagittaire	281 2 2, 9	22 53 10, 0	281 2 13, 9	22 53 16, 9

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparente	Déclinaison australe appar.	Longitude géocentrique appar.	Latitude géocentrique appar.	Longit. héliocentriq. Tables de Delambre	Longit. héliocentriq. Observées	Différences
Juin		9ˢ.	23°.	9ˢ.		9ˢ.	9ˢ.	
25	12ʰ23′52″,6	9°26′29″,9	9′18″,3	8°40′29″,8	0°1′33″,9	7°41′37″,0	7°42′ 0″,8	+23″,8
28	- 10 26, 3	9 1 39, 2	11 15, 2	8 17 34, 7	- 1 4, 9	7 56 42, 8	7 56 52, 6	+ 9, 8
30.	- 1 28, 9	8 4 5 3, 6	12 36, 6	8 2 16, 3	- 0 39, 9	8 6 38, 8	8 6 49, 1	+10, 3
Juillet								
2.	11 52 29, 9	8 28 10, 8	13 46, 3	7 46 43, 1	- 0 25 6	8 16 34, 1	8 16 33, 4	- 0, 7
4.	- 43 32, 0	8 11 43, 9	14 50, 0	7 31 34, 0	- 0 14, 5	8 26 28, 5	8 26 35, 8	+ 7, 3
5.	- 39 3, 7	8 3 29, 1	15 21, 6	7 23 58, 3	- 0 8, 4	8 31 26, 1	8 31 34, 6	+ 8, 5
							Moyenne	+ 9, 8

Jours du Mois	Latit hélioc. bor. Tables de Delambre	Latit hélioc. bor. observées	Différences	Tables de Bouvard Longitude héliocentrique	Tables de Bouvard Latitude boréale hélioc.	Différences en latitude	Différences en longitude	Lieu ☿ lors du passage. Tables bureau des longitud.
Juin	0°.	0°.		9ˢ.	0°.			
25.	1′14″,4	1′15″,6	+1″,2	7°42′ 9″,3	1′12″,8	+2″,6	- 8″,8	9ˢ 3°40′26″,5
28.	0 52, 7	0 52, 2	- 0, 5	7 57 0, 5	0 48, 0	+4, 8	- 8, 0	- 6 31 32, 7
30.	0 39, 1	0 32, 3	- 6, 8	8 6 54, 8	0 34, 7	- 2, 5	- 5, 7	- 8 25 37, 2
Juillet								
2.	0 24, 7	0 20, 2	- 4, 5	8 16 49, 9	0 21, 1	- 0, 5	- 16, 2	- 10 19 41, 6
4.	0 11, 7	0 11, 3	- 0, 4	8 26 44, 2	0 7, 5	+4, 9	- 8, 2	- 12 13 46, 8
5.	0 4, 7	0 8, 2	+3, 5	8 31 41, 0	0 0, 7	+6, 3	- 6, 1	- 13 10 48, 9
		Moyenne	- 1, 2		Moyenne	+2, 6	- 8, 8	

On a employé l'obliquité de l'écliptique = 23° 27′ 55″,5. ☌ ☉ tirée des tables de Delambre, corrigées des erreurs, eût lieu à Wilna le 30. Juin 1818 n. s. à 3ʰ 22′ 54″,45 t. m. astr. Alors longit. ♃ et ☿ = 9ˢ 8° 5′ 0″,95; lat. hél. ♃ = 0° 0′ 40″,36. bor.

☍ ♃ ☉ tirée des tables de Bouvard, corrigées des erreurs, eût lieu à Wilna le 30. Juin 1818 n. s. à $3^{h} 21' 49'',54$. t. m. astr. Alors longit. ♃ et ♁ = $9^{s} 8^{\circ} 4' 58'',43$; latit. hél. ♃ = $0^{\circ} 0' 39'',71$ boréale.

CERES ; *en* 1818 *n. s.*

Positions des étoiles de comparaison pour le 14. Octobre, tirées du grand Catalogue de Piazzi.

Noms des étoiles	AR. vraie	Déclin. vraie	AR. apparente	Décl. austr. app.
e de l'Aigle - -	290°17′43″,3	3° 9′23″,7	290°17′34″,6	3° 9′23″,7
0 de la Baleine -	32 32 54, 7	3 48 11, 3	32 33 6, 0	3 48 2, 7
318 de la Bal. 62 Flam.	29 59 51, 9	3 11 30, 8	30 0 3, 2	3 11 22, 6
B du Verseau -	321 27 11, 7	4 47 4, 5	321 27 13, 1	4 47 3, 2
255 de la Baleine -	23 41 59, 2	5 40 44, 9	23 42 10, 9	5 40 39, 5
q du Verseau - -	330 16 27, 2	5 9, 9, 9	330 16 34, 6	5 9 11, 5

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparente	Déclinaison australe apparente	Longitude géocentrique apparente	Latitude géocentrique apparente	Lieu ♁ lors du passage. Tab. Bur. des Longit.
Oct.						
4.	12ʰ56′ 3″,1	27° 3′ 3″,1	3°58′38″,1	23°37′16″,2	14° 8′21″,0	0ˢ.
14.	- 8 26, 1	24 58 23, 9	4 38 4, 3	21 23 10, 1	13 59 9, 3	20°58′56″,7
15.	- 3 37, 0	24 45 15, 8	4 41 9, 4	21 9 27, 9	- 57 8, 5	21 58 18, 9
17.	11 53 59, 6	24 18 24, 9	4 47 37, 5	20 41 23, 8	- 53 9, 5	
19.	- 44 24, 1	23 52 13, 1	4 53 31, 4	20 14 11, 9	- 48 51, 0	
24.	- 20 23, 5	22 46 56, 5	5 5 41, 1	19 7 28, 0	- 35 38, 7	
25.	- 15 36, 7	22 34 9, 3	5 7 51, 3	18 54 30, 0	- 32 50, 5	
30.	10 51 49, 4	21 31 51, 6	5 15 17, 6	17 52 35, 4	- 16 11, 3	
Nov.						
2.	- 37 38, 1	20 56 40, 8	5 17 56, 7	17 18 17, 1	- 5 17, 4	
5.	- 23 35, 8	20 22 19, 9	5 18 27, 5	16 45 39, 4	12 52 40, 9	
6.	- 18 56, 8	20 11 18, 1	5 18 29, 6	16 35 14, 2	- 48 30, 6	

On a employé l'obliquité de l'ecliptique = $23^{\circ} 27' 54'',6$. L'☍ ⚳ ☉ eût lieu à Wilna le 14. Octobre 1818. n. s. à $20^{h} 4' 10'',6$ t. m. astron. Lors de l'☍ longitude ⚳ et ♁ = $0^{s} 21^{\circ} 18' 37'',5$; latitude géocentrique ⚳ = $13^{\circ} 58' 29'',2$ australe.

SATURNE, *en* 1818 *v. s.*

Positions des étoiles de comparaison pour le 7 Sept. 1818, tirées du grand Catalogue de Piazzi.

Noms des étoiles	AR. vraie	Décl. vraie	AR. apparente	Décl. appar.
λ du Verseau - -	340°47′ 8″,4	8°32 25″,2	340°47′27″,8	8°32′21″,1
81 du Verseau - -	342 59 22, 8	8 1 50, 7	342 59 42, 2	8 1 47, 0

Positions de la Planète.

Jours	Tems moyen du passage à Wilna.	AR. apparente	Déclinaison australe apparente	Longitude géocentrique apparente	Latitude géocentr. apparente
Sept.		11ˢ.		11ˢ.	Australe
3.	12ᵇ18′56″,1	17°11′42″,7	7°53′35″,0	15° 9′ 8″,8	2°12′33″,6
4.	- 14 43, 7	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
6.	- 6 16, 6	16 58 58, 6	7 59 0, 0	14 55 24, 7	- 12 39, 2
7.	- 2 4, 3	16 54 45, 9	8 0 50, 0	- 50 51, 1	- 12 43, 2
8.	11 57 51, 6	- 50 33, 2	- 2 46, 3	- 46 15, 0	- 12 53, 6
10.	- 49 25, 9	- 42 42, 4	- 6 11, 7	- 36 18, 0	- 12 55, 0
19.	- 31 9, 0	- 4 15, 1	- 22 9, 2	13ᵇ56 27, 4	- 13 0, 3
20.	- 7 18, 8	- 0 7, 0	- 23 44, 4	- 52 4, 1	- 12 53, 2
21.	- 3 6, 2	15 56 4, 8	- 25 33, 4	- 47 40, 8	- 13 1, 1
22.	10 38 55, 0	15 52 2, 7	- 27 10, 0	13°43 21, 8	- 12 57, 6
26.	- 42 9, 2	- 36 12, 2	- 33 44, 0	- 26 22, 4	- 12 58, 0
27.	- 37 56, 5	- 32 17, 6	- 35 23, 8	- 22 9, 7	- 13 0, 5
28.	- 33 45, 3	- 28 27, 1	- 36 49, 5	- 18 4, 5	- 12 51, 2
29.	- 29 34, 6	- 24 41, 5	- 38 18, 3	- 14 5, 7	- - 48, 2
30.	- 25 24, 8	- 20 51, 8	- 39 57, 9	- 9 57, 6	- - 52, 0
Oct.					
2.	- 17 2, 1	- 13 32, 6	- 42 44, 7	- 2 12, 6	- - 38, 5
3.	- 12 50, 2	- 9 53, 0	- 44 19, 9	12 58 15, 4	- - 42, 7
4.	- 8 42, 1	- 6 23, 9	- 45 39, 2	- 54 34, 0	- - 36, 3

Longitudes héliocentr. Tables de Bouvard	Longitudes héliocentr. observées	Différences	Latit. austr. hél. Tables de Bouvard	Latit. austr. hél. observées	Différences	Tables de Delambre longitude héliocentrique	Tables de Delambre latitude helioc. australe	Différences en longit.	Différences en latitude	Lieu ☿ lors du passage. Tab. Bur. des longit.
11ˢ.	11ˢ.		1°.	1°.		11ˢ.	1°.			11ˢ.
14°41′40″,9	14°41′42″,2	+ 1″,3	58′47″,2	58′47″,3	+ 0″,1	14°42′41″,7	58′58″,9	−57″,2	−10″,4	10°46′13″,0
- 47 34, 6	- 47 32, 9	— 1, 7	59 0, 8	58 51, 0	— 9, 8	- 48 33, 0	59 8, 5	−59, 9	−17, 2	13 40 29, 1
- 49 32, 5	- 49 31, 2	— 1, 3	59 3, 0	58 55, 3	— 7, 7	- 50 29, 7	59 11, 4	−58, 8	−16, 6	14 38 37, 7
- 51 26, 8	- 51 27, 2	+ 0, 4	59 6, 3	59 4, 1	— 2, 2	- 52 27, 2	59 14, 2	−59, 6	−11, 1	15 36 27, 8
- 55 20, 8	- 55 32, 3	+11, 5	59 12, 3	59 6, 7	— 5, 6	- 56 21, 5	59 21, 0	−49, 0	−18, 8	17 33 11, 6
15 12 54, 4	15 12 51, 4	— 3, 0	59 40, 0	59 29, 5	—10, 5	15 13 45, 3	59 45, 4	−51, 1	−17, 2	26 18 26, 8
- 14 56, 2	- 14 49, 4	— 6, 8	59 43, 1	59 26, 4	—16, 7	- 15 43, 2	59 51, 9	−54, 3	−22. 9	27 17 0, 5
	Moyenne	+0, 07			— 7, 5		Moyenne,	−55, 7	−16, 3	

On a employé l'obliquité de l'écliptique = 23° 27′ 56″,3.

☍ ♄ ☉ tirée des tables de Bouvard, corrigées des erreurs, eût lieu à Wilna le 7 Septembre 1818 n. s. à 16^h 40′ 36″ t. m. astr. Alors longit. ♄ et ♅ = 11^s 14° 49′ 54″,7; lat. hél. ♄ = 1° 58′ 56″,1 australe.

☍ ♄ ☉ tirée des tables de Delambre, corrigées des erreurs, eût lieu à Wilna le 7 Septembre 1818 n. s. à 16^h 41′ 37″,6 t. m. astr. Alors longit. ♄ et ♅ = 11^s 14° 49′ 56″,9; latitude héliocentr. ♄ = 1° 58′ 55″,6 australe.

PALLAS, *en* 1818 *n. s.*

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand Catalogue de Piazzi.

Noms des étoiles	Epoque	AR vraie	Déclin. vraie	AR appar	Décl. appar.
	pour 1818 n. s.				
5250 Bode = 7 ♓ (Piazzi)	4. Sept.	342°52′ 0″,5	2° 2′46″,8 B	342°52′10″,6	2° 2′48″,7 B
78 du Verseau (Piazzi)	20. Oct.	341 16 52, 1	8 9 50, 1 A	341 16 58, 4	8 9 46, 8 A
λ des Poissons	4. Sept.	3[illegible] 11 48, 7	0 47 6, 1 B	353 11 58, 4	0 47 9, 2 B
η du Verseau	20. Sept.	336 30 26, 6	1 2 49, 3 A	336 30 35, 4	1 2 48, 2 A
γ du Verseau	22. Sept.	333 4 12, 6	2 17 44, 2 A	333 4 21, 1	2 17 43, 5 A
π du Verseau	8. Sept.	334 0 11, 3	0 27 43, 6 B	334 0 21, 1	0 27 44, 3 A
150 du Verseau	6. Nov.	331 49 22, 7	9 56 17, 0 A	331 49 21, 5	9 56 14, 8 A
β du Verseau	8. Oct.	320 30 5, 5	6 21 40, 9 A	320 30 2, 3	6 21 39, 1 A
e de l'Aigle	27. Sept.	290 17 41, 0	3 9 24, 0 A	290 17 38, 8	3 9 23, 5 A
p Antinoi = 42 de l'Aigle	8. Oct.	292 2 32, 6	5 2 28, 9 A	292 2 26, 9	5 2 27, 5 A
243 de la Baleine	16. Nov.	22 8 26, 0	10 20 6, 4 A	22 8 36, 7	10 19 59, 8 A
θ de la Baleine	5. Nov.	18 41 29, 3	9 7 7, 6 A	18 44 40, 6	9 7 1, 0 A
196 de la Baleine	30. Oct.	18 43 55, 0	8 57 4, 3 A	18 44 7, 0	8 56 57, 6 A

Positions de la Planète.

Jours	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparente	Déclinaison apparente	Longitude géocentrique apparente	Latitude géocentr. apparente	Jours	Lieu ☿ lors du pass. Tabl Bur. des longitudes
Sept.		11^s	Boréale	11^s	Boréale	Sept.	
3.	12^{h}11′19″,0	15°16′41″,8	1°46′ 6″,8	17° 8′21″,3	7°26′16″,1		
4.	- 6 37, 8	- 5 29, 8	- 33 24, 4	16 52 58, 5	- 18 55, 2		
6.	11 57 14, 8	14 42 46, 6	- 7 28, 2	16 21 44, 8	- 3 48, 3		
7.	- 52 33, 3	- 31 37, 4	0 54 25, 7	16 6 18, 3	6 56 5, 0	7.	11^{s}14°38′16″, 4
8.	- 47 52, 7	- 20 16, 1	- 41 16, 1	15 50 38, 2	- 48 20, 5	8.	11 15 36 23, 2
			Australe				
19.	10 56 29, 0	12 17 45, 8	1 45 39, 0	13 0 12, 1	5 19 38, 7		
20.	- 51 50, 6	- 7 17, 0	- 59 1, 7	12 45 21, 6	- 11 15, 8		
21.	- 47 12, 6	11 56 46, 7	2 12 21, 1	- 30 31, 4	- 2 56, 4		
22.	- 42 35, 8	- 46 19, 6	- 25 44, 0	- 15 43, 7	4 54 31, 8		
26.	- 24 15, 0	- 6 28, 2	3 18 20, 3	11 18 46, 5	- 20 54, 5		
27.	- 19 40, 5	10 57 4, 2	- 31 36, 3	- 5 2, 4	- 12 10, 0		
28.	- 15 7, 7	- 47 43, 1	- 44 16, 5	10 51 34, 8	- 3 57, 3		
29.	- 10 35, 7	- 38 39, 2	- 57 22, 0	- 38 14, 2	3 55 14, 1		
30.	- 6 5, 7	- 30 0, 6	4 9 46, 5	- 25 33, 0	- 46 59, 0		
Oct.							
2.	9 57 4, 4	- 12 0, 7	- 35 4, 1	9 59 21, 7	- 30 17, 2		
3.	- 52 35, 1	- 5 49, 1	- 47 23, 3	- 49 0, 0	- 21 11, 0		
4.	- 48 10, 0	- 9 57 10, 3	- 59 44, 3	- 36 21, 7	- 12 57, 9		
9.	- 26 9, 0	9 22 0, 2	5 59 4, 2	8 41 38, 6	2 31 1, 3		
17.	8 51 58, 2	8 40 56, 9	7 25 3, 0	7 31 46, 3	1 26 23, 0		
18.	- 47 15, 2	- 37 12, 8	- 34 58, 6	- 24 38, 7	- 18 32, 3		
19.	- 43 39, 0	- 33 51, 2	- 44 40, 1	- 17 57, 3	- 10 46, 3		
20.	- 39 29, 4	- 30 31, 1	- 54 32, 3	- 11 13, 6	- 2 49, 7		
24.	- 23 8, 9	- 21 29, 7	8 0 48, 0	9 49 30, 0	0 32 27, 1		
25.	- 19 7, 0	- 19 44, 4	- 39 32, 1	- 44 39, 6	- 24 59, 6		
					Australe		
30.	7 59 18, 6	- 17 17, 5	9 19 36, 1	- 27 35, 1	0 11 20, 7		
Nov.							
5.	- 36 15, 0	- 25 11, 7	10 1 17, 1	- 19 23, 6	- 52 57, 0		
6.	- 32 28, 9	- 27 26, 7	- 7 29, 5	- 19 9, 1	- 59 32, 1		
16.	6 55 53, 7	9 8 43, 1	11 9 39, 0	- 33 43, 9	2 12 19, 0		

☌ ☿ ☉ eût lieu à Wilna le 8 Septembre 1818 n. s. à 16^h 25′ 5″,6 t. m. astron.

Lors de l'☌ { longitude ☿ et ♁ = 11^s 15° 47′ 36″,6
latitude géoc. ☿ = 6° 46′ 50″,8 B.

JUNON, *en* 1819. *n. s.*

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand Catalogue de Piazzi.

Epoque	Noms des étoiles	AR. vraies	Décl. bor vraies	AR. apparentes	Décl. bor. apparentes
1819. n. s.					
le 10. Avril	π ♌ du Lion	147°39′47″,62	8°54′31″,35	147°39′53″,73	8°54′33″,20
— 14. Mars	464 May. . .	161 20 22, 88	6 48 33, 47	161 20 36, 09	6 48 31, 12
— 15. Avril	44 Flam . .	153 55 49, 20	9 42 7, 20	153 55 56, 48	9 42 8, 34
— 21 Mars	37 du Sextant	159 9 57, 85	7 19 28, 20	159 10 10, 38	7 19 26, 49
— 21. Mars	28 du Sextant	159 28 29, 76	7 17 56, 74	159 28 42, 33	7 17 54, 89
			Obliquité de l'écliptique =		23°27′58″,3

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Décl. Bor. apparentes	Long. géoc. apparentes	Latitudes géoc. apparentes australes
Mars					
14	11^h 9′43″,17	159° 5′20″,0	6° 0′16″,5	158°25′47″,8	2°36′ 6″,0
18.	10 51 16, 77	158 24 26, 6	6 36 50, 9	157 34 30, 1	2 17 14, 4
21.	- 37 36, 48	157 56 8, 2	7 2 55, 9	156 58 38, 8	2 3 25, 0
29.	- 2 3, 15	156 53 37, 8	8 7 56, 5	155 37 4, 7	1 25 44, 5
Avril					
6.	9 27 46, 52	156 12 7, 1	8 59 10, 7	154 40 8, 1	0 53 2, 8
8.	- 19 26, 22	156 5 1, 4	9 10 21, 6	154 29 32, 9	0 45 11, 1
9.	- 15 19, 87	156 2 6, 9	- 14 44, 7	154 25 15, 9	0 42 8, 7
10.	- 11 13, 19	155 59 36, 5	- 20 54, 1	154 20 43, 2	0 37 18, 6
12.	- 3 4, 99	155 55 28, 3	- 30 46, 7	154 13 19, 6	0 29 35, 7
13.	8 59 3, 01	155 53 57, 7	- 35 33, 3	154 10 12, 3	0 25 41, 2
16.	- 46 38, 69	155 45 15, 8	Ce jour la DZ de la Planète fut manquée.		
17.	- 43 9, 54	155 51 10, 8	DZ de la Planète douteuse.		

NB. Les Ascensions droites des étoiles de comparaison, tirées du Catalogue de Piazzi, ont été augmentées de 4″ en arc.

OCCULTATIONS D'ÉTOILES

OBSERVÉES À WILNA EN 1819.

Le 27 Avril 1819 n. s.

Occultations des étoiles entre γ *et* k *du Cocher.*

à $9^h\,28'\,20'',1$ t. v., immersion d'une étoile de 8 gr. Observation bonne.

- 9 45 38, 4 . . , immersion d'une étoile de 7 gr. Observation bonne.

- 9 59 51, 3 . . , immersion d'une étoile de 9 gr. Observation assez bonne.

- 10 45 10, 1 . . , immersion d'une étoile de 7 gr. Observation bonne.

Le 28 Avril 1819 n. s.

Occultations des étoiles entre c *et* t *du Cocher.*

à $9^h\,23'\,45'',8$ t. v., immersion d'une étoile de 8 gr. Observation bonne.

- 9 30 59, 8 . . , immersion d'une étoile de (7 — 8) gr. Observation bonne.

- 9 32 21, 8 . . , immersion d'une étoile de (8 — 9) gr. Observation assez bonne.

- 10 18 51, 7 . . , immersion d'une étoile de (6 — 7) gr. Observation bonne.

- 10 56 39, 5 . . , immersion d'une étoile de (8 — 9) gr. Observation bonne.

Le 29 Avril 1819, n. s.

Occultations des étoiles entre y *et* z *des Gémaux.*

à $9^h\,53'\,56''$ t. v., immersion d'une étoile de 9 gr. Observation bonne.

à $10^h\,16'\,5''$ t. v., immersion d'une étoile de 9 gr. Observation bonne.

- 10 34 51, 8 . . , immersion d'une étoile de 8 gr. Observation bonne.

- 10 36 27, 5 . . , immersion d'une étoile de (7 — 8) gr. Observation bonne.

Le 19. Mai 1819. n. s.

à $22^h\,31'\,18'',78$ t. v., immersion de Mars dans la partie claire de la lune. Observation bonne.

SOLUTIO

PROBLEMATUM QUORUNDAM AD ANALYSIN DIOPHANTEAM SPECTANTIUM.

AUCTORE

N. FUSS.

Conventui exhib. die 31. Maii 1820.

Problema I.

§. 1. *Investigare valores numerorum* x *et* y, *ita ut formulae*

$$xx + 2axy + yy \text{ et}$$
$$xx + 2bxy + yy$$

fiant quadrata.

Solutio.

Statuantur haec quadrata pp et qq et cum sit

$$xx + 2axy + yy = pp,$$
$$xx + 2bxy + yy = qq,$$

differentia harum aequationum erit

$$pp - qq = 2(a - b)xy.$$

Hinc si ponamus valores x et y quaesitos esse

$$x = 4(a + b),$$
$$y = (a - b)^2 - 4,$$

quoniam inde sequitur fore productum

$$xy = 4(a + b)((a - b)^2 - 4)$$

facile intelligitur fore

$$\frac{pp - qq}{4} = 2(a + b)(a - b)((a - b)^2 - 4)$$

quod ita per factores repraesentetur:

$$\frac{p+q}{2} \cdot \frac{p-q}{2} = 2(a+b)(a-b)\left((a-b)^2-4\right).$$

Quod si igitur ponatur

$$\frac{p+q}{2} = 2(a+b)(a-b),$$
$$\frac{p-q}{2} = (a-b)^2-4,$$

hinc pro p et q nanciscemur valores

$$p = (a-b)(3a+b)-4,$$
$$q = (a-b)(3b+a)+4.$$

Problemati igitur proposito satisfiet ponendo

$$x = 4(a+b),$$
$$y = (a-b)^2-4.$$

His enim valoribus substitutis formulae propositae fient

$$xx+2axy+yy = [(a-b)(3a+b)-4]^2;$$
$$xx+2bxy+yy = [(a-b)(3b+a)-4]^2.$$

Corollarium 1.

§. 2. Valores hic pro x, et y, p et q traditi, si habeant factorem communem, ad minores numeros reducuntur problemati aeque satisfacientes. Hoc evenit, verbi gratia, casu quo $ab+1$ est multiplum quodcunque ipsius $a+b$, veluti si fuerit

$$ab+1 = n(a+b).$$

Tum enim, ob $y = (a-b)^2-4$, erit $y+4ab = (a+b)^2-4$, hincque $y = (a+b)^2-4(ab+1)$, sive

$$y = (a+b)^2-4n(a+b)$$
$$x = 4(a+b).$$

Tum vero habebimus

$$p-4ab = (a-b)(3a+b)-4(ab+1)$$

sive etiam

$$p-4ab = (a-b)(3a+b)-4n(a+b)$$

unde intelligitur fore

$$p = (a+b)(3a-b-4n).$$

Simili prorsus modo obtinebitur

$q = (a + b)(a - 3b + 4n)$.

Quoniam igitur casu, quo $ab + 1 = n(a + b)$, numerus $a + b$, ut vidimus, est factor communis valorum pro x, y, p, q, inventorum, dividendo per $a + b$ problemati satisfacient sequentes valores simpliciores:

$$x = 4 \qquad | \qquad p = 3a - b - 4n$$
$$y = a + b - 4n \qquad | \qquad q = a - 3b + 4n$$

Corollarium 2.

§. 3. Jam si binae sequentes formulae quadrata reddi debeant:

$$(1 + a)\,xx - ayy = pp,$$
$$(1 + b)\,yy - bxx = qq,$$

utrique satisfiet sumendo

$$x = (a + b)^2 + 4a,$$
$$y = (a + b)^2 + 4b,$$

tum autem erit

$$p = (a + b)(3a - b) + 4a,$$
$$q = (a + b)(a - 3b) - 4b.$$

Scholion.

§. 4. Solutio problematis supra data tantum est specialis; ex ea autem innumeras alias solutiones deducere licet, exceptis casibus quibus est $b = -a$ et $b = a - 2$. Priore enim casu fit $x = 0$, altero vero fit $y = 0$, ex quibus valoribus alios deducere non licet. Hos igitur binos casus peculiari examini subjiciamus.

1) Sit primo $b = -a = -n$, ac formulae resolvendae erunt

$$xx + 2nxy + yy = pp,$$
$$xx - 2nxy + yy = qq,$$

atque, quo valores idoneos pro n, quibus utrique conditioni satisfit, eruamus, statuamus $xx + yy = ff + gg$; tum enim, posito $n = \frac{fg}{xy}$,

utraque formula fit quadratum. Fit enim $ff + 2fg + gg = pp = qq$. Geminas autem expressio $n = \frac{fg}{xy}$ praebet series pro valoribus integris ipsius $2n$. Prior est:

$$2n = 2, 7, 26, 97, 362, 1351, \text{ etc.}$$

cujus si duo termini contigui fuerint P et Q, sequens erit $4Q - P$. Altera vero series numerorum idoneorum est sequens:

$$2n = 2, 12, 70, 408, 2378, \text{ etc.}$$

cujus si duo termini contigui fuerint P et Q, sequens erit $6Q - P$.

II). Sit secundo $b = a - 2$, sive $a - b = 2$, atque formulae resolvendae ita poterunt repraesentari:

$$xx + 2(n+1)xy + yy = pp,$$
$$xx + 2(n-1)xy + yy = qq.$$

Fiet enim $pp - qq = 2(a-b)xy = 4xy$. Statuatur igitur $p + q = 2\alpha xy$ et $p - q = 2\beta$, eritque $\alpha\beta = 1$. Hinc concluditur fore $q = \alpha xy - \beta$, quo valore in secunda aequatione substituto fiet:

$$xx + 2(n-1)xy + yy = \alpha\alpha xxyy - 2xy + \beta\beta$$

unde elicitur valor quaesitus

$$n = \frac{(\alpha xx - \beta)(\alpha yy - \beta)}{2xy}$$

qui etiam ita repraesentari potest:

$$n = \frac{(\alpha\alpha xx - 1)(\alpha\alpha yy - 1)}{2\alpha\alpha xy}.$$

Quod si nunc statuamus $\alpha y = \alpha x - 1$, habebimus

$$n = \frac{(\alpha x + 1)(\alpha x - 2)}{2}$$

sive ponendo $\alpha x - 2 = v$, erit

$$n = \frac{v(v+3)}{2}$$

unde pro n oriuntur valores

$$n = 0, 2, 5, 9, 14, 20, 27, \text{ etc.}$$

qui numeri sunt trigonales unitate minuti. Praeter valores autem in hoc scholio datos plures alii satisfaciunt, quemadmodum ex solutionibus sequentis problematis, quod duas saltem admittit, patebit.

Problema II.

§. 5. *Invenire tales valores numeri* n, *ut hae duae formulae:*

$$xx + 2nxy + yy$$
$$xx - 2nxy + yy$$

quadrata reddi queant.

Solutio prior.

Statuatur hunc in finem:

$$xx + 2nxy + yy = (p + q)^2,$$
$$xx - 2nxy + yy = (p - q)^2,$$

eritque $xx+yy=pp+qq$ et $nxy=pq$. Ponatur igitur $p = \alpha xy$ et $q = \beta n$, eritque $\alpha\beta = 1$. Tum vero habebimus:

$$xx + yy = \alpha\alpha xxyy + \beta\beta nn$$

unde nanciscimur

$$nn = \frac{xx + yy - \alpha\alpha xxyy}{\beta\beta}$$

cujus fractionis si tam numeratorem quam denominatorem ducamus in $\alpha\alpha$, ob $\alpha\alpha\beta\beta = 1$, valor ille quaesitus erit

$$nn = \alpha\alpha(xx + yy) - \alpha^4 xxyy.$$

Quoniam autem tantum ratio inter x et y in computum venit, loco αx et αy scribi poterit x et y, quo facto habebimus

$$nn = xx + yy - xxyy$$

unde jam quotquot lubuerit valores idoneos pro n eruere licebit.

Exemplum.

§. 6. Quo haec exemplo, et quidem non mere numerico, illustrentur, expressionem pro nn inventam ita repraesentemus:

$$nn = xx - yy\,(xx - 1)$$

et ponamus $x = vv - 1$, fietque

$$nn = (vv - 1)^2 - vv\,(vv - 2)\,yy.$$

Sit $y = \frac{z}{v}$, eritque

$$nn = v^4 - 2vv + 1 - zz\,(vv - 2).$$

Sumto nunc $z = 2$, habebimus

$$nn = v^4 - 6vv + 9,$$

unde extracta radice prodit

$$n = vv - 3.$$

Cum igitur sit $x = vv - 1$, $y = \frac{2}{v}$ et $n = vv - 3$, erit

$$xx + 2nxy + yy = \left(\frac{v^3 + 2v^2 - 3v - 2}{v}\right)^2$$
$$xx - 2nxy + yy = \left(\frac{v^3 - 2v^2 - 3v + 2}{v}\right)^2.$$

Solutio altera probl. 2.

§. 7. Quoniam $xx + yy = pp + qq$ (§. 5.), huic aequationi satisfit, si utrumque membrum statuatur $= (aa + bb)(ff + gg)$, tum enim erit

$$x = af + bg \mid p = ag + bf$$
$$y = ag - bf \mid q = af - bg$$

Unde cum sit $n = \frac{pq}{xy}$ (§. 5.), erit

$$n = \frac{(ag + bf)(af - bg)}{(af + bg)(ag - bf)}.$$

Statuatur nunc

$$\mu(af - bg) = \nu(af + bg)$$

ita ut habeamus

$$n = \frac{\nu}{\mu} \cdot \frac{ag + bf}{ag - bf}$$

Aequatio autem $\mu(af - bg) = \nu(af + bg)$ ita repraesentari potest:

$$(\mu - \nu) af = (\mu + \nu) bg$$

unde sequitur fore

$$\frac{f}{g} = \frac{(\mu + \nu) b}{(\mu - \nu) a}.$$

Sumto igitur $f = (\mu + \nu) b$ et $g = (\mu - \nu) a$ nanciscimur pro n hanc expressionem:

$$n = \frac{\nu}{\mu} \cdot \frac{(\mu - \nu) aa + (\mu + \nu) bb}{(\mu - \nu) aa - (\mu + \nu) bb}.$$

Ubi semper pro b et a ejusmodi valores accipere licet, ut denominator obtineat valorem minimum; tum vero numerator plerumque divisionem per μ admittet. Denique erit

$$x = af + bg = 2\mu ab;$$
$$y = ag - bf = (\mu - \nu)\,aa - (\mu + \nu)\,bb$$

Problema III.

§. 8. *Invenire numeros n ita comparatos, ut formulae*

$$xx + (n+2)\,xy + yy,$$
$$xx + (n-2)\,xy + yy$$

fiant quadrata.

Solutio.

Ponamus, ut in problemate praecedente fecimus:

$$xx + (n+2)\,xy + yy = (p+q)^2,$$
$$xx + (n-2)\,xy + yy = (p-q)^2.$$

Summa ac differentia dabunt

$$xx + nxy + yy = pp + qq,$$
$$xy = pq.$$

Sit iterum $\alpha\beta = 1$, ponaturque $p = \alpha xy$ et $q = \beta$, atque habebimus

$$xx + nxy + yy = \alpha\alpha xxyy + \beta\beta$$

unde porro adipiscimur

$$n = \frac{\alpha\alpha xxyy + \beta\beta - xx - yy}{xy}$$

quod ita repraesentari poterit:

$$n = \frac{\alpha^4 xxyy - \alpha^2 (xx + yy) + \alpha\alpha\beta\beta}{\alpha\alpha xy}$$

sive, ob $\alpha\beta = 1$, ita per factores:

$$n = \frac{(\alpha\alpha xx - 1)(\alpha\alpha yy - 1)}{\alpha\alpha xy}$$

ubi autem, ut ante §. 5., loco αx et αy scribere licet x et y, ita ut denique habeamus

$$n = \frac{(xx - 1)(yy - 1)}{xy}$$

unde igitur, quicunque numeri pro x et y accipiantur, valor litterae n ita est determinatus, ut conditionibus problematis propositi satisfiat.

Scholion 1.

§. 9. Quod si autem pro n numeri integri desiderentur, hoc variis modis praestari poterit. Veluti si x pro lubitu sumatur et statuatur $y = x + 1$, habebimus

$$n = (x - 1)(x + 2).$$

Tum vero, si sumatur $y = xx - 1$, habebimus

$$n = x(xx - 2).$$

Generalior autem solutio obtinebitur, sumendo $x = \frac{4rr-1}{2r}$ et $y = 4rr + 2r - 1$; his enim valoribus in expressione

$$n = \frac{(xx-1)(yy-1)}{xy}$$

substitutis reperietur fore

$$n = 2(r + 1)(4rr - 2r - 1).$$

ubi pro r etiam numeros negativos sumere licet. Simili prorsus modo adhuc alios valores invenire licet pro n. Minores autem numeri integri problemati nostro tertio satisfacientes sunt:

$n = 4, 10, 11, 15, 17, 18, 21, 25, 28, 29, 38, 40, 44, 48, 50, 54, 55, 56, 60, 66, 76, 87, 88.$

Scholion 2.

§. 10. Simili propemodum methodo tractari poterunt formulae, quorum unus alterve terminus quadratus, hoc est vel xx, vel yy, factorem quadratum habet. Ne autem lectori repetitione operationum algebraicarum taedium afferamus, hunc casum sequenti theoremate complectamur, de cujus veritate quisque, periculum faciendo, haud difficulter se convincere potest.

Theorema.

§. 11. Propositis hisce duabus aequationibus:

$$xx + 2axy + ffyy = pp,$$
$$xx + 2bxy + ggyy = qq,$$

utrique satisfiet, si sumatur

$$x = 2(f + g)(ag + bf),$$
$$y = (a - b)^2 - (f + g)^2,$$

tum enim habebimus

$$p = (a - b)\,[(f + 2g)\,a + fb] - f\,(f + g)^2,$$
$$q = (b - a)\,[(g + 2f)\,b + ga] - g\,(f + g)^2.$$

Iisdem aequationibus quoque satisfiet, ponendo

$$x = (agg - bff)^2 - ffgg\,(f + g)^2,$$
$$y = 2fg\,(f + g)\,(ag + bf).$$

utraque enim formula, si hi valores in ea substituantur, fit quadratum, radice existente:

$$p = (agg - bff)\,[ag\,(2f + g) + bff] - ffgg\,(f + g)^2$$
$$q = (bff - agg)\,[bf\,(2g + f) + agg] - ffgg\,(f + g)^2$$

unde, quia f et g etiam negative sumere licet, quatuor solutiones oriuntur.

Problema IV.

§. 12. *Invenire valores pro numero* m *ita comparatos, ut formula* $x^4 + mxxyy + y^4$ *quadratum reddi possit.*

Solutio.

Statuatur $x^4 + mxxyy + y^4 = zz$, quod ita repraesentari poterit:

$$zz = (xx + yy)^2 + nxxyy$$

posito scilicet $m = n + 2$. Hinc autem sequitur fore

$$n = m - 2 = \frac{zz - (xx + yy)^2}{xxyy}.$$

Addatur utrinque 4, eritque

$$m + 2 = \frac{zz - (xx - yy)^2}{xxyy}.$$

Statuatur nunc $x = pq$ et $y = rs$, et formentur sequentes quatuor aequationes:

$$\text{I.}\quad z + xx + yy = \alpha qqss,$$
$$\text{II.}\quad z - xx - yy = \beta pprr,$$
$$\text{III.}\quad z + xx - yy = \gamma ppss,$$
$$\text{IV.}\quad z - xx + yy = \delta qqrr,$$

ita ut nunc habeamus $m - 2 = \alpha\beta$ et $m + 2 = \gamma\delta$, ideoque $\gamma\delta = \alpha\beta + 4$. Illae autem quatuor aequationes totidem praebent determinationes, quarum una est:

$$\text{I} + \text{II} = 2z = \alpha qqss + \beta pprr.$$

Pro reliquis sequentes formentur combinationes:

$$\text{I} - \text{III} = 2rr = \alpha qq - \gamma pp,$$
$$\text{I} - \text{IV} = 2pp = \alpha ss - \delta rr,$$
$$\text{III} - \text{II} = 2qq = \gamma ss - \beta rr,$$
$$\text{IV} - \text{II} = 2ss = \delta qq - \beta pp.$$

Hinc jam litterarum α, β, γ, δ tres per quartam definire licebit. Per α enim determinantur:

$$\gamma = \frac{\alpha qq - 2rr}{pp} \text{ et}$$
$$\delta = \frac{\alpha ss - 2pp}{rr}.$$

At vero β commodissime definietur ex aequatione $\gamma\delta = \alpha\beta + 4$. Fiet enim $\beta = \frac{\gamma\delta - 4}{\alpha}$, existente $m = \alpha\beta + 2 = \gamma\delta - 2$.

Corollarium.

§. 13. Quodsi nunc sumamus $p = 1$ et $r = 1$, ita ut $x = q$ et $y = s$, erit $\gamma\delta = (\alpha qq - 2)(\alpha ss - 2)$. Hinc si pro α, q et s numeri pro lubitu accipiantur, reperientur quotquot lubuerit valores pro $\gamma\delta$, ideoque pro m. Hoc modo reperi sequentes valores pro m infra 100:

2, 8, 12, 16, 17, 22, 23, 26, 31, 36, 38, 42, 44, 46, 48, 52, 56, 61, 64, 66, 68, 71, 73, 78, 79, 83, 86, 88, 89, 92, 94.

Scholion.

§. 14. Hos valores augere licebit, si pro p et r alii numeri assumantur. Huic autem negotio supersedere poterimus, idque eo magis quod *Eulerus* jam locupletissimum dedit catalogum horum numerorum usque ad 200 continuatum (V. *Mémoires de l'Acad. Imp. des Sciences Tome VII. pag.* 15), solutione usus, a qua nostra hic adhibita, licet aliquanto simplicior, parum discrepat.

LONGITUDE DE KHERSON

DETERMINÉE PAR LES OBSERVATIONS D'OCCULTATIONS DE 1 $\varkappa$ DES POISSONS ET DE τ DU TAUREAU.

PAR

W. WISNIEWSKI.

Présenté le 16. Août 1820.

J'ai observé à *Kherson*, pour la détermination de la longitude géographique de cette ville de Gouvernement, deux occultations d'étoiles par la lune, savoir: l'occultation de 1 $\varkappa$ des *Poissons* du 6 Juillet 1806 *n. st.*, et celle de τ du *Taureau* du 2 Octobre de la même année. Ces observations sont les suivantes:

Immersion de 1 $\varkappa$ ♓ au bord éclairé de la lune à $12^h 4' 47'',74$ tems moyen solaire. Ce phenomène a été marqué probablement quelques secondes trop tôt, à cause de la petitesse de l'étoile.
Émersion de cette étoile du bord obscur de la lune à $13^h 15' 41'',76$ *t. m.*; très-bonne observation.

Le tems a été fort bien déterminé par des hauteurs correspondantes du soleil, dont seize furent prises le 6 Juillet, et vingt quatre autres le jour suivant.

Immersion de τ ♉ au bord éclairé de la lune à $12^h 14' 16'',10$ *t. m.*; probablement quelques secondes trop tôt, l'étoile étant très difficile à voir.
Émersion de cette étoile du bord obscur de la lune à $13^h 20' 2'',60$ *t. m.*; observation très-exacte.

Le tems a été aussi cette fois exactement determiné moyennant douze hauteurs correspondantes du soleil, prises le 2 Octobre, et moyennant trente quatre autres, observées le jour suivant.

Les observations correspondantes de ces occultations, qui serviront ici de base au calcul de la longitude de *Kherson*, sont les suivantes :

de l'occultation de $1\kappa\aleph$,

	Immersion	Émersion
à Ofen	$11^h 3' 14'',0$ *t. vr.*	$12^h\ 6' 26'',0$ *t. vr.*
- Vienne	- - - - . . .	11 59′34, 2 *t. m*
- Erlau	11 9 48, 0 *t. vr.*	- - - -

de l'occultation de $\tau\aleph$,

à Milan	$10^h 36' 53'',3$ *t. m.*	$11^h 15' 37'',0$ *t. m.*
- Pise	10 36 22, 4 . .	11 21 24, 7 . .
- Mirepoix	10 15 51, 0 *t. vr.*	10 48 49, 0 *t. vr.*
- Mittau	12 7 29, 4 *t. m.*	12 29 26, 0 *t. m.*

La latitude apparente de $1\kappa\aleph$ a été à l'époque de l'occultation $= 4^\circ 26' 29'',63$, et celle de $\tau\aleph$ à pareille époque $= 0^\circ 41' 25'',66$.

J'ai calculé les élémens de la lune sur les tables lunaires de Mr. *Burckhardt*, et j'ai fait le calcul des parallaxes en supposant l'applatissement de la terre $= \frac{1}{308,65}$. Les resultats obtenus se trouvent dans les tableaux suivans, où la notation adoptée a la même signification que dans mon mémoire précédent, sur la longitude de *Stawropol*.

Calcul de l'occultation de 1 ♓
du 6. Juillet 1806 n. st.

Observations faites à Kherson.

	Immersion	Émersion
Tems moyen solaire de l'observat.	$12^h\ 4'47'',74$	$13^h15'41'',76$
Longitude supposée de *Kherson*	2 1 11, 25	2 1 11, 25
Longitude vraie } de la lune	$349°42\ 11, 96$	$350°17\ 50, 51$
Latitude vraie } de la lune	5 12 22, 69	5 12 50, 26
Parallaxe équat. } de la lune	0 54 35, 74	0 54 36, 97
Demi-diamètre } de la lune	0 14 52, 64	0 14 52, 97
Latitude corrigée du lieu d'observation à *Kherson*	46 26 36, 6	46 26 36, 6
Parallaxe horizont. de la lune	0 54 30, 14	0 54 31, 37
Ascension droite } du zénith	285 23 7, 7	303 9 32, 4
Longitude } du zénith	299 40 18, 8	327 26 49, 0
Latitude } du zénith	68 19 38, 1	63 26 21, 3
Parallaxe de longitude } de la lune	0 15 32, 87	0 9 34, 14
Latitude apparente } de la lune	4 22 51, 73	4 25 57, 05
Demi-diamètre appar. } de la lune	0 14 57, 10	0 14 59, 90
Sn	872, 82	902, 02
SN	1805, 69	— 327, 88
m	1809, 70	1810, 33

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de 1 ♓, à *Kherson :*

de l'Imm. $= 13^h4'39'',76 + 2,0511ds + 0,498d\beta + 0,115d\pi$ . . . [A]

— l'Em. $= 13\ 4\ 49,\ 75 - 1,990ds - 0,072d\beta + 0,411d\pi$ . . . [B]

$0 = -9,\ 99 + 4,041ds + 0,570d\beta - 0,296d\pi$ . . . [a]

Observations faites à Ofen.

	Immersion	Émersion
Tems vrai solaire de l'observat.	$11^h\ 3\ 14'',00$	$12^h\ 6\ 26'',00$
Tems moyen	11 7 27, 46	12 10 39, 90
Longitude d'*Ofen*	1 6 49, 50	1 6 49, 50
Longitude vraie (de la lune)	$349^\circ 40\ 42, 23$	$350^\circ 12\ 28, 72$
Latitude vraie (de la lune)	5 12 21, 49	5 12 46, 23
Parallaxe équat. (de la lune)	0 54 35, 69	0 54 36, 79
Demi-diamètre (de la lune)	0 14 52, 63	0 14 52, 92
Latitude corrigée d'*Ofen*	47 18 38, 2	47 18 38, 2
Parallaxe horizontale de la lune	0 54 29, 93	0 54 31, 03
Ascension droite (du zénith)	271 2 56, 0	286 53 38, 4
Longitude (du zénith)	272 9 33, 6	303 5 1, 2
Latitude (du zénith)	70 46 1, 3	68 50 26, 8
Parallaxe de longitude (de la lune)	0 17 37, 19	0 14 32, 23
Latitude apparente (de la lune)	4 21 20, 47	4 23 5, 96
Demi-diamètre appar. (de la lune)	0 14 54, 74	0 14 57, 51
Sn	842, 11	876, 70
SN	1899, 30	— 4, 47
m	1809, 68	1810, 24

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $1\aleph$, à *Paris :*

de l'Imm. $= 11^h 3' 36'',25 + 2,120\,ds + 0,732\,d\beta - 0,043\,d\pi$ . . . [C]

— l'Ém. $= 11\ 3\ 41,\ 52 - 2,042\,ds - 0,463\,d\beta + 0,952\,d\pi$ . . . [D]

$0 = \quad - 5,\ 27 + 4,162\,ds + 1,195\,d\beta - 0,995\,d\pi$ . . . [*b*]

Observation faite à Vienne.

	Émersion
Tems moyen solaire de l'observation	$11^h59'34'',20$
Longitude de *Vienne*	0 56 10, 20
Longitude vraie de la lune	350°12 15, 35
Latitude vraie de la lune	5 12 46, 07
Parallaxe équat. de la lune	0 54 36, 82
Démi-diamètre de la lune	0 14 52, 92
Latitude corrigée de *Vienne*	48 1 30, 6
Parallaxe horizontale de la lune	0 54 30, 92
Ascension droite du zénith	284 7 11, 8
Longitude du zénith	298 37 28, 8
Latitude du zénith	70 5 18, 2
Parallaxe de longitude de la lune	0 14 39, 32
Latitude apparente de la lune	4 22 32, 33
Demi-diamètre apparent de la lune	0 14 57, 03
S *n*	867, 65
S N	11, 67
m	1810, 17

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $1\varkappa\mathcal{H}$, à *Paris :*

de l'Ém. $= 11^h3'47'',22 - 2,062\,ds - 0,545\,d\beta + 1,038\,d\pi$ ..... [E]

Observation faite à Erlau.

	Immersion
Tems vrai solaire de l'observation	$11^h\ 9'48'',00$
Tems moyen solaire à *Erlau*	11 14 1, 47
Longitude d'*Erlau*	1 12 10, 20
Longitude vraie de la lune	$349°41'19'',08$
Latitude vraie de la lune	5 12 21, 98
Parallaxe équat. de la lune	0 54 35, 71
Demi-diamètre de la lune	0 14 52, 63
Latitude corrigée d'*Erlau*	47 42 49, 9
Parallaxe horizontale de la lune	0 54 29, 88
Ascension droite du zénith	272 41 29, 2
Longitude du zénith	275 36 17, 3
Latitude du zénith	71 7 32, 5
Parallaxe de longitude de la lune	0 17 2, 84
Latitude apparente de la lune	4 21 18, 71
Demi-diamètre apparent de la lune	0 14 54, 99
S n	841, 73
S N	1864, 57
m	1809, 69

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $1\aleph$, à *Paris :*

de l'Imm. $= 11^h3'40'',45 + 2,121\,ds + 0,737\,d\beta - 0,068\,d\pi$ .. [F]

Calcul de l'occultation de $\tau\,\aleph$ du 2 Octobre 1806 *n. st.*

Observations faites à Kherson.

	Immersion	Emersion
Tems moyen solaire de l'observat.	$12^h\,14'\,10'',10$	$13^h\,20'\,2'',60$
Longitude supposée de *Kherson*	2 1 13, 00	2 1 13, 00
Longitude vraie de la lune	$68°\,46\,39, 30$	$69°\,23\,0, 10$
Latitude vraie de la lune	1 8 30, 06	1 5 21, 96
Parallaxe équat. de la lune	0 57 24, 06	0 57 25, 54
Demi-diamètre de la lune	0 15 38, 51	0 15 38, 91
Latitude corrigée du lieu d'observation à *Kherson*	46 26 36, 6	46 26 36, 6
Parallaxe horizont. de la lune	0 57 18, 17	0 57 19, 65
Ascension droite du zénith	14 29 48, 4	30 59 7, 9
Longitude du zénith	33 48 38, 4	46 6 17, 2
Latitude du zénith	36 35 24, 6	31 34 6, 5
Parallaxe en longitude de la lune	0 26 39, 85	0 19 33, 66
Latitude apparente de la lune	0 34 43, 57	0 35 49, 42
Demi-diamètre appar. de la lune	0 15 49, 03	0 15 51, 43
$S\,n$	859, 69	890, 10
S N	2459, 54	283, 56
m	1989, 42	1990, 19

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de $\tau\,\aleph$, à *Kherson* :

de l'Imm. $= 13^h\,28'\,26'',80 + 1,998\,ds + 0,846\,d\beta + 0,343\,d\pi$ . . [A']

— l'Ém. $= 13\;28\;35,\;53 - 1,934\,ds - 0,683\,d\beta + 0,969\,d\pi$ . . [B']

$0 = \quad - \;8,\;73 + 3,932\,ds + 1,529\,d\beta - 0,626\,d\pi$ . . [a']

Observations faites à Milan.

	Immersion	Emersion
Tems moyen solaire de l'observat.	$10^h36'53'',30$	$11^h15'37'',00$
Longitude de *Milan* . .	0 27 25, 70	0 27 25, 70
Longitude vraie } de la lune . . .	68°44 40, 27	69° 6 4, 07
Latitude vraie } de la lune	1 8 40, 31	1 6 49, 63
Parallaxe équat. } de la lune	0 57 23, 98	0 57 24, 85
Demi-diamètre } de la lune . . .	0 15 38, 49	0 15 38, 72
Latitude corrigée de *Milan*	45 16 51, 4	45 16 51, 4
Parallaxe horizontale de la lune	0 57 18, 31	0 57 19, 18
Ascension droite } du zénith . .	350 8 57, 6	359 51 28, 5
Longitude . } du zénith	13 58 24, 3	21 47 33, 9
Latitude . } du zénith . . .	44 24 22, 0	40 43 50, 0
Parallaxe de longitude } de la lune .	0 33 40, 58	0 32 12, 34
Latitude apparente } de la lune	0 28 46, 30	0 29 40, 88
Demi-diamètre appar. } de la lune .	0 15 45, 09	0 15 46, 94
S n	562, 68	632, 47
S N	2583, 26	1299, 87
m	1989, 38	1989, 83

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de τ ♉, à *Paris :*

de l'Imm. $= 11^h27'22'',28 + 3,040\,ds + 2,442\,d\beta - 0,637\,d\pi$ .. [C']

— l'Ém. $= 11\ 27\ 23,\ 02 - 2,709\,ds - 2,016\,d\beta + 2,322\,d\pi$ .. [D']

$0 = -\ 0,\ 74 + 5,749\,ds + 4,458\,d\beta - 2,959\,d\pi$ .. [b']

Observations faites à Pise.

	Immersion	Émersion
Tems moyen de l'observation	$10^h36'22'',40$	$11^h21'24$,70
Longitude de *Pise* . .	0 32 16, 08	0 32 16, 08
Longitude vraie } . . .	$68°41$ 42, 81	$69°$ 6 35, 75
Latitude vraie } de la lune	1 8 55, 59	1 6 46, 90
Parallaxe équat. } de la lune	0 57 23, 86	0 57 24, 88
Demi - diamètre } . . .	0 15 38, 45	0 15 38, 73
Latitude corrigée de *Pise* .	43 32 3, 2	43 32 3, 2
Parallaxe horizont. de la lune	0 57 18, 53	0 57 19, 55
Ascension droite } . .	350 1 0, 9	1 18 26, 4
Longitude . } du zénith	12 33 9, 1	21 46 7, 7
Latitude . } . .	42 59 24, 6	38 42 0, 7
Parallaxe de longitude } .	0 35 3, 22	0 33 11, 84
Latitude apparente } de la lune	0 30 3, 25	0 31 12, 92
Demi-diamètre appar. } .	0 15 44, 98	0 15 47, 18
S n	653, 72	722, 32
S N	2756, 94	1269, 52
m	1989, 32	1989, 84

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $\tau\,\delta$, à *Paris :*

de l'Imm. $= 11^h27'15'',45 + 2,616\,ds + 1,889\,d\beta - 0,174\,d\pi \ldots$ [E']

— l'Em. $= 11\ 27\ 25,\ 42 - 2,372\,ds - 1,535\,d\beta + 2,000\,d\pi \ldots$ [F']

$0 = -9,\ 97 + 4,988\,ds + 3,424\,d\beta - 2,174\,d\pi \ldots$ [c']

Observations faites à Mirepoix.

	Immersion	Emersion
Tems vrai solaire de l'observat.	$10^h 15' 51'',00$	$10^h 48' 49'',00$
Tems moyen à *Mirepoix*	10 5 13, 11	10 38 10, 68
Longitude occident. de *Mirepoix*	0 1 51, 30	0 1 51, 30
Longitude vraie de la lune	68°43 21, 18	69° 1 33, 69
Latitude vraie de la lune	−1 8 47, 12	1 7 12, 95
Parallaxe équat. de la lune	0 57 23, 93	0 57 24, 67
Demi-diamètre de la lune	0 15 38, 47	0 15 38, 67
Latitude corrigée de *Mirepoix*	42 54 11, 3	42 54 11, 3
Parallaxe horizont. de la lune	0 57 18, 73	0 57 19, 47
Ascension droite du zénith	342 13 48, 8	350 29 33, 6
Longitude du zénith	5 24 16, 1	12 29 36, 9
Latitude du zénith	45 31 8, 3	42 16 17, 1
Parallaxe de longitude de la lune	0 36 4, 46	0 35 37, 89
Latitude apparente de la lune	0 28 2, 52	0 28 51, 24
Demi-diamètre appar. de la lune	0 15 43, 52	0 15 45, 20
Sn	495, 21	569, 46
SN	2659, 67	1568, 43
m	1989, 35	1989, 74

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $\tau\,\aleph$, à *Paris* :

de l'Imm. $= 11^h 27' 17'',43 + 3,448\,ds + 2,935\,d\beta - 0,947\,d\pi$ . . [G']

— l'Em. $= 11\ 27\ 19,\ 71 - 3\ 003\,ds - 2,397\,d\beta + 2,729\,d\pi$ . . [H']

$0 = -2,\ 28 + 6,451\,ds + 5,332\,d\beta - 3,676\,d\pi$ . . . [d']

Observations faites à Mitau.

	Immersion	Emersion
Tems moyen solaire de l'observat.	$12^h\ 7'29'',40$	$12^h29'20'',00$
Longitude de *Mitau* . .	1 25 33, 20	1 25 33, 20
Longitude vraie } . . . de la lune	69° 2 36, 80	69°14 44, 40
Latitude vraie } de la lune	1 7 7, 55	1 6 4, 75
Parallaxe équat. } de la lune	0 57 24, 71	0 57 25, 21
Demi-diamètre } . . .	0 15 38, 68	0 15 38, 82
Latitude corrigée de *Mitau*	56 28 50, 5	56 28 50, 5
Parallaxe horizontale de la lune	0 57 16, 93	0 57 17, 42
Ascension droite } . .	12 49 19, 1	18 19 22, 2
Longitude . } du zénith	39 31 57, 0	43 8 16, 0
Latitude . } . .	45 43 20, 1	44 4 40, 6
Parallaxe de longitude } .	0 19 54, 20	0 18 18, 65
Latitude apparente } de la lune	0 26 22, 96	0 26 30, 76
Demi-diametre appar. } .	0 15 48, 42	0 15 49, 16
S n	290, 94	316, 34
S N	1485, 14	782, 31
m	1989, 71	1990, 01

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de $\tau\ \delta$, à *Paris* :

de l'Imm. $= 11^h26'43'',20 + 5,898\,ds + 5,613\,d\beta - 3,363\,d\pi$ . . [I']
— l'Ém. $= 11\ 27\ 28,\ 03 - 5,428\,ds - 5,118\,d\beta + 4,113\,d\pi$ . . [J']

$0 = -44,\ 83 + 11,326\,ds + 10,731\,d\beta - 7,476\,d\pi$ . . [e']

Adoptant pour ds la quantité $0'',45 - 0,10\,d\pi$, déterminée précédemment par deux occultations d'*Aldebaran*, nous aurons pour la détermination de $d\beta$, à l'époque de l'occultation de $1\varkappa\mathcal{H}$, les équations :

$$0 = -8'',172 + 0,570\,d\beta - 0,700\,d\pi, \quad \ldots \quad [a]$$
$$0 = -3,\ 397 + 1,195\,d\beta - 1,411\,d\pi, \quad \ldots \quad [b]$$
$$0 = -4,\ 888 + 1,282\,d\beta - 1,524\,d\pi; \quad \ldots \quad [F] - [E]$$

qui donnent

$$d\beta = 14'',337 + 1,228\,d\pi,$$
$$d\beta = 2,\ 843 + 1,181\,d\pi,$$
$$d\beta = 3,\ 813 + 1,189\,d\pi.$$

La valeur première ne s'accordant pas avec les deux autres, concluons que l'immersion de $1\varkappa\mathcal{H}$ a été observée à *Kherson* effectivement trop tot ; rejettons donc cette valeur, et prenons le milieu entre les deux valeurs restantes de $d\beta$, et nous aurons

$$d\beta = 3'',33 + 1,185\,d\pi.$$

En excluant le résultat inexact [A] de l'occultation de $1\varkappa\mathcal{H}$, les résultats restans [B] . . . [F] nous donnent pour la longitude de *Kherson* les quantités :

$$[B] - [C] = 2^h1'13'',50 - 4,110\,ds - 0,804\,d\beta + 0,454\,d\pi,$$
$$[B] - [D] = 2\ 1\ \ 8,\ 23 + 0,052\,ds + 0,391\,d\beta - 0,541\,d\pi,$$
$$[B] - [E] = 2\ 1\ \ 2,\ 53 + 0,072\,ds + 0,473\,d\beta - 0,627\,d\pi,$$
$$[B] - [F] = 2\ 1\ \ 9,\ 30 - 4,111\,ds - 0,809\,d\beta + 0,479\,d\pi;$$

qui, par la substitution des valeurs ci-dessus adoptées pour ds et $d\beta$, deviennent

1) . . . $[B] - [C] = 2^h1'8'',97 - 0,087\,d\pi$,
2) . . . $[B] - [D] = 2\ 1\ 9,\ 55 - 0,083\,d\pi$,
3) . . . $[B] - [E] = 2\ 1\ 4,\ 14 - 0,074\,d\pi$,
4) . . . $[B] - [F] = 2\ 1\ 4,\ 76 - 0,069\,d\pi$.

Ainsi, en prenant le milieu, nous obtenons de l'occultation de $1\varkappa\mathcal{H}$ la longitude de *Kherson* $= 2^h1'6'',85 - 0,078\,d\pi$.

Par la substitution de la quantité $ds = 0'',45 - 0,10\,d\pi$, les équations de condition [a'] . . . [e'], obtenues ci-dessus de l'occultation de $\tau\,\mathcal{V}$, se changent en :

$$\begin{aligned}
0 &= -\ 6'',961 + 1,529\,d\beta - 1,019\,d\pi,\\
0 &= +\ 1,\ 847 + 4,458\,d\beta - 3,534\,d\pi,\\
0 &= -\ 7,\ 725 + 3,424\,d\beta - 2,673\,d\pi,\\
0 &= +\ 0,\ 623 + 5,332\,d\beta - 4,321\,d\pi,\\
0 &= -\ 9,\ 733 + 10,731\,d\beta - 8,609\,d\pi;
\end{aligned}$$

d'où nous tirons

$$\begin{aligned}
d\beta &= \ \ 4'',553 + 0,666\,d\pi, \quad \ldots\ldots [a']\\
d\beta &= -\ 0,\ 414 + 0,793\,d\pi, \quad \ldots\ldots [b']\\
d\beta &= \ \ 2,\ 256 + 0,781\,d\pi, \quad \ldots\ldots [c']\\
d\beta &= -\ 0,\ 117 + 0,810\,d\pi, \quad \ldots\ldots [d']\\
d\beta &= \ \ 3,\ 703 + 0,802\,d\pi. \quad \ldots\ldots [e']
\end{aligned}$$

Les valeurs [b'] et [d'] s'accordent assez bien ; les trois autres valeurs semblent indiquer que les immersions de $\tau\,\mathcal{V}$ ont été observées trop tôt à *Kherson*, à *Pise* et à *Mitau*. Et en effet, si nous déterminons $d\beta$, en combinant seulement l'émersion observée à *Mitau* avec les émersions observées à *Milan*, à *Pise* et à *Mirepoix*, nous obtenons les équations :

$$\begin{aligned}
0 &= 3'',786 - 3,102\,d\beta + 2,063\,d\pi, \quad \ldots [J'] - [D']\\
0 &= 1,\ 235 - 3,583\,d\beta + 2,419\,d\pi, \quad \ldots [J'] - [F']\\
0 &= 7,\ 229 - 2,721\,d\beta + 1,626\,d\pi; \quad \ldots [J'] - [H']
\end{aligned}$$

d'où il vient

$$\begin{aligned}
d\beta &= 1'',220 + 0,665\,d\pi,\\
d\beta &= 0,\ 345 + 0,675\,d\pi,\\
d\beta &= 2,\ 657 + 0,598\,d\pi.
\end{aligned}$$

Ces valeurs, s'accordant mieux avec [b'] et [d'] que [e'], confirment notre conjecture. Nous adopterons donc pour la correction $d\beta$ le milieu de [b'] et [d'], savoir

$$d\beta = -\ 0'',265 + 0,801\,d\pi.$$

En excluant les résultats des immersions de $\tau\,8$, observées à *Kherson*, à *Pise* et à *Mitau*, nous nous bornerons aux combinaisons suivantes :

$$[B'] - [C'] = 2^h1'13'',25 - 4,974\,ds - 3,125\,d\beta + 1,606\,d\pi,$$
$$[B'] - [D'] = 2\ 1\ 12,\ 51 + 0,775\,ds + 1,333\,d\beta - 1,353\,d\pi,$$
$$[B'] - [F'] = 2\ 1\ 10,\ 11 + 0,438\,ds + 0,582\,d\beta - 1,031\,d\pi,$$
$$[B'] - [G'] = 2\ 1\ 18,\ 10 - 5,382\,ds - 3,618\,d\beta + 1,916\,d\pi,$$
$$[B'] - [H'] = 2\ 1\ 15,\ 82 + 1,069\,ds + 1,714\,d\beta - 1,760\,d\pi,$$
$$[B'] - [J'] = 2\ 1\ 7,\ 50 + 3,494\,ds + 4,435\,d\beta - 3,144\,d\pi;$$

d'où nous tirons, après la substitution des quantités trouvées pour ds et $d\beta$, ces valeurs de la longitude de *Kherson* :

5) . . . $[B'] - [C'] = 2^h1'11'',84 - 0,400\,d\pi$,
6) . . . $[B'] - [D'] = \text{-}\ \text{-}\ 12,\ 51 - 0,363\,d\pi$,
7) . . . $[B'] - [F'] = \text{-}\ \text{-}\ 10,\ 08 - 0,393\,d\pi$,
8) . . . $[B'] - [G'] = \text{-}\ \text{-}\ 16,\ 64 - 0,443\,d\pi$,
9) . . . $[B'] - [H'] = \text{-}\ \text{-}\ 15,\ 85 - 0,494\,d\pi$,
10) . . . $[B'] - [J'] = \text{-}\ \text{-}\ 7,\ 90 + 0,059\,d\pi$;

dont la moyenne est $= 2^h1'12'',47 - 0,339\,d\pi$.

La longitude de *Kherson*, déduite des occultations de $1\,\aleph$ et de $\tau\,8$, serait donc $= 2^h1'9'',66 - 0,208\,d\pi$. Mais en excluant les valeurs 3, 4, 8 et 9, qui en diffèrent considérablement, nous obtenons la moyenne des six valeurs restantes $= 2^h1'10'',14 - 0,211\,d\pi$; et c'est elle que nous adoptons en dernier lieu pour la longitude de *Kherson*.

QUANTUM DIFFERAT

LONGITUDO ARCUS CURVAE AB ASYMTOTA, UTRAQUE IN INFINITUM USQUE PROTENSA, INQUIRITUR

A

PAULO FUSS.

Conventui exhib. die 25. Oct. 1820.

§. 1. Neminem Geometrarum fugit, reperiri curvas asymtoticas ita comparatas, ut differentia arcum inter et lineam asymtotam, dum in infinitum extenduntur, satis commode assignari queat. Harum curvarum notissimae sunt Logarithmica vulgaris, sive Logistica, Hyperbola conica et Cissois. Pro his igitur curvis et nonnullis aliis cum in differentiam hanc nuper inquirerem sequentes consecutus sum solutiones satis simplices, quas breviter hic exhibere in animum induxi.

Problema I.

§. 2. *Invenire quantum arcus Logarithmicae longitudine superet axem curvae abscissarum asymtoticum, si ambo in infinitum usque protensi concipiantur.*

Solutio.

Sumantur abscissae a puncto A, ubi applicata $AB = 1$ et subtangens $AD = 1$, sitque abscissa $AX = x$, applicata $XY = y$, et ob $AB = 1$ et $AD = 1$ erit aequatio pro curva Tab. V. Fig. 1.

$$y = e^{-x}$$

(ubi exponens negativus indicat subtangentem in sensum contrarium esse positam), hinc erit

$$\partial y = -\partial x \,.\, e^{-x}$$

et elementum arcus

$$\partial s = \partial x \sqrt{1 + e^{-2x}},$$

unde sequitur fore

$$BY - AX = \int \partial x \,[\sqrt{1 + e^{-2x}} - 1],$$

quod integrale ab $x = 0$ ad $x = \infty$ usque extendi debet. Ponatur

$$\sqrt{1 + e^{-2x}} - 1 = z,$$

fiet $e^{-2x} = 2z + zz$ et $-2x = l(2z + zz)$, hincque differentiando nanciscimur

$$\partial x = -\frac{\partial z\,(1 + z)}{2z + zz},$$

unde prodit

$$BY - AX = -\int \frac{\partial z\,(1 + z)}{2 + z}$$

nec non

$$BV - AZ = -\int \frac{\partial z\,(1 + z)}{2 + z} \left\{ \begin{matrix} \text{a } z = \sqrt{2} - 1 \\ \text{ad } z = 0 \end{matrix} \right\}$$

si quidem puncta V et Z tanquam infinite remota spectentur. Est vero

$$\frac{\partial z\,(1 + z)}{2 + z} = \partial z - \frac{\partial z}{2 + z}$$

unde integralibus sumtis erit

$$BY - AX = C - z + l\,(2 + z)$$

sive, constante C rite determinata,

$$BY - AX = \sqrt{2} - 1 - l\,(1 + \sqrt{2}) - z + l\,(2 + z),$$

ita ut habeamus

$$BV - AZ = \sqrt{2} - 1 + l\,\frac{2}{1 + \sqrt{2}};$$

ubi meminisse oportet unitatem esse subtangentem curvae et angulum curvedinis in B semirectum.

Corollarium.

§. 3. Quodsi nunc istum curvae excessum in partibus decimalibus subtangentis repraesentare velimus, inveniemus

$$BV - AZ = 0{,}2259872.$$

Problema II.

§. 4. *Si ex puncto* Y *hyperbolae ad asymtotam ducatur recta* YZ *axi* CB *parallela, invenire excessum asymtotae* CZ *supra curvae arcum* AY, *quando punctum* Y *in infinitum promovetur.* Tab. V. Fig. 2.

Solutio.

Posito semiaxe $AC = a$, abscissa $AX = x$, applicata $XY = y$, fit aequatio pro curva

$$ny = \sqrt{2ax + xx},$$

quae pro casu $x = \infty$ dat $ny = \infty$, tum vero est tang. $ACZ = \frac{1}{n}$, sin. $ACZ = \frac{1}{\sqrt{1+nn}}$, $CZ = y\sqrt{1+nn}$. Pro arcu vero, ob

$$x = \sqrt{nnyy + aa} - a \text{ et}$$
$$\partial x = \frac{nn\,y\,\partial y}{\sqrt{nnyy + aa}}$$

fit elementum

$$\partial s = \partial y \sqrt{1 + \frac{n^4 yy}{nnyy + aa}}$$

sive

$$\partial s = \partial y \sqrt{1 + nn - \frac{nnaa}{nnyy + aa}}$$

hinc

$$CZ - AY = \int \partial y \left[\sqrt{nn+1} - \sqrt{nn + 1 - \frac{nnaa}{nnyy+aa}}\right]$$

quae formula etiam ita repraesentari potest:

$$CZ - AY = \sqrt{nn+1} \int \partial y \left[1 - \sqrt{1 - \frac{nnaa}{nn+1} \cdot \frac{1}{nnyy+aa}}\right].$$

Ponatur, brevitatis gratia,

$$\frac{nn}{nn+1} = m \text{ et } \frac{aa}{nnyy+aa} = uu,$$

atque ex prima positione sequitur fore

$$n = \sqrt{\frac{m}{1-m}},\ \sqrt{nn+1} = \frac{1}{\sqrt{1-m}},$$

altera vero dat

$$mnyy + aa = \frac{aa}{uu}$$

unde fit

$$y = \frac{a}{n} \cdot \frac{\sqrt{1-uu}}{u} = \frac{a\sqrt{1-m}}{\sqrt{m}} \cdot \frac{\sqrt{1-uu}}{u}$$

hincque, differentiando, adipiscimur

$$\partial y = -\frac{a\sqrt{1-m}}{\sqrt{m}} \cdot \frac{\partial u}{uu\sqrt{1-uu}}.$$

His valoribus substitutis, habebimus

$$CZ - AY = -\frac{a}{\sqrt{m}} \int \frac{\partial u\,(1-\sqrt{1-mnuu})}{uu\sqrt{1-uu}}$$

integrali ab $u = 1$ ad $u = 0$ extenso.

Prioris membri integrale est

$$\int \frac{\partial u}{uu\sqrt{1-uu}} = -\frac{\sqrt{1-uu}}{u},$$

alterum vero membrum, ob

$$\frac{-\partial u\sqrt{1-muu}}{uu\sqrt{1-uu}} = \sqrt{1-muu} \cdot \partial \cdot \frac{\sqrt{1-uu}}{u},$$

erit

$$\int \frac{-\partial u\sqrt{1-muu}}{uu\sqrt{1-uu}} = \frac{\sqrt{1-uu}\cdot\sqrt{1-muu}}{u} + \int \frac{m\partial u\sqrt{1-uu}}{\sqrt{1-muu}},$$

unde jam consequimur

$$CZ - AY = -\frac{a}{\sqrt{m}}\left[-\frac{\sqrt{1-uu}}{u} + \frac{\sqrt{(1-uu)(1-muu)}}{u} + \int \frac{m\partial u\sqrt{1-uu}}{\sqrt{1-muu}}\right].$$

Pro u evanescente autem fit

$$\sqrt{1-uu} = 1 - \tfrac{1}{2}uu$$

$$\sqrt{1-muu} = 1 - \tfrac{1}{2}muu$$

hinc sequitur fore

$$\frac{-\sqrt{1-uu}+\sqrt{(1-uu)(1-muu)}}{u} = -\tfrac{1}{2}mu = 0;$$

ita ut pars integrata sponte evanescat. Differentia igitur quaesita reducta est ad hanc expressionem

$$CZ - AY = -a\sqrt{m}\int \frac{\partial u\sqrt{1-uu}}{\sqrt{1-muu}} \begin{Bmatrix} \text{ab } u = 1 \\ \text{ad } u = 0 \end{Bmatrix}$$

sive mutatis terminis integrationis:

$$CZ - AY = + a\sqrt{m}\int \frac{\partial u\sqrt{1-uu}}{\sqrt{1-muu}} \left\{ \begin{matrix} \text{ab } u = 0 \\ \text{ad } u = 1 \end{matrix} \right\},$$

cujus valor igitur, uti per se constat per rectificationem sectionis conicae assignari potest (Vide Nov. Comm. T. VIII pag. 134). Erit enim

$$CZ - AY = ac\sqrt{m} - \frac{am}{m-1}(1 - u\sqrt{m})\,\pi,$$

denotante π arcum a vertice sumtum sectionis conicae cujus semiparameter $= 1$ et semiaxis transversus $= a$, pro iisdem terminis integrationis, quos supra stabilivimus.

Caeterum notasse juvabit formulam

$$\int \frac{\partial u\sqrt{1-uu}}{\sqrt{1-muu}}$$

duplici modo in seriem resolvi posse, quod, quomodo commodissime praestari queat, in sequentibus scholiis monstrabimus.

Scholion 1.

Prior modus.

§. 5. Evolvatur denominator in seriem; erit

$$(1 - muu)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \tfrac{1}{2}muu + \tfrac{1\cdot 3}{2\cdot 4}mmu^4 + \tfrac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}m^3u^6 + \text{etc.}$$

et cum sit

$$\int u^{\lambda+2}\partial u\sqrt{1-uu} = \frac{\lambda+1}{\lambda+4}\int u^{\lambda}\partial u\sqrt{1-uu} - \frac{1}{\lambda+4}u^{\lambda+1}(1-uu)^{\frac{3}{2}},$$

ubi postremum membrum ab $u = 0$ ad $u = 1$ usque sumtum evanescit, habebimus pro $\lambda = 0, 1, 2, 3$, etc. sequentes valores integralium ab $u = 0$ ad $u = 1$ usque sumtorum, ex primo derivatos:

$$\int \partial u\sqrt{1-uu} = \frac{\pi}{4},$$

$$\int uu\partial u\sqrt{1-uu} = \tfrac{1}{4}\cdot\frac{\pi}{4},$$

$$\int u^4\partial u\sqrt{1-uu} = \frac{1\cdot 3}{4\cdot 6}\cdot\frac{\pi}{4},$$

$$\int u^6\partial u\sqrt{1-uu} = \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{\pi}{4},$$

etc. etc.

consequenter habebimus

$$CZ - AY = \frac{a\pi\sqrt{m}}{4}\left[1 + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}m + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6}mm + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6}\cdot\frac{5\cdot 5}{6\cdot 8}m^3 + \text{etc.}\right].$$

Corollarium.

§. 6. Hic notandum est, si fuerit $m = 1$, fore

$$CZ - AY = a\sqrt{m}\int\partial u = a$$

unde sequitur fore

$$\frac{\pi}{4}\left(1 + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4} + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6} + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6}\cdot\frac{5\cdot 5}{6\cdot 8} + \text{etc.}\right) = 1$$

ideoque series

$$1 + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4} + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6} + \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\cdot\frac{3\cdot 3}{4\cdot 6}\cdot\frac{5\cdot 5}{6\cdot 8} + \text{etc.} = \frac{4}{\pi}.$$

Scholion 2.

Modus alter.

§. 7. Ponatur $u = \sin.\,\Phi$, eritque

$$\frac{\partial u\sqrt{1 - uu}}{\sqrt{1 - muu}} = \frac{\partial\Phi\cos.\Phi^2}{\sqrt{1 - m\sin.\Phi^2}}.$$

ergo

$$CZ - AY = a\sqrt{m}\int\frac{\partial\Phi\cos.\Phi^2}{\sqrt{1 - m\sin.\Phi^2}},$$

ubi integrale a $\Phi = 0$ usque ad $\Phi = \frac{\pi}{2}$ est capiendum. Cum autem sit

$$\cos.\Phi^2 = \frac{1 + \cos.2\Phi}{2} \text{ et } \sin.\Phi^2 = \frac{1 - \cos.2\Phi}{2}$$

erit

$$CZ - AY = \frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{4 - 2m}}\int\frac{\partial\Phi(1 + \cos.2\Phi)}{\sqrt{1 + \frac{m}{2 - m}\cos.2\Phi}}.$$

Ponatur brevitatis causa $\frac{m}{2 - m} = k$, ita ut sit $k = \frac{nn}{2 + nn}$, eritque

$$CZ - AY = a\sqrt{\tfrac{1}{2}k}\int\frac{\partial\Phi(1 + \cos.2\Phi)}{\sqrt{1 + k\cos.2\Phi}}.$$

Est vero

$$\frac{1}{\sqrt{1+k\cos.2\Phi}} = 1 - \tfrac{1}{2}k\cos.2\Phi + \tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}k^2\cos.2\Phi^2 - \tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}k^3\cos.2\Phi^3 + \text{etc.}$$

Notetur autem esse

$$\cos.2\Phi^2 = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\cos.2\Phi$$
$$\cos.2\Phi^3 = \tfrac{3}{4}\cos.2\Phi + \tfrac{1}{4}\cos.6\Phi$$
$$\cos.2\Phi^4 = \tfrac{1\cdot3}{2\cdot4} + \tfrac{1}{2}\cos.4\Phi + \tfrac{1}{8}\cos.8\Phi$$
$$\cos.2\Phi^5 = \tfrac{5}{8}\cos.2\Phi + \tfrac{5}{16}\cos.6\Phi + \tfrac{1}{16}\cos.10\Phi$$
$$\cos.2\Phi^6 = \tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6} + \text{etc.}$$
$$\cos.2\Phi^7 = \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8}\cos.2\Phi + \text{etc.}$$
$$\cos.2\Phi^8 = \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8} + \text{etc.}$$
$$\text{etc.} \qquad\qquad \text{etc.}$$

Deinde notetur quoque esse

$$\int\partial\Phi\cos.2\lambda\Phi = \tfrac{1}{2\lambda}\sin.2\lambda\Phi,$$

quod casu $\Phi = 0$ evanescit, unde patet in evolutione omnes terminos $\sin.2\lambda\Phi$ continentes omitti posse. Hinc pro nostra formula integrali, ex duabus conflata, erit

$$\int\frac{\partial\Phi}{\sqrt{1+k\cos.\Phi}} = \int\partial\Phi\,(1 + \tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}\cdot\tfrac{1}{2}k^2 + \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8}\cdot\tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}\cdot k^4 + \text{etc.});$$

$$\int\frac{\partial\Phi\cos.2\Phi}{\sqrt{1+k\cos.2\Phi}}$$

$$= \int\partial\Phi\,(-\tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{2}k - \tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\cdot\tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}k^3 - \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10}\cdot\tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}k^5 - \text{etc.})$$

consequentes habebimus

$$CZ - AY = \frac{\alpha\pi\sqrt{\frac{1}{2}k}}{2}\left[1 - \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{2}k + \tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}\cdot\tfrac{1}{2}k^2 - \tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\cdot\tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}k^3 + \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot4\cdot6\cdot8}\cdot\tfrac{1\cdot3}{2\cdot4}k^4 + \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10}\cdot\tfrac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}k^5 + \text{etc.}\right]$$

quod etiam ita repraesentari potest

$$CZ - AY = \tfrac{1}{2}\alpha\pi\sqrt{\tfrac{1}{2}k}\left[1 - \tfrac{1}{4}k + \tfrac{1\cdot3}{4\cdot4}k^2 - \tfrac{1\cdot3\cdot5}{4\cdot4\cdot8}k^3 + \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{4\cdot4\cdot8\cdot8}k^4 - \tfrac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{4\cdot4\cdot8\cdot8\cdot12}k^5 + \text{etc.}\right]$$

Corollarium 1.

§. 8. Casu ergo, quo $n = \infty$, ubi fit $k = 1$, hic valor fieri debet $= a$, unde sequitur fore

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1\cdot3}{4\cdot4} - \frac{1\cdot3\cdot5}{4\cdot4\cdot8} + \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{4\cdot4\cdot8\cdot8} - \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{4\cdot4\cdot8\cdot8\cdot12} + \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11}{4\cdot4\cdot8\cdot8\cdot12\cdot12} - \text{etc.}$$

Corollarium 2.

§. 9. Supra invenimus

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1\cdot1}{2\cdot4} + \frac{1\cdot1}{2\cdot4}\cdot\frac{3\cdot3}{4\cdot6} + \frac{1\cdot1}{2\cdot4}\cdot\frac{3\cdot3}{4\cdot6}\cdot\frac{5\cdot5}{6\cdot8} + \frac{1\cdot1}{2\cdot4}\cdot\frac{3\cdot3}{4\cdot6}\cdot\frac{5\cdot5}{6\cdot8}\cdot\frac{7\cdot7}{8\cdot10} + \text{etc.} = \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\pi}$$

unde sequitur fore

$$\sqrt{2}\left[1 - \frac{1}{4} + \frac{1\cdot3}{4\cdot4} - \frac{1\cdot3\cdot5}{4\cdot4\cdot8} + \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{4\cdot4\cdot8\cdot8} - \text{etc.}\right] = 1 + \frac{1\cdot1}{2\cdot4} + \frac{1\cdot1}{2\cdot4}\cdot\frac{3\cdot3}{4\cdot6} + \frac{1\cdot1}{2\cdot4}\cdot\frac{3\cdot3}{4\cdot6}\cdot\frac{5\cdot5}{6\cdot8} + \text{etc.}$$

Corollarium 3.

§. 10. Quo praecedentis corollarii veritatem quodammodo examinemus, sequentem instituamus calculum terminorum:

Seriei prioris.

$1 =$	1,0000	$\frac{1}{4} =$	0,2500
$\frac{1\cdot3}{4\cdot4} =$	0,1875	$\frac{1\cdot3\cdot5}{4\cdot4\cdot8} =$	0,1172
$\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{4\cdot4\cdot8\cdot8} =$	0,1025	$\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9}{4\cdot4\cdot8\cdot8\cdot12} =$	0,0769
$\frac{1\cdot\ldots\cdot11}{4\cdot\ldots\cdot12} =$	0,0705	$\frac{1\cdot\ldots\cdot13}{4\cdot\ldots\cdot16} =$	0,0573
$\frac{1\cdot\ldots\cdot15}{4\cdot\ldots\cdot16} =$	0,0537	$\frac{1\cdot\ldots\cdot17}{4\cdot\ldots\cdot20} =$	0,0456
$\frac{1\cdot\ldots\cdot19}{4\cdot\ldots\cdot20} =$	0,0433	$\frac{1\cdot\ldots\cdot21}{4\cdot\ldots\cdot24} =$	0,0379
$\frac{1\cdot\ldots\cdot23}{4\cdot\ldots\cdot24} =$	0,0363	$\frac{1\cdot\ldots\cdot25}{4\cdot\ldots\cdot28} =$	0,0324
	1,4938		0,6173
	$-$ 0,6173		
Summa totius seriei $=$	0,8765		

Si ducamus hanc summam in $\sqrt{2}$ habebimus 1,2395.

Seriei alterius.

$1 =$	1,0000
$\frac{1.1}{2.4}$	0,1250
$\frac{1.1}{2.4} \cdot \frac{3.3}{4.6} =$	0,0469
$\frac{1.1}{2.4} \cdot \frac{3.3}{4.6} \cdot \frac{5.5}{6.8} =$	0,0244
- - - $\frac{7.7}{8.10} =$	0,0149
- - - - $\frac{9.9}{10.12} =$	0,0101
- - - - - $\frac{11.11}{12.14} =$	0,0073
- - - - - - $\frac{13.13}{14.16} =$ . . .	0,0055
- - - - - - - $\frac{15.15}{16.18} =$ . .	0,0043
- - - - - - - - $\frac{17.17}{18.20} =$.	0,0034
Summa $=$	1,2418.

Error igitur $= 0,0023$ ... qui eo minor fiet, quo major fuerit terminorum numerus ad quem usque calculus prosequetur.

Praeparatio ad problema III.

§. 11. Sit semicirculi AMB diameter $AB = a$, Cissoidis inde natae abscissa $AP = x$, applicata $PN = y$, erit circuli applicata $PM = \sqrt{ax - xx}$, unde cissoidis aequatio fit Tab. V. Fig. 8.

$$y = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a - x}}.$$

Arcus igitur ejus erit:

$$s = a(z - 2) + \frac{a\sqrt{3}}{2}\, l\, \frac{(2+\sqrt{3})(z-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})}.$$

(Vide Начальныя основанія чистой Математики Николая Фусса Ч III. Отдѣл. 4. §. 129.) ubi $z = \sqrt{\frac{4a-3x}{a-x}}$, unde posita abscissa $x = 0$ fit $z = 2$ et arcus $s = 0$, uti requiritur.

Si capiatur abscissa $x = \frac{1}{2}a$, erit $z = \sqrt{5}$, et arcus, applicatae mediae CE, respondens:

$$AE = s = a(\sqrt{5} - 2) + \frac{a\sqrt{3}}{2} l \frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})},$$

que expressio reducitur ad hanc

$$AE = s = a(\sqrt{5} - 2) + \frac{a\sqrt{3}}{2} l \frac{(2+\sqrt{3})^2(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2}$$

sive

$$AE = s = a(\sqrt{5} - 2) + a\sqrt{3}\, l \frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{2}}.$$

Si denique capiatur abscissa $x = a$, erit $z = \infty$ et arcus cissoidis in infinitum protensae hoc casu erit

$$s = \infty + \frac{a\sqrt{3}}{2} l \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \infty + a\sqrt{3}\, l(2+\sqrt{3}).$$

Hoc autem casu etiam applicata BD fit infinita, ac ut curvae asymtota spectari potest. Quoniam autem haec asymtota minor esse debet arcu, sponte hinc nascitur quaestio, quantum curva in infinitum protensa superatura sit applicatam, cujus quaestionis solutionem in genere hic trademus.

Problema III.

§. 12. *Investigare quantum longitudo arcus cissoidis major sit applicata ejus in puncto* B, *ubi* $x = a$, *si ambae in infinitum usque continuatae concipiantur.*

Solutio.

Cum sit $y = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}}$, ob $x = \frac{a(zz-4)}{zz-3}$ et $a - x = \frac{a}{zz-3}$

erit $y = \frac{a(zz-4)^{\frac{3}{2}}}{zz-3}$, unde, ob

$$s = a(z-2) + \frac{a\sqrt{3}}{2} l \frac{(2+\sqrt{3})(z-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})},$$

erit

$$s - y = a(z-2) - \frac{a(zz-4)^{\frac{3}{2}}}{zz-3} + \frac{a\sqrt{3}}{2} l \frac{(2+\sqrt{3})(z-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})},$$

cujus jam differentiae valor assignari debet casu $z = \infty$. Specte-

tur autem z tantum ut praegrande et habebitur

$$(zz - 4)^{\frac{3}{2}} = z^3 - 6z + \frac{6}{z} \text{ et}$$

$$\frac{1}{zz-3} = \frac{1}{zz} + \frac{3}{z^4}$$

unde fit

$$\frac{(zz-4)}{zz-3} = \left(z^3 - 6z + \frac{6}{z}\right)\left(\frac{1}{zz} + \frac{3}{z^4}\right) = z - \frac{5}{z} - \frac{12}{z^3},$$

hinc

$$s - y = \frac{3a}{z} + \frac{12a}{z^3} - 2a + \frac{a\sqrt{3}}{2}\, l\, \frac{(2+\sqrt{3})(z-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})}.$$

Quodsi jam ponatur $z = \infty$, erit pro casu quaesito

$$s - y = -2a + \frac{a\sqrt{3}}{2}\, l\, \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = -2a + a\sqrt{3}\, l\,(2+\sqrt{3}).$$

Corollarium 1.

§. 13. Hunc valorem proxime investigasse operae pretium erit. Cum igitur sit

$$\sqrt{3} = 1{,}7320508$$

erit $2 + \sqrt{3} = 3{,}7320508$

ideoque logarithmus vulgaris hujus quantitatis

$$l\,(2+\sqrt{3}) = 0{,}5719475,$$

qui ductus in logarithmum hyperbolicum denarii, qui est

$$l\,10 = 2{,}3025851,$$

dabit logarithmum hyperbolicum

$$l\,(2+\sqrt{3}) = 1{,}316958$$

hincque $\sqrt{3} \cdot l\,(2+\sqrt{3}) = 2{,}281038$

ideoque excessus quaesitus

$$s - y = 0{,}281038\, a.$$

Corollarium 2.

§. 14. Quodsi unitas per hunc numerum dividatur et operatio instituatur, qua maximus quaeri solet communis divisor, quoti continui reperiuntur 3, 1, 1, 3, 1, 3, etc. qui, si forent 3, 1, 1, 3, 1,

2, 3, 1, 1, etc. tunc iste excessus sequenti modo exhiberi posset: Ex his quotis formetur fractio continua periodica:

$$3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\text{etc.}}}}}}}}}}$$

ita ut sit

$$v = 3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{v}}}$$

unde fit $v = 3+\frac{1}{1+\frac{1}{v+1}} = 3+\frac{v+1}{2v+1} = \frac{7v+4}{2v+1}$, ideoque $vv = 3v+2$ et $v = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$, hincque

$$s-y = \frac{2}{3+\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}-3}{4},$$

qui valor revera parum a supra invento differt. Erit enim

$$\frac{\sqrt{17}-3}{4} = 0{,}2808,$$

ita ut valor $s-y$ tantum quantitate 0,0002 differat a $\frac{\sqrt{17}-3}{4}$.

Praeparatio ad problemata

IV. *et* V.

§. 15. Praeter curvas asymtoticas autem supra examini nostro subjectas reperiuntur adhuc aliae, quarum excessus supra asymtotam simili modo assignari possunt. Hujusmodi sunt illae binae curvae jam olim a me tractatae pro quarum priori aequationem inveneram sequentem:

$$x = \tfrac{1}{2}a\,log.\frac{a}{y} - \frac{(aa-yy)}{4a}$$

(Vide *Mémoires de l'Acad.* Tom. VIII. pag. 147.) pro altera vero coordinatas ita expressas

$$x = a\cos.\Phi^2 + al.\sin.\Phi$$
$$y = \tfrac{a}{2}\sin.2\Phi,$$

ubi Φ angulum curvedinis denotat. Sequentium problematum solutiones monstrabunt, quomodo pro his curvis excessus quaesiti facillime investigari poterunt.

Problema IV.

Tab. V. Fig. 4.

§. 16. *Invenire pro curva, aequatione*

$$x = \tfrac{1}{2} al \cdot \frac{a}{y} - \frac{(aa - yy)}{4a},$$

data, excessus arcus CM *supra abscissarum axem* AB, *si puncta* M *et* B *infinite remota concipiantur.*

Solutio.

Constat jam curvam habere duos ramos, quorum tantum descendens asymtota praeditus est. Sumto A initio abscissarum sit $AX = x$, $XY = y$, $CY = s$. Jam per se patet, pro $y = AC = a$ fore $x = 0$ et $s = 0$ ac pro $y = 0$ fore $x = \infty$ et $s = \infty$; unde intelligitur integralia arcus et abscissae extendi debere ab $y = a$ ad $y = 0$. Cum autem sit elementum arcus curvae

$$ds = \partial \cdot CY = \frac{-\partial y\,(aa + yy)}{2ay}$$

erit ipse arcus

$$CY = C - \tfrac{a}{2} l.y - \frac{yy}{4a},$$

ubi, posito $CY = 0$ casu $y = a$, constans per integrationem ingressa, erit

$$C = \tfrac{a}{2} l.a + \tfrac{a}{4}$$

fietque

$$CY = \tfrac{a}{2} l.\frac{a}{y} + \frac{aa - yy}{4a}$$

quod integrale, casu $y = 0$, fit

$$s = \tfrac{a}{2}\, l.\infty + \tfrac{a}{4}.$$

Hinc sublata abscissa x, quae pro eodem casu $y = 0$, fit

$$x = \tfrac{a}{2} l.\infty - \tfrac{a}{4},$$

nanciscimur quaesitum excessum

$$s - x = \tfrac{1}{2} a = 0,5\, a.$$

Problema V.

Tab. V. Fig. 5.

§. 17. *Pro curva cujus coordinatae sunt*

$$x = a \cos. \Phi^2 + a\, l\, .\, \sin. \Phi$$

$$y = \tfrac{a}{2} \sin. 2\, \Phi$$

(existente Φ *angulo curvedinis), invenire excessum arcus* SZ *supra abscissarum axem* AD, *dum puncta* Z *et* D *infinite remota concipiuntur.*

Solutio.

Ex aequationum constructione patet curvam in M suspide praeditam esse, ibique fore angulum curvedinis, ambobus ramis communem, $\Phi = 45°$. Ramorum curvae alter concavus est, alter convexus, eorumque postremus tantum asymtota gaudet. Ex aequationibus quoque intelligitur applicatam duobus in punctis evanescere, casu scilicet $\Phi = 90°$ et $\Phi = 0$; abscissas vero dextrorsum puncti A positive, sinistrorsum vero negative sumi oportere, nec non arcus pro une ramo positivos, pro altero negativos capiendos esse. E figura vero jam patet abscissas, quamdiu positivum retinent valorem, duplices habere applicatas, XY et XY′ nec non angulum curvedinis, pro quacunque abscissa positiva, duplicem habere valorem, atque fore, pro $x = 0$, $\Phi = 90°$ et $\Phi = 26°,\ 47',\ 34''$.

Jam differentiata aequatione prima habemus

$$\partial x = \frac{a\, \partial \Phi \cos. \Phi\ (1 - 2 \sin. \Phi^2)}{\sin. \Phi}$$

unde porro, ob

$$\partial s = \frac{\partial x}{\cos. \Phi},$$

concluditur fore

$$\partial s = \frac{a\partial\Phi\,(1 - 2\sin.\Phi^2)}{\sin.\Phi}$$

consequenter

$$\partial s - \partial x = a\left(\frac{\partial\Phi}{\sin.\Phi} - 2\partial\Phi\sin.\Phi - \frac{\partial\Phi\cos.\Phi}{\sin.\Phi} + 2\partial\Phi\sin.\Phi\cos.\Phi\right)$$

ideoque

$$s - x = a\left(\int\frac{\partial\Phi}{\sin.\Phi} - 2\int\partial\Phi\sin.\Phi - \int\frac{\partial\Phi\cos.\Phi}{\sin\Phi} + \tfrac{1}{2}\int 2\partial\Phi\sin.2\Phi\right)$$

ubi integralia a $\Phi = 26^\circ, 47', 34''$ ad $\Phi = 0$ sumi debent. Est vero

$$\int\frac{\partial\Phi}{\sin.\Phi} = l\sin.\Phi - l\,(1 + \cos.\Phi)$$
$$2\int\partial\Phi\sin.\Phi = -2\cos.\Phi$$
$$\int\frac{\partial\Phi\cos.\Phi}{\sin.\Phi} = l\sin.\Phi$$
$$\tfrac{1}{2}\int 2\partial\Phi\sin.2\Phi = -\tfrac{1}{2}\cos.2\Phi$$

atque his valoribus substitutis, habemus

$$s - x = a\left(2\cos.\Phi - \tfrac{1}{2}\cos.2\Phi - l\,(1 + \cos.\Phi)\right) + C.$$

Cum vero, pro casu $\Phi = 26^\circ, 47', 34''$, fiat $s - x = 0$, ac pro eodem casu fiat

$$2\cos.\Phi = 1{,}785286$$
$$\tfrac{1}{2}\cos.2\Phi = 0{,}296811$$
$$\text{log. hyp. } (1 + \cos.\Phi) = 0{,}637974$$

substitutis his valoribus, habebimus

$$C = -0{,}850501\,a$$

unde sequitur fore

$$s - x = a\left(2\cos.\Phi - \tfrac{1}{2}\cos.2\Phi - l\,(1 + \cos.\Phi)\right) - 0{,}850501\,a$$

posito denique $\Phi = 0$, resultabit quaesitus excessus

$$s - x = a\,(1{,}5 - l\,.\,\text{hyp. } 2 - 0{,}850501) = -0{,}043648\,a.$$

negativus, quoniam arcus et abscissa sinistrorsum puncti A atque hancobrem cum signis contrariis sumi debent.

REMARQUES SUR LA MÉTHODE DES ANCIENS,

POUR DÉTERMINER LA PARALLAXE DE LA LUNE.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 15. Nov. 1820.

Quoique il ne nous manque pas aujourd'hui des moyens, pour trouver les parallaxes, beaucoup plus exacts que ceux des anciens, cependant la méthode imaginée par *Ptolemée*, pour remplacer celle dont s'était servi *Hipparque*, pour déterminer la parallaxe lunaire, mérite encore l'attention des astronomes modernes, non-seulement comme une respectable ruine de l'antiquité, mais à cause de sa grande simplicité, et il ne me parait pas inutile de montrer que cette méthode est susceptible d'une grande précision.

Après avoir exposé la théorie générale des parallaxes, avec une solidité et clarté qui fait autant d'honneur au géomètre qu'à l'astronome, *Ptolemée* propose sa nouvelle méthode qui n'est applicable qu'à un astre, tel que le soleil ou la lune, dont l'orbite projétée sur la sphère est un *grand* cercle, et il la décrit de la manière suivante. (*Almag. Lib. V. Cap.* 12. 13.)

Pour trouver la plus grande latitude ou l'inclinaison de l'orbite lunaire, il avait observé la hauteur de la Lune au méridien, lorsqu'elle était parvenue à sa plus grande déclinaison boréale, son noeud ascendant coïncidant avec le point vernal, et par conséquent sa plus grande latitude boréale ayant lieu dans le tropique du *Can-*

cer. La Lune passant alors à $2^{\circ}7'30''$ du zénit d'Alexandrie, *Ptolemée* ne croyait pas devoir tenir compte de la parallaxe qui, à la vérité, était insensible pour ses observations, n'étant que de deux minutes. Il regarde donc cette hauteur comme une hauteur vraie, et en la combinant avec la latitude d'Alexandrie, il en conclut la plus grande déclinaison et latitude de la Lune, et par conséquent l'inclinaison de son orbite. Avec cette inclinaison il calcula la déclinaison et la hauteur de la Lune au méridien, lorsque sa plus grande latitude tombait dans le tropique du *Capricorne*, et que, par conséquent, sa distance au zénit était la plus grande. La différence entre cette hauteur calculée et celle qu'il avait observée, était la parallaxe due à cette hauteur, d'où il était aisé de conclure la parallaxe horisontale. Il est vrai que les plus grandes latitudes n'auront pas lieu précisement au moment de la culmination, mais comme elles changent très-lentement, étant parvenues à leur *maximum*, il est aisé de déduire des élémens connus de l'orbite lunaire, la latitude à l'instant du passage au méridien, laquelle ne pouvait être que peu différente de la plus grande aux limites mêmes.

Voici les propres mots de l'astronome d'Alexandrie. „Pour „connaitre la plus grande latitude de la Lune, nous l'avons observée, „lorsqu'elle avait lieu dans le tropique d'été, et à la limite boréale „de l'orbite inclinée de cet astre, tant parceque dans ces points on „trouve la latitude de la Lune sensiblement la même à une assés „grande distance, que parceque la Lune étant alors peu éloignée „du zénit, elle a, dans le parallèle d'Alexandrie, sous lequel nous „faisions nos observations, une position apparente très-approchée de „la vraie. — Pour observer les parallaxes, nous observions de „même la Lune, lorsqu'elle était dans le tropique d'hiver, tant pour „ce qui a été dit ci-dessus" (savoir, que la latitude change peu, près de son *maximum*) „que parcequ'alors sa distance au zénit „est la plus grande. Alors sa parallaxe est la plus grande et la „plus aisée à appercevoir".

Après avoir lu ces mots, on sera étonné de voir que *Ptolemée* ait observé la Lune dans le tropique d'hiver, lorsqu'elle avait sa plus grande latitude *boréale*, au lieu de la plus grande latitude *australe*, vû que dans le dernier cas, la distance zénitale eût été plus grande de dix degrés, et par conséquent la parallaxe plus aisée à appercevoir, comme il l'observe lui-même. Ce qui est encore plus étonnant, c'est qu'après avoir observé la Lune, lorsque sa plus grande latitude boréale tombait dans le tropique du *Cancer*, et que, par conséquent, son nœud ascendant coïncidait avec le point vernal, il devait attendre neuf ans, pour que la limite boréale tombât dans le tropique du *Capricorne*, ce qui est le cas dans l'exemple qu'il nous a transmis, tandis que deux semaines avant ou après la première observation, la Lune avait une position beaucoup plus favorable, sa limite australe se trouvant dans le tropique d'hiver. Il est vrai que *Ptolomée* dit que, de plusieurs parallaxes qu'il avait observées, il n'expose qu'une seule ; mais on demandera toujours, ce qui peut l'avoir engagé à choisir justement l'exemple le moins favorable. On serait presque tenté de croire que *Ptolomée* s'est défié des observations trop voisines de l'horison, à cause de la réfraction. Ce qui n'est pas moins surprenant, c'est que *Ptolomée* prétend avoir *toujours* trouvé la distance de la Lune au zénit égale à $2^\circ\ 7'$, quand il l'avait observée dans cette position. Or il est sûr que la Lune ne peut parvenir à cette hauteur qu'une fois dans 19 ans, c'est à dire, quand le ☊ coïncide avec le point $0\,\Upsilon$. Le véritable mot de l'énigme est probablement, que *Ptolémée*, quoiqu'il assure avoir observé la Lune dans ses quartiers et dans les octans même (*Alm. Lib. V. Cap.* 1. 2. 5.), n'a effectivement observé que la pleine lune ou les éclipses ; ou bien que l'instrument qu'il avait imaginé pour observer la Lune hors les syzygies, et dont il donne une description fort détaillée, n'était pas propre à mesurer les hauteurs de la Lune, dont il est aisé de s'assurer. Quoiqu'il en soit, nous allons suivre *Ptolemée* dans le calcul de son observation.

Soit P le pole de l'équateur AC, Z le zénit d'Alexandrie, EC, IC, l'écliptique, E le tropique du *Cancer*, I celui du *Capricorne* à peu près, la Lune observée une fois en L, et une autre fois en M, ayant dans l'un et l'autre cas sa plus grande latitude boréale. Dans la première observation, la distance zénitale était $ZL = 2^\circ 7' 30''$, l'obliquité de l'écliptique AE étant supposée de $23^\circ 51'$, la latitude d'Alexandrie $AZ = 30^\circ 58'$: ce qui donne la plus grande latitude ou l'inclinaison de l'orbite lunaire, $EL = AZ - AE - ZL = 5^\circ$. Pour la seconde observation en M, *Ptolemée* trouve, par les élémens de l'orbite lunaire, la longitude moyenne de la Lune $= 8^s 25^\circ 44'$, l'équation $= + 7^\circ 26'$, donc la longitude vraie de la Lune, ou du point M et $I = 9^s 3^\circ 10'$, la distance de la Lune à la limite boréale $= 5^\circ 20'$, d'où il conclud sa latitude $IM = 4^\circ 59'$, et la déclinaison australe du point de l'écliptique $I(9^s 3^\circ 10') = 23^\circ 49' = AI$. Il s'en suit que la vraie distance de la Lune au zénit était Tab. VI. Fig. 4.

$$ZM = AZ + AI - IM = 49^\circ 48'.$$

L'observation ayant donné cette distance $= 50^\circ 55'$, la différence $= 1^\circ 7'$ était la parallaxe, due à la distance apparente au zénit $= 50^\circ 55'$, d'où l'on tire la parallaxe horisontale $=$

$$\frac{\sin 1^\circ 7'}{\sin 50^\circ 55'} = 1^\circ 26' 19'',$$

ce qui donne la distance de la Lune à la Terre $= 39{,}83$ rayons de la terre. *Ptolemée* trouve, par un très-long calcul, 39,75.

Voyons maintenant, de quelle manière on peut tirer profit de cette méthode. La Terre étant le point central de l'orbite lunaire, il est clair que la projection de cette orbite sur la sphère est un *grand* cercle, qui coupe par le milieu tous les grands cercles de la sphère, et par conséquent aussi l'équateur. La Lune parvient donc chaque mois à sa plus grande déclinaison boréale et australe, l'une et l'autre étant de la même grandeur, tant qu'on fait abstraction des perturbations. Supposant donc qu'on ait observé la Lune au méridien, lorsqu'elle était à sa plus grande dé-

clinaison boréale et australe, ce serait sans doute le moyen le plus simple, pour déterminer sa parallaxe, surtout si les observations sont faites dans le tems, où le nœud ascendant de son orbite coïncide avec le point équinoxial du *Bélier*, de sorte que la différence des deux hauteurs au méridien monte à 57 degrés. Il n'est pas besoin qu'une de ces hauteurs soit assés grande, pour pouvoir négliger sa parallaxe, comme le fit *Ptolemée*: car on va voir que les deux parallaxes se trouvent en même tems.

En effet, la Lune ayant sa plus grande déclinaison boréale et australe en E et en I, les distances au zénit observées étant $ZE = \eta$, $ZI = \eta'$, l'élevation du pole $AZ = \beta$; nommant H et H′ les parallaxes horisontales lors des deux observations en E et I, ses distances vraies au zénit seront $ZL = \eta - H\sin\eta$, $ZM = \eta' - H'\sin\eta'$, d'ou l'on tire ses déclinaisons $AL = AZ - ZL = \beta - \eta + H\sin\eta$, $AM = ZM - AZ = \eta' - H'\sin\eta' - \beta$. Supposant donc $AL = AM$, on a l'équation

$$(A) \ldots\ldots H\sin\eta + H'\sin\eta' = \eta + \eta' - 2\beta.$$

Le rapport des deux parallaxes H, H′, peut être pris dans les tables, ou déterminé par la mesure simultanée des diamètres de la Lune, D, D′, qui donneront $H' = \frac{D'}{D}H = \lambda H$. Ayant substitué cette valeur dans l'équation (A), on aura

$$H = \frac{\eta + \eta' - 2\beta}{\sin\eta + \lambda\sin\eta'}, \quad \text{et} \quad H' = \frac{\eta + \eta' - 2\beta}{\frac{1}{\lambda}\sin\eta + \sin\eta'},$$

ou à l'aide de l'angle η'', trouvé par l'équation, $\sin\eta'' = \lambda\sin\eta'$;

$$(B) \ldots\ldots H = \frac{\frac{1}{2}(\eta + \eta') - \beta}{\sin\frac{\eta'' + \eta}{2}\cos\frac{\eta'' - \eta}{2}}.$$

Si l'égalité des deux déclinaisons AL, AM, était une condition indispensable, cette méthode serait extremement limitée par deux raisons: 1) parcequ'il n'arrivera presque jamais, que les limites des déclinaisons ayent lieu dans le passage au méridien, 2)

parcequ'à cause des perturbations, les plus grandes déclinaisons des deux côtés de l'équateur ne seront pas égales. Mais les élémens de l'orbite lunaire étaient assés connus, pour pouvoir calculer à peu près la vraie déclinaison que la Lune avait, lorsqu'elle fut observée au méridien, les jours où elle parvenait à la limite boréale et australe. Ayant donc comparé la Lune avec une étoile fixe plusieurs jours de suite, on trouve, par interpolation à l'aide des différences consécutives, pour le tems intermédiaire de la culmination dont il s'agit, son ascension droite *vraie*, parceque les ascensions droites au méridien ne sont point altérées par la parallaxe. Avec cette ascension droite, et la position de l'orbite lunaire par rapport à l'équateur ou à l'écliptique, on calcule, pour les instans des deux observations, les déclinaisons vraies de la Lune, $AL = \delta$, $AM = \delta'$. Cela posé, la hauteur du pole AZ étant égale à $ZL + AL$ et à $ZM - AM$, on a $\eta - H \sin \eta + \delta = \eta' - H' \sin \eta' - \delta'$, d'où il vient

$$(C) \ldots . H = \frac{(\eta' - \eta) - (\delta + \delta')}{\sin \eta'' - \sin \eta} = \frac{\frac{1}{2}(\eta' - \eta) - \frac{1}{2}(\delta + \delta')}{\sin \frac{\eta'' - \eta}{2} \cos \frac{\eta'' + \eta}{2}}.$$

Cette équation serait rigoureuse, si les valeurs de δ, δ', étaient justes. Afin de s'en convaincre, on se servira de la valeur de H qu'on vient de trouver, pour calculer les vraies distances au zénit, $\eta - H \sin \eta$, $\eta' - H \sin \eta''$, d'où l'on tire les vraies déclinaisons, $d = \beta - \eta + H \sin \eta$ et $d' = \eta' - H \sin \eta'' - \beta$. S'il se trouve $d = \delta$, et $d' = \delta'$, on est sûr que les déclinaisons δ, δ', sont justes, et par conséquent aussi la parallaxe H. Mais comme cela n'arrivera guères dès le premier essai, on trouvera au moins de cette manière, la différence entre les déclinaisons calculées et supposées, $d - \delta = \Delta$ et $d' - \delta' = \Delta'$, laquelle servira à corriger H. La règle qu'on donne ordinairement pour cet effet, consiste à changer les valeurs de δ, δ', jusqu'à ce que $d = \delta$ et $d' = \delta'$. Mais cette règle étant tout-à-fait impraticable, comme on va le voir, il ne sera pas inutile de chercher une règle sure et directe.

Les valeurs $d = \beta - \eta + H \sin \eta$ et $d' = \eta' - H \sin \eta'' - \beta$ donnent $d + d' = (\eta' - \eta) - H (\sin \eta'' - \sin \eta)$, et l'équation (C) donne également $\delta + \delta' = (\eta' - \eta) - H (\sin \eta'' - \sin \eta)$. On a donc constamment

$$d + d' = \delta + \delta',$$

et la parallaxe $H = \frac{(\eta' - \eta) - (\delta + \delta')}{\sin \eta'' - \sin \eta}$ n'éprouve aucun changement, si on fait $\delta = d$ et $\delta' = d'$, ce qui est la règle vulgaire. Il faut donc procéder d'une autre manière.

On a $d - \delta$ ou $\Delta = \beta - \eta + H \sin \eta - \delta$, et $d' - \delta' = \delta - d$, parceque $d + d' = \delta + \delta$, comme nous venons de voir. Il y a donc $\Delta' = -\Delta$, ensorte qu'on n'a qu'a chercher Δ par l'épreuve exposée ci-dessus. Supposons qu'après avoir trouvé Δ, on se propose de faire un second essai, et qu'ayant substitué pour cet effet, $\delta + x$, $\delta' + x'$, $H + y$, au lieu de δ, δ', H, il vienne e, e', E, E', au lieu de d, d', Δ, Δ': alors on a $e = \beta - \eta + (H + y) \sin \eta$, ou

$$e = d + y \sin \eta, \quad \text{et } e' = d' - y \sin \eta'',$$

$$E = e - (\delta + x) = d - \delta + y \sin \eta - x = \Delta + y \sin \eta - x,$$

$$\text{et } E' = e' - (\delta' + x') = \Delta' - y \sin \eta'' - x' = -\Delta - y \sin \eta'' - x'.$$

Or, afin que x, x', y, soient les justes corrections, il faut que E et E' deviennent égales à zéro; on a donc les équations

$$(1) \ldots . x - y \sin \eta = \Delta, \quad (2) \ldots . x' + y \sin \eta'' = -\Delta.$$

Faisant $x = m\Delta$, $x' = m'\Delta$, $y = n\Delta$, ces équations deviennent

$$(3) \ldots . m - n \sin \eta = 1, \quad (4) \ldots . m' + n \sin \eta'' = -1.$$

Les ascensions droites adoptées dans le calcul n'admettant aucune correction, parcequ'elles sont déterminées immédiatement par les observations, on ne peut changer les valeurs des déclinaisons δ, δ', qu'en donnant à l'orbite lunaire une autre position. Mais, de quelque manière qu'on change cette position, les variations de δ, δ', qui en résultent, seront sensiblement égales, et les mêmes que celle de l'inclinaison, parcequ'elles sont très-près des limites. Il faut donc

poser $x' = x$ ou $m' = m$, après quoi les équations (3) (4) donneront $m = 1 + n \sin \eta = -1 - n \sin \eta''$, donc $n = \frac{-2}{\sin \eta'' + \sin \eta}$, ou

(5)... $n = \frac{-1}{\sin \frac{\eta'' + \eta}{2} \cos \frac{\eta'' - \eta}{2}}$, et $y = n\Delta = \frac{-\Delta}{\sin \frac{\eta'' + \eta}{2} \cos \frac{\eta'' - \eta}{2}}$.

De cette manière on trouvera directement, la parallaxe corrigée $H + y = {}'H$, ce qui donnera en même tems la correction des déclinaisons, savoir

$$x = x' = m\Delta = \Delta (1 + n \sin \eta) = \Delta \frac{\sin \eta'' - \sin \eta}{\sin \eta'' + \sin \eta} = \Delta \frac{\operatorname{tg} \frac{\eta'' - \eta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\eta'' + \eta}{2}};$$

et les déclinaisons corrigées, $\delta + x = {}'\delta$ et $\delta' + x = {}'\delta'$.

Nous voyons donc qu'un seul essai suffit, pour trouver les justes valeurs de la parallaxe et des déclinaisons, et qu'on n'a pas besoin de calculer Δ'. Il serait superflu de mettre ce résultat à une nouvelle épreuve, ce qu'on pourrait faire en calculant la parallaxe à l'aide de l'équation

$$(6) \ldots . H = \frac{\frac{1}{2}(\eta' - \eta) - \frac{1}{2}({}'\delta + {}'\delta')}{\sin \frac{\eta'' - \eta}{2} \cos \frac{\eta'' + \eta}{2}},$$

laquelle doit donner une valeur de H égale à ${}'H$.

Il ne sera pas inutile d'éclaircir cette méthode par un exemple. Supposons qu'on ait calculé, par les tables et les ascensions droites observées plusieurs jours de suite, pour les instans des deux observations,

$$\delta = 23^\circ 47' 21'',5 \text{ bor. et } \delta' = 23^\circ 54' 31'' \text{ austr.},$$

et que, sous une latitude $\beta = 50^\circ$, on ait trouvé par les observations,

$$\eta = 26^\circ 38' 43'', \eta' = 74^\circ 47' 44'', D = 32' 32'', D' = 29' 50''.$$

Le calcul donne ce qui suit :

$\frac{\eta' - \eta}{2} = 24^\circ.\ 4'.30'',5.$	$l \sin \eta = 9{,}6517291$
$\frac{\delta + \delta'}{2} = 23.\ 50.\ 56,\ 25.$	$l \sin \eta' = 9{,}9845256$
$\frac{(\eta' - \eta) - (\delta + \delta')}{2} = 0.\ 13.\ 34,\ 25.$	$l \lambda = 9{,}9623732$
$\lambda = \frac{1790}{1952}.$	$l \sin \eta'' = 9{,}9468988$

$\eta'' = 62^\circ.14'.25'',3.$	$l \sin \frac{\eta'' - \eta}{2} = 9{,}4852304$
$\frac{\eta'' + \eta}{2} = 44.\ 26.\ 34,\ 1.$	$l \cos \frac{\eta'' + \eta}{2} = 9{,}8536677$
$\frac{\eta'' - \eta}{2} = 17.\ 47.\ 51,\ 1.$	Somme $= 9{,}3388981$
	$l\, 13'34'',25 = 2{,}9107578$

$l\,H = 3{,}5718597$	$H = 62'.11'',3$
$l\,H \sin \eta'' = 3{,}5187585$	$H \sin \eta'' = 55.\ 1,\ 9$
$l\,H \sin \eta = 3{,}2235888$	$H \sin \eta = 27.\ 53,\ 4$

$d = 23^\circ.49'.10'',4$	$l\,\Delta = 2{,}0370279$
$d' = 23.\ 52.\ 42,\ 1$	$l \sin \frac{\eta'' + \eta}{2} = 9{,}8452202$
$d - \delta = \Delta = +\ 1'\ 48'',9$	$l \cos \frac{\eta'' - \eta}{2} = 9{,}9787020$
$\delta' - d' = -\ \Delta' = 1'\ 48'',9 = \Delta$	Somme $= 9{,}8239222$

$l\,y = 2{,}2131057$	$y = -\ 2'\ 43'',3$
$l \operatorname{tg} \frac{\eta'' - \eta}{2} = 9{,}5065284$	$x = +\ 35'',6$
$l \operatorname{tg} \frac{\eta'' + \eta}{2} = 9{,}9915525$	$'H = 59'28'',$
Différence $= 9{,}5149759$	$'\delta = 23^\circ 47'\ 57'',1$
$l\,x = 1{,}5520038$	$'\delta' = 23^\circ 55'\ 6'',6.$

Pour éprouver ces valeurs par l'équation (6), on a

$$\frac{'\delta + '\delta''}{2} = 23^\circ 51' 31'',85 \qquad \frac{(\eta' - \eta) - ('\delta + '\delta')}{2} = 12' 58'',65$$

$$l\ 12' 58'',65 = 2,8913423$$
$$\text{Otez} = 9,3388981$$
$$l\,H = 3,5524442$$
$$H = 59' 28'',1.$$

Cette valeur de H étant la même que celle de 'H, nous voyons qu'avec toute la précision dont cette méthode est susceptible, la parallaxe horizontale est, dans la première observation $= 59' 28''$, et dans la seconde $\lambda H = 64' 32''$.

ENODATIO GENERALIS

PROBLEMATIS DE COLLISIONE DUORUM CORPORUM SOLIDORUM IN UNICO PUNCTO CONCURRENTIUM.

AUCTORE

N. G. SCHULTÉN.

Conventui exhib. die 10. Januarii 1821.

In Commentariorum Academiae hujus Imperialis Tomo V, pag. 159, nec non IX, p. 50, Perillustris *Eulerus* doctrinam de collisione corporum solidorum certis stabilire principiis sibi proposuit, quod etiam pro more suo eleganter omnino atque perspicue fecit. Ad generalem vero resolutionem quaestionis, qua in unico puncto duo sibi invicem occurrere ponuntur corpora libera, hisce in tractatibus nondum pervenit, quod et ipse loco cit. posteriori p. 76 his fatetur verbis:

. . . . . "Omnes igitur tres collisionum species hic explicatas dedi duplici tamen restrictione, quarum prima corpora sibi ita occurrere ponit, ut eorum centra gravitatis cum directione impulsùs in eodem plano sint posita; altera vero corpora talia requirit, quae circa axes per centra gravitatis transeuntes et ad illud planum normales libere gyrari queant. Casus autem in quibus hae conditiones locum non habent, per principia cognita tractare non licet; sed eorum explicatio majorem Mechanicae promotionem requirit" . . . . . .

Principia vero tunc temporis ignota, quibus in genere nititur determinatio motùs corporum solidorum cum aliquanto post Auctor noster Perillustris revera detexerit, uti praecipue testatur Opus im-

mortale, titulo : *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* anno 1765. Rostochii et Gryphiswaldiae primo editum, miratus equidem sum eadem Ipsum ad universalem indagandam enodationem quaestionis de collisione corporum, feliciter jam inceptam, nusquam accommodasse, idque eo magis, quod pag. 351. editionis primae operis citati vel expressis observaverit verbis per allatas ibidem formulas conflictus etiam corporum in genere investigari posse. Sed absque dubio summus vir, praecipuas hujusmodi disquisitionum difficultates sustulisse contentus, ex applicationibus theoriae generalis ad problemata specialia parum reportandum esse laudis existimavit; quod quamvis in genere inficias ire nolim, interim tamen tantae mihi visa est dignitatis celebratissima de percussionibus corporum solidorum quaestio, ut quae in solutionem ejus generaliorem indagandam impenderem operam inutilem minime habendam esse crediderim: eâdemque adductus ratione, quae sequuntur pagellas, casûs, quo in unico puncto duo concurrunt corpora libera, sive non libera, universalem, satisque, ut spero, simplicem solutionem comprehendentes, indignas non prorsus credidi, quae indulgenti Academiae judicio subjicerem.

Principiorum instar totius nostrae disquisitionis ponantur aequationes sequentes a pluribus Mechanicae Auctoribus sufficienter probatae :

$$\left.\begin{aligned} l + \mathrm{S}\, x\, d\mu &= 0 \\ m + \mathrm{S}\, y\, d\mu &= 0 \\ n + \mathrm{S}\, z\, d\mu &= 0 \\ p + \mathrm{S}\, (yz - zy)\, d\mu &= 0 \\ q + \mathrm{S}\, (zx - xz)\, d\mu &= 0 \\ r + \mathrm{S}\, (xy - yx)\, d\mu &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (1),$$

denotantibus l, m, n impulsionibus (i. e. summis quantitatum motûs omnibus corporis particulis in puncto quodam temporis impressarum) corpori cuicumque solido libero secundum axes coordinatarum

rectangularum x, y, z respective impressis, ipsasque x, y, z quasi diminuere tendentibus; p, q, r momentis earumdem impulsionum circa axes ipsarum x, y, z, ipsasque y, z, x respective diminuere tendentibus, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ celeritatibus veris secundum x, y, z, in particula quacumque corporis $d\mu$ per impulsiones memoratas genitis, ipsasque x, y, z augentibus; tandemque S signo summatorio totum corporis de quo agitur volumen comprehendente.

Jam vero, cum in disquisitionibus de motu corporum solidorum celeritas cujusque corporis particulae non quaeratur, sed totius tantum motus systematis indagandus sit, ponantur ε, Φ, γ celeritates progressivae omnibus corporis particulis communes secundum ipsas x, y, z respective, easdemque coordinatas augentes; dein vero e, f, g celeritates corporis angulares (i. e. celeritates verae punctorum distantiâ 1 ab axibus remotorum) circa axes $\tau\omega\nu$ x, y, z respective, ipsasque y, z, x minuentes; sicque habebuntur relationes notae:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \varepsilon - gy + fz \\ \dot{y} &= \Phi + gx - ez \\ \dot{z} &= \gamma - fx + ey. \end{aligned}$$

Quibus utique valoribus in (1) substitutis, ipsisque ε, Φ, γ, e, f, g extra signum S ejectis, prodibunt:

$$\left.\begin{aligned} &l + \varepsilon\mu - g\mathrm{S}y d\mu + f\mathrm{S}z d\mu = 0 \\ &m + \Phi\mu + g\mathrm{S}x d\mu - e\mathrm{S}z d\mu = 0 \\ &n + \gamma\mu - f\mathrm{S}x d\mu + e\mathrm{S}y d\mu = 0 \\ &p + \Phi\mathrm{S}z d\mu - \gamma\,\mathrm{S}y d\mu + f\mathrm{S}xy d\mu + g\mathrm{S}xz d\mu \\ &\qquad - e\mathrm{S}(y^2 + z^2)\, d\mu = 0 \\ &q - \varepsilon\mathrm{S}z d\mu + \gamma\,\mathrm{S}x d\mu + e\mathrm{S}xy d\mu + g\mathrm{S}yz d\mu \\ &\qquad - f\mathrm{S}(x^2 + z^2)\, d\mu = 0 \\ &r + \varepsilon\,\mathrm{S}y d\mu - \Phi\mathrm{S}x d\mu + e\mathrm{S}xz d\mu + f\mathrm{S}yz d\mu \\ &\qquad - g\mathrm{S}(x^2 + y^2)\, d\mu = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2).$$

Quo vero jam ante omnia valores quantitatum l, m, n, p, q, r statui corporis libero vel non libero in momento percussionis accomodatos adipiscamur, ponatur quidem, cum per hypothesin in unico tantum puncto impellatur corpus, directionem impulsionis aequationibus exprimi

$$\left.\begin{aligned} y &= a x + b \\ z &= \alpha x + \beta \end{aligned}\right\},$$

quantitate ejus ceterum per k designatâ, ipsasque x, y, z diminuente positâ.

Quibus positis, si *liberum* omnino statuatur corpus vi k impulsum, perspicuum est haberi

$$l = \frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$m = \frac{a k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$n = \frac{\alpha k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$p = \frac{(\gamma\beta - \alpha b) k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$q = \frac{-\beta k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$r = \frac{b k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}.$$

His que valoribus in (2) substitutis, sumtisque ad simpliciores reddendas formulas pro axibus $\tau\omega\nu$ x, y, z centri corporis inertiae axibus principalibus, unde fiet

$$\mathrm{S}x d\mu = 0, \quad \mathrm{S}y d\mu = 0, \quad \mathrm{S}z d\mu = 0,$$
$$\mathrm{S}xy d\mu = 0, \quad \mathrm{S}xz d\mu = 0, \quad \mathrm{S}yz d\mu = 0;$$

sequentem induent formam ipsae (2) simplicissimam:

$$\frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + \varepsilon\mu = 0$$

$$\frac{a k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + \Phi\mu = 0$$

$$\frac{\alpha k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + \gamma\mu = 0$$

$$\frac{(\alpha\beta - \alpha b)\,k}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \alpha^2}} - e\,S(y^2 + z^2)\,d\mu = 0$$

$$\frac{-\beta k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - f\,S(x^2 + z^2)\,d\mu = 0$$

$$\frac{b\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - g\,S(x^2 + y^2)\,\partial\mu = 0,$$

quibus jam aequationibus omnes sex ε, Φ, γ, e, f, g, hinc que totus corporis motus impulsioni k debitus facillime innotescunt.

Ponendo scilicet brevitatis ergo

$$S(y^2 + z^2)\,d\mu = \zeta$$
$$S(x^2 + z^2)\,d\mu = \eta$$
$$S(x^2 + y^2)\,d\mu = \theta,$$

ubi igitur ζ, η, θ *momenta* sunt *inertiae* axium corporis principalium per centrum inertiae transeuntium, prodibunt:

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon &= -\frac{k}{\mu\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \\
\Phi &= -\frac{a\,k}{\mu\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \\
\gamma &= -\frac{\alpha\,k}{\mu\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \\
e &= \frac{(\alpha\beta - \alpha b)\,k}{\zeta\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \\
f &= -\frac{\beta\,k}{\eta\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \\
g &= \frac{b\,k}{\theta\,.\,\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}
\end{aligned}\right\} \quad (3).$$

Ad casus vero quod attinet, quando *non est liberum* corpus percussione k inflictum, quandoquidem hi infinitis modis variare possunt, eorum tantum unum vel alterum frequentius occurrentem exemplorum loco considerabimus, unde ad alios quoscumque enodandos eadem sequendo vestigia facilis ut speramus aditus patebit.

Posito igitur primum puncto quodam determinato corporis omnino fixo, simplicitalis caussa pro axibus $\tau\omega\nu$ x, y, z accipiantur puncti istius fixi axes principales; sicque fient

$$l = l' + \frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$m = m' + \frac{a\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$n = n' + \frac{a\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$p = \frac{(a\beta - \alpha b)\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$q = \frac{-\beta\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$r = \frac{b\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$\mathrm{S}xyd\mu = 0, \quad \mathrm{S}xzd\mu = 0, \quad \mathrm{S}yzd\mu = 0$$

$$\varepsilon = 0, \quad \Phi = 0, \quad \gamma = 0,$$

positis nimirum l', m', n' impulsionibus ignotis, secundum axes $\tau\omega\nu$ x, y, z agentibus, quibus, ob reactionem puncti immobilis contra impulsionem memoratam k, in hoc ipso puncto urgetur corpus: unde $-l'$, $-m'$, $-n'$ respective verae sunt vires, quas in iisdem directionibus ex percussione k punctum patitur immobile.

Dicantur brevitatis gratia

$$\mathrm{S}xd\mu = \pi\mu, \quad \mathrm{S}yd\mu = \varrho\mu, \quad \mathrm{S}zd\mu = \sigma\mu, \quad \mathrm{S}(y^2 + z^2)\,d\mu = \zeta,$$
$$\mathrm{S}(x^2 + z^2)\,d\mu = \eta, \quad \mathrm{S}(x^2 + y^2)\,d\mu = \theta,$$

ubi π, ϱ, σ coordinatae sunt centri corporis inertiae; ipsaeque igitur (2) in has transibunt:

$$\left.\begin{aligned}
&l' + \frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + (f\sigma - g\varrho)\,\mu = 0\\
&m' + \frac{a\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + (g\pi - e\sigma)\,\mu = 0\\
&n' + \frac{\alpha\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + (e\varrho - f\pi)\,\mu = 0\\
&\frac{(a\beta - \alpha b)\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - e\,.\,\zeta = 0\\
&\frac{-\beta\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - f\,.\,\eta = 0\\
&\frac{b\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - g\,.\,\theta = 0
\end{aligned}\right\} \ldots (4),$$

quibus tam motus corporis rotatorii circa punctum fixum e, f, g, quam percussiones hoc punctum urgentes $-l'$, $-m'$, $-n'$ facile dabuntur.

Ponamus vero jam rectam quamdam fixam ipsum corpus quasi transfigere, hocque tam circa illam revolvere, quam secundum ejus longitudinem delabi, posse. Sumatur hoc in casu axis ille fixus pro axe ipsius z, origine $\tau\varsigma$ z, nec non axibus $\tau\omega\nu$ x, y pro arbitrio acceptis; patetque esse

$$l = l' + l'' + \frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$m = m' + m'' + \frac{a\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$n = \frac{\alpha\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$p = m''.c + \frac{(a\beta - \alpha b)\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$q = -l''.c - \frac{\beta\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$r = \frac{b\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$\varepsilon = 0, \quad \Phi = 0, \quad e = 0, \quad f = 0,$$

existentibus scilicet $-l'$, $-m'$, et $-l''$, $-m''$ impulsionibus ignotis secundum axes $\tau\omega\nu$ x, y respective agentibus in puncta axeos fixi, quorum coordinatae sunt 0, 0, 0 et 0, 0, c. Quibus quidem valoribus in (2) substitutis, in sequentes has mutabuntur:

$$\left.\begin{aligned}
&l' + l'' + \frac{k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - g\,\mathrm{S}y d\mu = 0\\
&m' + m'' + \frac{a\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + g\,\mathrm{S}x d\mu = 0\\
&\frac{\alpha\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + \gamma\,\mu = 0\\
&m''c + \frac{(c\beta - \alpha b)\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - \gamma\,\mathrm{S}y d\mu + g\,\mathrm{S}xz d\mu = 0\\
&-l''c - \frac{\beta\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} + \gamma\,\mathrm{S}x d\mu + g\,\mathrm{S}yz d\mu = 0\\
&\frac{b\,k}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} - g\,.\,\mathrm{S}(x^2 + y^2)\,d\mu = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (5),$$

unde omnes $-l'$, $-m'$, $-l''$. $-m''$, γ, g determinatas plene perspicimus.

Quod si secundum longitudinem axeos fixi progredi non posset corpus, quod locum haberet si fixum quoddam poneretur ejus punctum in axe fixo sive duo fixa statuerentur corporis puncta, allatae nuperrime aequationes alià non mutarentur ratione, quam quod ubique jam poneretur $\gamma = 0$, nec non esset

$$n = n' + \frac{\alpha k}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \alpha^2}},$$

ubi $-n'$ vis est axem fixum secundum longitudinem suam urgens; unde aequationum (5) tertia in

$$n' + \frac{\alpha k}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \alpha^2}} = 0$$

transiret: ceterum vero eaedem omnino manerent allatae omnes aequationes.

Quae hactenus proposita sunt ad determinationem motûs duorum corporum liberorum vel non liberorum in unico puncto quomodocumque sese percutientium, optime sunt accommodata, neque alia hoc in negotio superest difficultas quam investigatio quantitatis supra saepissime occurrentis k. Quam quidem quo perficere liceat, punctum quoddam in superficie corporis situm impulsione k immediate accipere ponamus, nec non directionem hujus impulsionis aequationibus

$$\left.\begin{aligned} y &= \alpha x + b \\ z &= \alpha x + \beta \end{aligned}\right\}$$

definitam superficiei corporis hoc in puncto esse normalem. Quaerenda igitur ante omnia est puncti memorati percussionem directe accipientis celeritas secundam directionem impulsionis ipsi debita huic percussioni, quam si in genere per ε, Φ, γ, e, f, g expresserimus, aequationum supra allatarum ope ad functionem ipsius k pro utroque corporum collidentium reduci eadem facile poterit, unde dein, observando quod ob actionis reactionisque aequalitatem ipsa k eadem pro utroque assumenda est corpore, nec non, quod post percussio-

nem aequales habebunt celeritates in directione impulsionis puncta cotactûs corporum non-elasticorum, pro corporibus hujus generis, hincque etiam pro corporibus quomodocumque elasticis, ad determinationem ipsius k facile perveniemus, sicque mutationes motûs utriusque corporis collisione debitae denique eruentur.

Quae omnia ut calculo jam exsequamur, observari primum convenit esse cosinum anguli, inter lineas aequationibus

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}\dot{y} - \dot{y}\dot{x} &= 0 \\ \dot{x}\dot{z} - \dot{z}\dot{x} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ et } \left.\begin{aligned} y &= ax + b \\ z &= ax + \beta \end{aligned}\right\}$$

definitas contenti,

$$= \frac{\dot{x} + a\dot{y} + a\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \cdot \sqrt{1 + a^2 + a^2}};$$

unde puncti cujusvis in directione impulsionis siti celeritas absoluta $\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ percussioni k debita, ad eamdem impulsionis directionem reducta statim prodit

$$= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \cdot \frac{\dot{x} + a\dot{y} + a\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \cdot \sqrt{1 + a^2 + a^2}}$$

$$= \frac{\dot{x} + a\dot{y} + a\dot{z}}{\sqrt{1 + a^2 + a^2}}$$

$$= \frac{\varepsilon - gy + fz + a(\Phi + gx - ez) + \alpha(\gamma - fx + ey)}{\sqrt{1 + a^2 + a^2}}$$

$$= \frac{\varepsilon - g(ax + b) + f(ax + \beta) + a(\Phi + gx - e(ax + \beta)) + \alpha(\gamma - fx + e(ax + b))}{\sqrt{1 + a^2 + a^2}}$$

$$= \frac{\varepsilon + a\Phi + \alpha\gamma + (ab - a\beta)e + \beta f - bg}{\sqrt{1 + a^2 + a^2}}$$

$$= h.$$

Ponatur jam brevitatis ergo pro uno corporum collidentium ope aequationum (3), (4) vel (5), secundum statum ejus liberum vel non liberum, inventum esse

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \cdot k, \quad \Phi = \Phi_1 \cdot k, \quad \gamma = \gamma_1 \cdot k$$
$$e = e_1 \cdot k, \quad f = f_1 \cdot k, \quad g = g_1 \cdot k,$$

ubi ε_I, Φ_I, γ_I, e_I, f_I, g_I cognitae igitur sunt quantitates ex a, b, α, β, et naturâ corporis pendentes; erit utique

$$h = \frac{\varepsilon_I + a\Phi_I + \alpha\gamma_I + (ab - \alpha\beta)\, e_I + \beta f_I - b g_I}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}} \cdot k$$
$$= \delta \cdot k,$$

ubi δ igitur nota est quantitas.

Positis vero jam ejusdem corporis celeritatibus progressivis atque rotatoriis ante psrcussionem (quae datae ponuntur) $= \varepsilon'$, Φ, γ', e', f', g', post percussionem autem $= \varepsilon''$, Φ'', γ'', e'', f'', g'', quae hactenus consideratis ε, Φ, γ, e, f, g (mutationibus scilicet percussioni debitis) omnino sint analogae, erit quidem

$$\varepsilon'' = \varepsilon' + \varepsilon, \quad \Phi'' = \Phi' + \Phi, \quad \gamma'' = \gamma' + \gamma,$$
$$e'' = e' + e, \quad f'' = f' + f, \quad g'' = g' + g;$$

hincque, si ponantur respective h', h'' celeritates puncti percussionem accipientis in directione impulsionis *ante* et *post* percussionem, fiet per praecedentia

$$h' = \frac{\dot{x}' + a\dot{y}' + \alpha\dot{z}'}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$
$$= \frac{\varepsilon' + a\Phi' + \alpha\gamma' + (ab - \alpha\beta)\, e' + \beta f' - b g'}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$

$$h'' = \frac{\dot{x}'' + a\dot{y}'' + \alpha\dot{z}''}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$
$$= \frac{\varepsilon'' + a\Phi'' + \alpha\gamma'' + (ab - \alpha\beta)\, e'' + \beta f'' - b g''}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$
$$= \frac{\varepsilon' + \varepsilon + a(\Phi' + \Phi) + \alpha(\gamma' + \gamma) + (ab - \alpha\beta)(e' + e) + \beta(f' + f) - b(g' + g)}{\sqrt{1 + a^2 + \alpha^2}}$$
$$= h' + h$$
$$= h' + \delta \cdot k,$$

Eodem ratiocinio pro altero corporum collidentium prodit

$$^1h'' = {}^1h' + {}^1\delta \cdot k,$$

ubi $^1h''$, $^1h'$, $^1\delta$ ipsis h'', h', δ omnino sunt analogae, k vero eadem pro utroque corpore.

Erit igitur, si non-elastica ponantur corpora, $h'' + {}^1h'' = 0$, hoc est

$$h' + \delta \,.\, k + {}^1h' + {}^1\delta \,.\, k = 0\,,$$

unde igitur

$$k = -\frac{b' + {}^1b'}{\delta + {}^1\delta}\,,$$

ubi h', ${}^1h'$, δ, ${}^1\delta$ datae sunt quantitates, sicque k omnino determinata est.

Hinc in genere motus post percussionem corporis primi

$$\varepsilon'' = \varepsilon' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, \varepsilon_{\mathrm{I}}$$

$$\Phi'' = \Phi' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, \Phi_{\mathrm{I}}$$

$$\gamma'' = \gamma' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, \gamma_{\mathrm{I}}$$

$$e'' = e' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, e_{\mathrm{I}}$$

$$f'' = f' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, f_{\mathrm{I}}$$

$$g'' = g' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, g_{\mathrm{I}}\,,$$

nec non motus post percussionem corporis secundi

$${}^{\mathrm{I}}\varepsilon'' = {}^{\mathrm{I}}\varepsilon' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}\varepsilon_{\mathrm{I}}$$

$${}^{\mathrm{I}}\Phi'' = {}^{\mathrm{I}}\Phi' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}\Phi_{\mathrm{I}}$$

$${}^{\mathrm{I}}\gamma'' = {}^{\mathrm{I}}\gamma' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}\gamma_{\mathrm{I}}$$

$${}^{\mathrm{I}}e'' = {}^{\mathrm{I}}e' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}e_{\mathrm{I}}$$

$${}^{\mathrm{I}}f'' = {}^{\mathrm{I}}f' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}f_{\mathrm{I}}$$

$${}^{\mathrm{I}}g'' = {}^{\mathrm{I}}g' - \frac{(1+\lambda)(b' + {}^1b')}{\delta + {}^1\delta} \,.\, {}^{\mathrm{I}}g_{\mathrm{I}}$$

existente nimirum λ indice elasticitatis corporum, scilicet

$\lambda = 0$ pro corporibus nullae elasticitatis

$\lambda > 0 < 1$ pro corporibus elasticitatis mediae

$\lambda = 1$ pro corporibus elasticitatis perfectae.

Haec quidem resultata sunt quae hac in materie eruere valuimus maxime universalia. Casus latissime patens, quem in Commentarior. T. IX, pag. 50 et seqq. examinat perillustris *Eulerus* is est, ubi libera sunt ambo corpora se percutientia, nec non

$$e' = 0, \quad f' = 0, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 0$$
$$^{\mathrm{I}}e' = 0; \quad ^{\mathrm{I}}f' = 0, \quad ^{\mathrm{I}}\alpha = 0, \quad ^{\mathrm{I}}\beta = 0.$$

Prodeunt per theoriam praecedentem hoc in casu

$$\varepsilon_{\mathrm{I}} = -\frac{1}{\mu\sqrt{1+a^2}} = -\frac{\cos.\bar{x}}{\mu}, \quad ^{\mathrm{I}}\varepsilon_{\mathrm{I}} = -\frac{\cos.{}^{\mathrm{I}}\bar{x}}{^{\mathrm{I}}\mu}$$
$$\Phi_{\mathrm{I}} = -\frac{a}{\mu\sqrt{1+a^2}} = -\frac{\cos.\bar{y}}{\mu}, \quad ^{\mathrm{I}}\Phi_{\mathrm{I}} = -\frac{\cos.{}^{\mathrm{I}}\bar{y}}{^{\mathrm{I}}\mu}$$
$$\gamma_{\mathrm{I}} = 0, \qquad ^{\mathrm{I}}\gamma_{\mathrm{I}} = 0$$
$$e_{\mathrm{I}} = 0, \qquad ^{\mathrm{I}}e_{\mathrm{I}} = 0$$
$$f_{\mathrm{I}} = 0, \qquad ^{\mathrm{I}}f_{\mathrm{I}} = 0$$
$$g_{\mathrm{I}} = \frac{b}{\theta\cdot\sqrt{1+a^2}} = \frac{s}{\theta}, \qquad ^{\mathrm{I}}g_{\mathrm{I}} = \frac{^{\mathrm{I}}s}{^{\mathrm{I}}\theta},$$

si ponantur scilicet brevitatis ergo $\bar{x}$, $\bar{y}$ et $^{\mathrm{I}}\bar{x}$, $^{\mathrm{I}}\bar{y}$ anguli, quos cum axibus ipsarum x, y in utroque corpore constituit directio impulsionis, nec non statuantur s, $^{\mathrm{I}}s$ distantiae ejusdem directionis perpendiculares a centris inertiae corporis utriusque.

Erit igitur

$$\delta = -\left(\frac{1}{\mu} + \frac{s^2}{\theta}\right), \quad ^{\mathrm{I}}\delta = -\left(\frac{1}{^{\mathrm{I}}\mu} + \frac{^{\mathrm{I}}s^2}{^{\mathrm{I}}\theta}\right),$$

hincque

$$k = \frac{h' + {}^{\mathrm{I}}h'}{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{^{\mathrm{I}}\mu} + \frac{s^2}{\theta} + \frac{^{\mathrm{I}}s^2}{^{\mathrm{I}}\theta}};$$

unde hoc in casu prodeunt denique formulae satis simplices

$$\varepsilon'' = \varepsilon' - \frac{(1+\lambda)(h' + {}^{\mathrm{I}}h')\cos.\bar{x}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{^{\mathrm{I}}\mu} + \frac{s^2}{\theta} + \frac{^{\mathrm{I}}s^2}{^{\mathrm{I}}\theta}\right)\mu},$$

$$\Phi'' = \Phi' - \frac{(1+\lambda)(h' - {}^{1}h')\cos.\bar{y}}{\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{{}^{1}\mu}+\frac{s^2}{\theta}+\frac{{}^{1}s^2}{{}^{1}\theta}\right)\mu},$$

$$\gamma'' = \gamma'$$
$$e'' = 0$$
$$f'' = 0$$

$$g'' = g' + \frac{(1+\lambda)(h' + {}^{1}h')\,s}{\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{{}^{1}\mu}+\frac{s^2}{\theta}+\frac{{}^{1}s^2}{{}^{1}\theta}\right)\theta},$$

$${}^{1}\varepsilon'' = {}^{1}\varepsilon' - \frac{(1+\lambda)(h' + {}^{1}h')\cos.{}^{1}\bar{x}}{\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{{}^{1}\mu}+\frac{s^2}{\theta}+\frac{{}^{1}s^2}{{}^{1}\theta}\right){}^{1}\mu}$$

$${}^{1}\Phi'' = {}^{1}\Phi' - \frac{(1+\lambda)(h' + {}^{1}h')\cos.{}^{1}y}{\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{{}^{1}\mu}+\frac{s^2}{\theta}+\frac{{}^{1}s^2}{{}^{1}\theta}\right){}^{1}\mu},$$

$${}^{1}\gamma'' = {}^{1}\gamma'$$
$${}^{1}e'' = 0$$
$${}^{1}f'' = 0$$

$${}^{1}g'' = {}^{1}g' + \frac{(1+\lambda)(h' + {}^{1}h')\,{}^{1}s}{\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{{}^{1}\mu}+\frac{s^2}{\theta}+\frac{{}^{1}s^2}{{}^{1}\theta}\right){}^{1}\theta},$$

quae iis quas loc. cit. attulit *Eulerus* optime consentiunt.

Casum adhuc generalem considerare juvat quo per centra inertiae duorum corporum liberorum transire ponitur impulsio mutua, ubi perspicuum est haberi

$$b = 0, \quad \beta = 0, \quad {}^{1}b = 0, \quad {}^{1}\beta = 0.$$

Erunt jam

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{\mu\sqrt{1+a^2+\alpha^2}} = -\frac{\cos.\bar{x}}{\mu}, \quad {}^{1}\varepsilon_1 = -\frac{\cos.{}^{1}\bar{x}}{{}^{1}\mu}$$

$$\Phi_1 = -\frac{a}{\mu\sqrt{1+a^2+\alpha^2}} = -\frac{\cos.\bar{y}}{\mu}, \quad {}^{1}\Phi_1 = -\frac{\cos.{}^{1}\bar{y}}{{}^{1}\mu}$$

$$\gamma_1 = -\frac{\alpha}{\mu\sqrt{1+a^2+\alpha^2}} = -\frac{\cos.\bar{z}}{\mu}, \quad {}^{1}\gamma_1 = -\frac{\cos.{}^{1}\bar{z}}{{}^{1}\mu}$$

$$e_{\text{I}} = 0\,, \qquad {}^{\text{I}}e_{\text{I}} = 0$$
$$f_{\text{I}} = 0\,, \qquad {}^{\text{I}}f_{\text{I}} = 0$$
$$g_{\text{I}} = 0\,, \qquad {}^{\text{I}}g_{\text{I}} = 0\,,$$

positis scilicet, uti nuper, $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, et ${}^{\text{I}}\bar{x}$, ${}^{\text{I}}\bar{y}$, ${}^{\text{I}}\bar{z}$ angulis, quos cum axibus τωv x, y, z in utroque corpore constituit directio impulsionis; hinc porro

$$\delta = -\frac{1}{\mu}\,, \quad {}^{\text{I}}\delta = -\frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\,,$$

atque

$$k = \frac{h' + {}^{\text{I}}h'}{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}}\,.$$

Habentur igitur jam

$$\varepsilon'' = \varepsilon' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos.\bar{x}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right)\mu}$$

$$\Phi'' = \Phi' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos.\bar{y}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right)\mu}$$

$$\gamma'' = \gamma' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos.\bar{z}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right)\mu}$$

$$e'' = e'$$
$$f'' = f'$$
$$g'' = g'$$

$${}^{\text{I}}\varepsilon'' = {}^{\text{I}}\varepsilon' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos.{}^{\text{I}}\bar{x}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right){}^{\text{I}}\mu}$$

$${}^{\text{I}}\Phi'' = {}^{\text{I}}\Phi' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos.{}^{\text{I}}\bar{y}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right){}^{\text{I}}\mu}$$

$${}^{\text{I}}\gamma'' = {}^{\text{I}}\gamma' - \frac{(1+\lambda)\,(h' + {}^{\text{I}}h')\cos{}^{\text{I}}\bar{z}}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{{}^{\text{I}}\mu}\right){}^{\text{I}}\mu}$$

$$^1e'' = {}^1e'$$
$$^1f'' = {}^1f'$$
$$^1g'' = {}^1g'$$

unde videtur hoc in casu motus rotatorios amborum corporum nullam ex collisione mutationem pati.

Applicationibus quibusdam ad casus corporum non liberorum instituendis heic non immorabimur, cum tractationem exemplorum quorumcumque specialium quae hactenus allata sunt abunde illustrasse videantur.

Quod si autem ambo hucusque considerata corpora tertii cujusdam, indice (^{2}) notati, idem percutere punctum statuantur erit quidem

$$h'' = h' - \frac{b' + {}^2b'}{\delta + {}^2\delta} \cdot \delta, \quad {}^1h'' = {}^1h' - \frac{{}^1b' + {}^2b'}{{}^1\delta + {}^2\delta} \cdot {}^1\delta;$$

unde, si fiant $h' = {}^1h'$, $h'' = {}^1h''$, prodire patet

$$\delta = {}^1\delta.$$

Assumto vero jam corpore (^{1}) omnino libero, nec non $^1b = 0$, $^1\beta = 0$ (unde directio impulsionis per ejus centrum inertiae transiens ponitur), erit

$$^1\delta = \frac{^1\varepsilon_1 + {}^2a\,{}^1\Phi_1 + {}^1\alpha\,{}^1\gamma_1}{\sqrt{1 + {}^1a^2 + {}^1\alpha^2}} = -\frac{1}{^1\mu},$$

sicque

$$\delta = {}^1\delta = -\frac{1}{^1\mu},$$

adeoque

$$^1\mu = -\frac{1}{\delta}:$$

qua ex acquatione sequitur, quod probe observandum est, quantitatem datam $-\frac{1}{\delta}$ massam definire simpliciter, quacum, sive liberum sit sive non liberum corpus quodcunque non-elasticum, punctum in ejus superficie datum obstaculum quodvis impellere censendum erit.

Observasse quoque operae est pretium, esse per praecedentia;

$$(\varepsilon''^2 + \Phi''^2 + \gamma''^2)\,\mu + e''^2 \cdot \zeta + f''^2 \cdot \eta + g''^2 \cdot \theta +$$
$$({}^{\mathrm{I}}\varepsilon''^2 + {}^{\mathrm{I}}\Phi''^2 + {}^{\mathrm{I}}\gamma''^2)\,{}^{\mathrm{I}}\mu + {}^{\mathrm{I}}e''^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\zeta + {}^{\mathrm{I}}f''^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\eta + {}^{\mathrm{I}}g''^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\theta$$
$$= (\varepsilon'^2 + \Phi'^2 + \gamma'^2)\,\mu + e'^2 \cdot \zeta + f'^2 \cdot \eta + g'^2 \cdot \theta +$$
$$({}^{\mathrm{I}}\varepsilon'^2 + {}^{\mathrm{I}}\Phi'^2 + {}^{\mathrm{I}}\gamma'^2)\,{}^{\mathrm{I}}\mu + {}^{\mathrm{I}}e'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\zeta + {}^{\mathrm{I}}f'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\eta + {}^{\mathrm{I}}g'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\theta$$
$$- \frac{2(1+\lambda)(b' + {}^{\mathrm{I}}b')}{\delta + {}^{\mathrm{I}}\delta} \cdot [(\varepsilon' \cdot \varepsilon_{\mathrm{I}} + \Phi' \cdot \Phi_{\mathrm{I}} + \gamma' \cdot \gamma_{\mathrm{I}})\,\mu +$$
$$e' \cdot e_{\mathrm{I}} \cdot \zeta + f' \cdot f_{\mathrm{I}} \cdot \eta + g' \cdot g_{\mathrm{I}} \cdot \theta + ({}^{\mathrm{I}}\varepsilon' \cdot {}^{\mathrm{I}}\varepsilon_{\mathrm{I}} + {}^{\mathrm{I}}\Phi' \cdot {}^{\mathrm{I}}\Phi_{\mathrm{I}} + {}^{\mathrm{I}}\gamma' \cdot {}^{\mathrm{I}}\gamma_{\mathrm{I}}) \cdot {}^{\mathrm{I}}\mu$$
$$+ {}^{\mathrm{I}}e' \cdot {}^{\mathrm{I}}e_{\mathrm{I}} \cdot {}^{\mathrm{I}}\zeta + {}^{\mathrm{I}}f' \cdot {}^{\mathrm{I}}f_{\mathrm{I}} \cdot {}^{\mathrm{I}}\eta + {}^{\mathrm{I}}g' \cdot {}^{\mathrm{I}}g_{\mathrm{I}} \cdot {}^{\mathrm{I}}\theta]$$
$$+ \frac{(1+\lambda)^2 (b' + {}^{\mathrm{I}}b')^2}{(\delta + {}^{\mathrm{I}}\delta)^2} \cdot ((\varepsilon_{\mathrm{I}}^2 + \Phi_{\mathrm{I}}^2 + \gamma_{\mathrm{I}}^2)\,\mu + e_{\mathrm{I}}^2 \zeta + f_{\mathrm{I}}^2 \eta$$
$$+ g_{\mathrm{I}}^2 \theta + ({}^{\mathrm{I}}\varepsilon_{\mathrm{I}}^2 + {}^{\mathrm{I}}\Phi_{\mathrm{I}}^2 + {}^{\mathrm{I}}\gamma_{\mathrm{I}}^2)\,{}^{\mathrm{I}}\mu + {}^{\mathrm{I}}e_{\mathrm{I}}^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\zeta + {}^{\mathrm{I}}f_{\mathrm{I}}^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\eta + {}^{\mathrm{I}}g_{\mathrm{I}}^2 \cdot \theta)$$
$$= (\varepsilon'^2 + \Phi'^2 + \gamma'^2) \cdot \mu + e'^2 \cdot \zeta + f'^2 \cdot \eta + g'^2 \cdot \theta +$$
$$({}^{\mathrm{I}}\varepsilon'^2 + {}^{\mathrm{I}}\Phi'^2 + {}^{\mathrm{I}}\gamma'^2) \cdot {}^{\mathrm{I}}\mu + {}^{\mathrm{I}}e'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\zeta + {}^{\mathrm{I}}f'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\eta + {}^{\mathrm{I}}g'^2 \cdot {}^{\mathrm{I}}\theta,$$

si ponatur scil. $\lambda = 1$, id est, habeantur corpora perfecte elastica: qua igitur aequatione *conservationem virium vivarum* in collisione duorum corporum elasticorum in genere probatam deprehendimus.

Motus quod attinet cotinuationem utriusque corporis post concursum, per formulas quidem sequentes:

$$\mathrm{L} + \mathrm{S}\,\frac{d^2x}{dt^2} \cdot d\mu = 0$$
$$\mathrm{M} + \mathrm{S}\,\frac{d^2y}{dt^2} \cdot d\mu = 0$$
$$\mathrm{N} + \mathrm{S}\,\frac{d^2z}{dt^2} \cdot d\mu = 0$$
$$\mathrm{P} + \mathrm{S}\left(\frac{d^2y}{dt^2}\,z - \frac{d^2z}{dt^2}\,y\right) d\mu = 0$$
$$\mathrm{Q} + \mathrm{S}\left(\frac{d^2z}{dt^2}\,x - \frac{d^2x}{dt^2}\,z\right) d\mu = 0$$
$$\mathrm{R} + \mathrm{S}\left(\frac{d^2x}{dt^2}\,y - \frac{d^2y}{dt^2}\,x\right) d\mu = 0,$$

allatis supra p. 201 omnino analogas; facile haec investigabitur; eum aliüs vero generis haec sit quaestio, a theoria scilicet percussionum aliena, perque plures etiam copiose tractata sit Auctores, de ea ne verbum quidem hoc loco amplius perdere visum est.

LONGITUDE D'ORENBOURG

DÉTERMINÉE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCULTATION DE L'ÉTOILE 96. DU VERSEAU.

PAR

V. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 24 Janvier 1821.

J'ai observé à *Orenbourg* trois occultations d'étoiles, savoir :

1) Immersion de 96 ♒ au bord éclairé de la lune, le 6 Août 1811 à $14^h\,5'\,1'',68$ *tems moyen* ; quoique le tems n'était pas assez favorable, je crois cependant cette observation exacte à deux secondes près. L'émersion de cette étoile n'a pas été visible à cause des nuages.

2) Immersion de 44. ♈ au bord éclairé de la lune, le 9 Août 1811 à $13^h\,32'\,29'',8$ *t. m.*; un peu douteuse à cause de la petitesse de l'étoile. Émersion de la même étoile du bord obscur de la lune à $14^h\,41'\,0'',8$ *t. m.*; observation très exacte.

3) Immersion de 326. de la Baleine le même jour à $16^h\,32'\,34'',4$ *t. m.* Cette observation est douteuse parcequ'il faisoit deja grand jour.

Le tems de ces observations a été fort bien determiné, soit par des hauteurs correspondantes du soleil, soit par des hauteurs de α de la *Lyre*.

L'occultation de 96 ♒ a été observée aussi à *Vienne*, l'immersion à $10^h\,36\,38'',0$ et l'émersion à $11^h\,40\,31'',2$ *tems vrai*; et à

Kœnigsberg, l'immersion à $11^h7'41'',10$ et l'émersion à $12^h8'24'',90$ *tems vrai*. Ces observations correspondantes nous serviront pour la détermination de la longitude d'*Orenbourg*.

Comme il n'y a point d'observations correspondantes de deux autres occultations, nous nous bornerons ici seulement au calcul de l'occultation de 96 ♒. Nous trouvons pour cet effet la latitude apparente de cette étoile à l'époque de l'occultation $= 0° 41' 11'',86$ australe. Les autres résultats du calcul sont contenus dans les tableaux suivans ; par rapport aux quels nous avons à faire les mêmes remarques, que dans le mémoire précédent, sur la longitude de *Kherson*.

Observation faite à Orenbourg.

	Immersion
Tems moyen de l'observation	14h 5′ 1″,68
Longitude d'*Orenbourg*, supposée	3 31 4, 68
Longitude vraie } de la lune	346° 4 4, 90
Latitude vraie } de la lune	0 8 26, 38
Parallaxe équat. } de la lune	1 0 53, 55
Demi-diamètre } de la lune	0 16 35, 59
Latitude corrigée du lieu d'observat. à *Orenbourg*	51 34 42, 7
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 46, 25
Ascension droite } du zénith	345 48 20, 3
Longitude } du zénith	15 56 42, 3
Latitude } du zénith	51 12 7, 4
Parallaxe de longitude } de la lune	0 19 9, 05
Latitude apparente } de la lune	— 0 39 17, 73
Demi-diamètre apparent } de la lune	0 16 45, 16
S *n*	998, 73
S N	150, 32
m	2239, 70

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de 96≈≈, à *Orenbourg* :

$$\text{de l'Imm.} = 14^h 1' 0'',06 + 1,618\,ds - 0,184\,d\beta - 0,363\,d\pi \ldots [A]$$

Observations faites à Vienne.

	Immersion	Emersion
Tems vrai de l'observation	$10^h36'38'',00$	$11^h40'31'',20$
Tems moyen	10 42 12, 22	11 46 5, 13
Longitude de *Vienne* en tems	0 56 10, 20	0 56 10, 20
Longitude vraie (de la lune)	345°34 15, 89	346°14 0, 88
Latitude vraie (de la lune)	0 11 9, 63	0 7 31, 97
Parallaxe équat. (de la lune)	1 0 54, 37	1 0 53, 26
Demi-diamètre (de la lune)	0 16 35, 82	0 16 35, 52
Latitude corrigée de *Vienne*	48 1 30, 6	48 1 30, 6
Parallaxe horizont. de la lune	1 0 47, 80	1 0 46, 69
Ascension droite (du zénith)	295 4 0, 3	311 4 51, 4
Longitude (du zénith)	317 29 20, 7	339 15 14, 3
Latitude (du zénith)	67 23 38, 0	61 58 5, 8
Parallaxe de longitude (de la lune)	0 11 4, 01	0 3 29, 97
Latitude apparente (de la lune)	— 0 45 13, 85	— 0 46 29, 59
Demi-diamètre appar. (de la lune)	0 16 41, 74	0 16 43, 71
Sn	972, 15	952, 17
SN	1636, 16	742, 19
m	2240, 56	2239, 82

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de 96 ♒, à *Paris* :

de l'Imm. $= 10^h29'50'',91 + 1{,}656\,ds + 0{,}400\,d\beta - 0{,}079\,d\pi$ . . . [B]

— l'Ém. $= 10\ 30\ 2,\ 03 - 1{,}694\,ds - 0{,}536\,d\beta + 0{,}569\,d\pi$ . . . [C]

$0 = -11,\ 12 + 3{,}350\,ds + 0{,}936\,d\beta - 0{,}648\,d\pi$ . . . [a]

Observations faites à Kœnigsberg.

	Immersion	Émersion
Tems vrai de l'observation	11h 7′41″,10	12h 8′24″,90
Tems moyen	11 13 15, 25	12 13 58, 79
Longitude de *Kœnigsberg* en tems	1 12 37, 0	1 12 37, 0
Longitude vraie de la lune	345°43 21, 23	346°21 7, 97
Latitude vraie de la lune	0 10 19, 87	0 6 52, 98
Parallaxe équat. de la lune	1 0 54, 12	1 0 53, 07
Demi-diamètre de la lune	0 16 35, 75	0 16 35, 46
Latitude corrigée de *Kœnigsberg*	54 32 18, 2	54 32 18, 2
Parallaxe horizontale de la lune	1 0 46, 24	1 0 45, 19
Ascension droite du zénith	302 50 21, 8	318 3 44, 5
Longitude du zénith	338 40 1, 2	355 50 18, 5
Latitude du zénith	70 15 35, 8	64 21 38, 5
Parallaxe de longitude de la lune	0 2 32, 17	0 4 21, 92
Latitude apparente de la lune	— 0 47 8, 51	— 0 48 14, 76
Demi-diamètre appar. de la lune	0 16 41, 59	0 16 42, 93
S *n*	936, 02	909, 48
S N	1088, 19	1171, 40
m	2240, 05	2239, 35

Tems moyen de la conjonction vraie de la lune et de 96 ♒, à *Paris* :

de l'Imm. = $10^h 29' 47'',08 + 1,720\,ds + 0,612\,d\beta - 0,512\,d\pi$ . . . [D]

— l'Ém. = $10\ 29\ 58,64 - 1,773\,ds - 0,747\,d\beta + 0,563\,d\pi$ . . . [E]

$$\theta = -11,56 + 3,493\,ds + 1,359\,d\beta - 1,075\,d\pi \ldots [b]$$

Par la substitution de la quantité $0'',45 - 0,10\,d\pi$ pour ds, les équations de condition $[a]$ et $[b]$ se changent en :

$$0 = -9'',613 + 0,936\,d\beta - 0,983\,d\pi,$$
$$0 = -9,\ 989 + 1,359\,d\beta - 1,424\,d\pi;$$

d'où nous tirons

$$d\beta = 10'',27 + 1,023\,d\pi,$$
$$d\beta = 7,\ 35 + 1,048\,d\pi.$$

En prenant le milieu, nous aurons

$$d\beta = 8'',81 + 1,035\,d\pi.$$

Les conjonctions vraies de la lune et de 96 ≈, ci-dessus calculées, nous donnent pour la longitude d'*Orenbourg* les quantités suivantes :

$$[A] - [B] = 3^h31'\ 9'',15 - 0,038\,ds - 0,584\,d\beta - 0,284\,d\pi,$$
$$[A] - [C] = 3\ 30\ 58,\ 03 + 3,312\,ds + 0,352\,d\beta - 0,932\,d\pi,$$
$$[B] - [D] = 3\ 31\ 12,\ 98 - 0,102\,ds - 0,796\,d\beta + 0,149\,d\pi,$$
$$[A] - [E] = 3\ 31\ 1,\ 42 + 3,391\,ds + 0,563\,d\beta - 0,926\,d\pi;$$

en y substituant pour ds et $d\beta$ leurs valeurs, il vient

$$[A] - [B] = 3^h31'3'',99 - 0,884\,d\pi,$$
$$[A] - [C] = 3\ 31\ 2,\ 62 - 0,899\,d\pi,$$
$$[A] - [D] = 3\ 31\ 5,\ 92 - 0,685\,d\pi,$$
$$[A] - [E] = 3\ 31\ 7,\ 91 - 0,682\,d\pi.$$

Ainsi, en prenant le milieu, nous obtenons la longitude d'*Orenbourg*

$$= 3^h31'5'',11 - 0,787\,d\pi.$$

MÉMOIRE

SUR L'ÉTABLISSEMENT DES BASSINS D'ÉPARGNE DANS LES CANAUX DE NAVIGATION,

ET SUR LES MOYENS D'ÉCONOMISER UNE GRANDE PARTIE DE L'EAU QUI SE DÉPENSE ANNUELLEMENT AU CANAL DE LADOGA.

PAR

M^r. LE GÉNÉRAL-MAJOR DE *BAZAINE*.

Présenté à la Conférence le 8. Mars 1821.

Lorsque *Pierre le Grand* entreprit de creuser le canal de Ladoga, il avait formé le projet de lui donner une profondeur assez grande pour que ses eaux se trouvassent au même niveau que celles du lac. Plusieurs circonstances locales, parmi lesquelles on doit compter surtout la difficulté des déblais, et peut-être aussi le désir de jouir plutôt des bienfaits d'une aussi vaste entreprise, firent ensuite abandonner ce projet. On construisit des écluses à Nova-Ladoga et à Schlisselbourg; on établit sur tous les affluents du lac de Ladoga, qui traversaient le lit du canal, des retenues capables de servir en même temps de déversoirs et d'épanchoirs de fond. On maintint de cette manière le niveau du canal à quelques pieds au dessus du lac, et l'on entretint ce niveau à une hauteur convenable au moyen de réservoirs artificiels dont les eaux sont fournies chaque année par la fonte des neiges et les pluies de l'été. Quoiqu'on se soit efforcé d'augmenter le nombre et l'étendue de ces réservoirs en raison des accroissements de la navigation, cependant la quantité d'eau qu'on en tire est devenue aujourd'hui tellement insuffisante, que dans les temps de sécheresse, les barques arrêtées dans leur marche par les bas-fonds du canal, sont obligées de pren-

dre des allèges pour achever leur traversée. Ce défaut d'eau qui doit devenir de plus en plus sensible, à mesure que la population et le commerce de St. Pétersbourg recevront plus de développemens, est bien digne de fixer l'attention de tous ceux qui s'intéressent aux progrès de l'industrie et de la prospérité nationales.

Il existe plusieurs moyens d'atténuer et même de détruire un inconvénient aussi grave. Le plus efficace, à mon avis, consisterait à diminuer la dépense d'eau qui s'opère à l'entrée et surtout à la sortie du canal en construisant auprès des écluses, des bassins d'épargne destinés à recueillir et économiser une partie de l'eau employée pour le passage des barques. Cette idée qui s'est présentée à mon esprit, lorsque je m'occupais du projet de la reconstruction des écluses de Schlisselbourg, me parut d'abord d'une simplicité si grande, que je compris qu'elle ne devait pas être nouvelle. On la trouve en effet exposée dans deux articles d'un ouvrage anglais, publié sous le titre de *Répertoire des arts et manufactures* (*); mais elle y est développée d'une manière purement pratique, et sous un point de vue tout à fait particulier. On en pourra juger par l'extrait suivant de l'un de ces articles, que j'ai cru devoir offrir ici comme étant propre à servir de premier éclaircissement aux diverses questions que je me propose de traiter dans ce mémoire.

„ L'idée qu'on a conçue, dit l'auteur, d'épargner une cer-
„ taine proportion de l'eau dépensée communement par les écluses,
„ au moyen de bassins latéraux, n'est ni nouvelle, ni un secret.
„ On m'a même assuré qu'elle avait été souvent mise en pratique,
„ mais qu'on l'avait abandonnée à cause du temps que cette mé-
„ thode faisait perdre au passage des écluses; il est probable que

(*) The Repertory of arts and manufactures &c. Vol. I. 1794 pag. 376, et Vol. III. 1800, pag. 303.

„ cette objection serait écartée en grande partie en faisant usage „ de la construction suivante.

Tab. VII. „ A (fig. 1.) est la chambre de l'écluse; B est le bief d'a- „ mont, C le bief d'aval: D est une arche pratiquée dans la par- „ tie inférieure du bajoyer; E, F, sont des murs de séparation „ avec des ouvertures à leur partie supérieure qui communiquent „ avec les bassins latéraux P 1, P 2, P 3. Chacune de ces ouver- „ tures est munie de deux portes ou Vannes; celle de l'intérieur „ est pleine comme en G; l'extérieure a une partie vide et une „ partie pleine comme en H. Ces Vannes seront construites de „ manière à pouvoir être manœuvrées avec des leviers ou des „ cabestans.

„ Pour expliquer l'effet de ces bassins latéraux, je suppose- „ rai que la chûte de l'écluse soit de neuf pieds, et que la surface „ de chacun des bassins soit à celle de l'écluse comme 13 est à „ 2; que le fond du bassin P1 soit à 2 pieds $\frac{1}{2}$ au dessous de la „ surface de l'eau du bief supérieur; celui de P2, à 2 pieds 2 pou- „ ces au dessous de celui de P 1; et celui de P 3, à 2 pieds 2 „ pouces plus bas que celui de P 2. Il en résultera les effets „ suivants.

„ L'écluse étant remplie pour le passage d'un bateau, le bâ- „ teau entré, et la porte fermée, on ouvrira la Vanne intérieure 1. „ Alors une hauteur de 26 pouces d'eau se précipitera à travers „ la partie vide de la Vanne extérieure dans le bassin P1, où elle „ n'occupera que 4 pouces de hauteur, et sera retenue par la par- „ tie pleine de H. Les Vannes intérieures en 2 et 3 seront en- „ suite ouvertes immédiatement, et l'une après l'autre, avec un effet „ semblable. Après quoi ouvrant les ventelles des portes de sortie, „ le bateau passera dans le bief d'aval à la manière accoutumée, „ avec une perte de 2 pieds 6 pouces d'eau seulement. On fer-

„ mera alors l'écluse ; on ouvrira successivement les Vannes exté-
„ rieures des bassins, mais dans un ordre inverse 3, 2, 1. Par
„ ce moyen il rentrera 6 pieds 6 pouces d'eau dans le sas qui
„ pour se remplir n'exigera plus que 2 pieds 6 pouces du bief su-
„ périeur. On épargnera donc ainsi les $\frac{13}{18}$ de chaque éclusée, et
„ l'on n'en dépensera plus que les $\frac{5}{18}$.

„ Pour gagner du temps, il serait peut-être convenable d'employer
„ une construction plus simple quoique moins économique sous le
„ rapport de la dépense d'eau. On pourrait n'avoir qu'un seul bas-
„ sin dont la surface serait egale à quatre fois celle de l'écluse, et
„ dont le fond serait situé à 5 pieds au dessous du niveau du bief
„ supérieur. Il s'ensuivrait qu'en ouvrant la Vanne intérieure, un Vo-
„ lume d'eau de 4 pieds de hauteur s'écoulerait immédiatement de
„ l'écluse dans la bassin latéral, où il n'occuperait qu'un pied de
„ hauteur, et serait retenu par la partie pleine de la Vanne exté-
„ rieure. Après qu'on aurait fait passer le bateau à la manière
„ ordinaire, on n'aurait à prendre que 5 pieds d'eau du bief supé-
„ rieur. La perte de temps serait de peu de conséquence, et on
„ épargnerait les $\frac{4}{9}$ de chaque éclusée".

On voit que l'auteur de cet article n'a considéré que deux dispositions purement hypothétiques, sans donner aucune règle qu'on puisse appliquer à tous les cas, quelsque soient le rapport des surfaces et la hauteur de chûte. Il paraît même qu'il ne s'est point occupé de la recherche de cette règle, et qu'il n'a été conduit que par le tâtonnement aux dimensions et aux résultats qu'il indique. Je commencerai donc par résoudre dans sa plus grande généralité la question dont il n'a présenté qu'une solution particulière.

Soit ABCD (fig. 2) la coupe transversale de la chambre ou du sas d'une écluse dont le fond projeté en BC est rectangulaire. EF est le niveau du bief inférieur ; AD celui du bief supérieur. Tab. VIII.

Sur les côtés de cette écluse sont creusés dans une disposition quelconque des bassins de réserve dont les fonds placés à diverses distances au dessous du niveau AD, sont supposés rapportés sur le plan de la figure en GG, HH, II, LL, etc. J'appellerai :

h la différence de niveau entre les deux biefs, ou la hauteur du prisme d'eau nécessaire pour remplir l'écluse ,

$x, y, z \ldots\ldots s$ les distances verticales AG, GH, HI .. IL qui séparent les fonds des bassins ,

u la distance LE du fond du dernier bassin au plan de niveau du bief inférieur ,

$m, n, p \ldots\ldots r$ les rapports des aires des sections horizontales, ou des fonds des bassins latéraux avec l'aire de la chambre d'écluse, cette dernière étant ainsi prise pour unité.

Dès qu'on ouvrira la communication entre la chambre de l'écluse et le premier bassin, le niveau supérieur AD s'abaissera en Mm par exemple, et le prisme liquide Am passera tout entier dans le bassin GG. De même quand on ouvrira le second bassin, le niveau Mm s'abaissera en Nn, et le prisme fluide Mn se répandra dans le bassin HH, Ainsi de suite jusqu'au dernier bassin dans lequel l'eau s'élevera à la hauteur PL. Je nommerai :

$x', y', z' \ldots\ldots s'$ les hauteurs MG, NH, OI .... PL.

Le première équation du problème sera :

$$x + y + z + \ldots\ldots + u = h \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Le cas le plus favorable pour l'épargne de l'eau sera évidemment celui où la somme des quantités de fluide renfermées dans tous les bassins, sera capable de remplir la hauteur GE de la chambre d'écluse. Pour cela il est nécessaire que le volume fluide, contenu dans l'un quelconque d'entre eux, occupe exactement, dans le sas, la distance qui le sépare du bassin immédiatement inférieur; c'est-à-dire qu'il faut, par exemple, que le Volume fluide dont la base est LL,

et la hauteur LP, remplisse la portion LF de la chambre d'écluse, que le Volume dont la base est II, et la hauteur IO, remplisse la portion I*l*, et de même pour tous les autres.

Cette seconde condition donnera les équations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} y &= mx', \\ z &= ny'. \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ u &= rs'. \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2).$$

Cette même condition exige encore que la quantité de fluide A*g*, fournie à chaque éclusée par le bief supérieur, soit égale à la quantité PF, qui se perd dans le bief inférieur. On a donc aussi : $x = u + s'$, ou en mettant $\frac{u}{r}$ au lieu de s', $x = u + \frac{u}{r}$, d'où :

$$u = \frac{rx}{r+1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3).$$

Si l'on observe qu'après l'ouverture du premier bassin, le prisme fluide A*g* occupe dans ce bassin et dans le sas, la hauteur MG ou x', qu'après l'ouverture du second bassin le prisme fluide M*h* se répand dans ce second bassin et dans le sas, sur la hauteur NH ou y', et ainsi de suite, on obtiendra :

$$\left.\begin{aligned} x'\,(m+1) &= x, \\ y'\,(n+1) &= x' + y, \\ z'\,(p+1) &= y' + z; \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (4),$$

etc.

C'est dans l'ensemble des équations (1), (2), (3), (4), que consiste l'expression de toutes les conditions du problème.

On déduit des dernières :

$$x' = \frac{x}{m+1},$$

$$y' = \frac{x'+y}{n+1} = \frac{x + y\,(m+1)}{(m+1)\,(n+1)},$$

$$z' = \frac{y'+z}{p+1} = \frac{x + y\,(m+1) + z\,(m+1)\,(n+1)}{(m+1)\,(n+1)\,(p+1)},$$

etc.

Substituant ces valeurs et celle de u, que donne l'équation (3), dans les équations (2), il vient :

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{mx}{m+1}, \\ z &= \frac{nx}{n+y}, \\ &\text{etc.} \\ u &= \frac{rx}{r+1}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Ces résultats introduits dans l'équation (1), donnent :

$$x + x\left(\frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \text{etc.} \ldots\ldots + \frac{r}{r+1}\right) = h \ldots\ldots (6).$$

d'où :

$$x = \frac{h}{1 + \frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \ldots\ldots + \frac{r}{r+1}} \ldots\ldots (7).$$

Au moyen de cette dernière équation, on pourra déterminer la hauteur x du prisme d'eau dépensé, et conséquemment l'économie qui aura lieu, quand le nombre et la grandeur des bassins d'épargne seront donnés, et réciproquement.

Supposons pour faire une application particulière, qu'on se propose d'économiser les $\frac{4}{5}$ de chaque éclusée ; x deviendra égale à $\frac{1}{5}\,h$, et l'on aura :

$$\frac{1}{5}h = \frac{h}{1 + \frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \ldots + \frac{r+1}{r}}.$$

De là on déduira :

$$\frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \ldots\ldots + \frac{r}{r+1} = 4.$$

On voit d'abord que pour satisfaire à cette relation, on devra prendre cinq fractions et par conséquent employer cinq bassins d'épargne ou réservoirs.

Comme on n'a pour déterminer les dimensions de ces cinq réservoirs, que la seule équation :

$$\frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \frac{p}{p+1} + \frac{q}{q+1} + \frac{r}{r+1} = 4, \quad \ldots \quad (8),$$

on pourra résoudre la question d'une infinité de manières. La plus naturelle consistera à adopter pour les premières fractions les rapports les plus simples, à supposer par exemple : $\frac{m}{m+1} = \frac{1}{2}$, il restera :

$$\frac{n}{n+1} + \frac{p}{p+1} + \frac{q}{q+1} + \frac{r}{r+1} = 3\frac{1}{2};$$

le fraction $\frac{n}{n+1}$ devant être plus grande que $\frac{1}{2}$, on la supposera égale à $\frac{3}{4}$; il viendra ainsi :

$$\frac{p}{p+1} + \frac{q}{q+1} + \frac{r}{r+1} = 2\frac{3}{4};$$

la fraction $\frac{p}{p+1}$ devant être supérieure à $\frac{3}{4}$, on la fera égale à $\frac{7}{8}$, et l'on aura ;

$$\frac{q}{q+1} + \frac{r}{r+1} = 1\frac{7}{8}.$$

Faisant $\frac{q}{q+1} = \frac{11}{12}$, on trouvera enfin : $\frac{r}{r+1} = \frac{23}{24}$.

On obtiendra donc pour les surfaces des cinq bassins qui devront épargner les $\frac{4}{5}$ de l'eau dépensée :

$$m = 1, \quad n = 3, \quad p = 7, \quad q = 11, \quad r = 23,$$

et pour les distances verticales qui doivent les séparer :

$$y = \frac{1}{10}h, \quad z = \frac{3}{25}h, \quad t = \frac{7}{40}h, \quad s = \frac{11}{60}h, \quad u = \frac{23}{120}h.$$

La question se simplifierait singulièrement si l'on convenait de donner aux cinq bassins des dimensions égales, car alors on aurait au lieu de l'équation (8) :

$$\frac{5m}{m+1} = 4,$$

d'où l'on conclurait que $m = 4$; et l'on trouverait pour la distance verticale commune, qui devrait exister entre les fonds des bassins : $y = \frac{4}{25}h$.

La valeur générale de x, qui exprime dans tous les cas la hauteur du prisme d'eau dépensé, fait voir que si l'on divise les deux termes de la fraction qui la représente par le numérateur, le nombre d'unités entières du dénominateur sera égal au nombre de bassins d'épargne que l'on devra construire. Supposons par exemple, pour revenir à l'article que nous avons cité, qu'on ait en vue d'économiser les $\frac{13}{18}$ de l'eau qui remplit l'écluse ; x deviendra égale à $\frac{5}{18}h$, et l'on aura :

$$\frac{5}{18}h = \frac{h}{1 + \frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \ldots + \frac{r}{r+1}},$$

$$\text{ou } \frac{1}{3\frac{3}{5}} = \frac{1}{1 + \frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \ldots + \frac{r}{r+1}}.$$

Il est visible que pour satisfaire à cette équation, on devra adopter trois bassins, dont les dimensions seront d'ailleurs données par la relation :

$$\frac{m}{m+1} + \frac{n}{n+1} + \frac{p}{p+1} = 2\frac{3}{5}.$$

Tant que ces dimensions ne seront point assujéties à de nouvelles conditions, la question restera indéterminée, et sera susceptible d'un nombre infini de solutions ; mais si l'on veut que les trois bassins aient une même surface, on aura :

$$\frac{3m}{m+1} = 2\frac{3}{5}, \text{ ou } m = \frac{13}{2},$$

et la distance verticale comprise entre les fonds sera égale à $\frac{13}{54}h$, résultats absolument conformes à ceux qu'a présentés *à priori* l'auteur anglais.

L'expression générale que nous avons trouvée pour x, devient, en admettant des dimensions égales pour tous les bassins d'épargne, et en nommant N le nombre de ces bassins :

$$x = \frac{h}{1 + \frac{mN}{m+1}} = \frac{(m+1)\,b}{m+1+mN}.$$

La hauteur du volume d'eau économisé étant $h - x$, on a, en la désignant par X,

$$X = \frac{mNh}{m + 1 + Nh}.$$

Comme il est rare que l'emplacement d'une écluse se prête à la construction de plusieurs bassins d'épargne latéraux, et que cette construction exigerait d'ailleurs des frais très considérables, j'examinerai plus particulièrement l'hypothèse où l'on n'établirait qu'un seul de ces bassins, comme étant celle dont les applications seront les plus fréquentes. Il vient alors pour la hauteur du prisme d'eau qu'on épargne à chaque éclusée :

$$X = \frac{mh}{2m + 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Pour nous assurer s'il n'existe point une valeur de m qui donne pour X un maximum, nous prendrons le coëfficient différentiel :

$$\frac{dx}{dm} = \frac{b(2m + 1) - 2mb}{(2m + 1)^2}.$$

Le numérateur égalé à zéro, donne :

$$2m + 1 - 2m = 0,$$

$$\text{ou} \quad 1 = m(2 - 2),$$

$$\text{d'où} \quad m = \frac{1}{0},$$

résultat que nous aurions pu prévoir, car $X = \frac{mh}{2m + 1}$ peut se mettre sous la forme :

$$X = \frac{h}{2 + \frac{1}{m}}.$$

Cette expression s'approche d'autant plus de la fraction $\frac{h}{2}$ que m est plus grand, et se réduit à cette fraction quand $m = \frac{1}{0}$.

Cette dernière valeur de X, inapplicable à la pratique, nous apprend seulement que la quantité d'eau économisée par le bassin latéral, sera d'autant plus près d'être égale à la moitié de chaque éclusée, que ce bassin sera plus grand. Mais comme d'un autre

côté l'économie des déblais et des dépenses de construction, prescrit de donner à ce bassin les plus petites dimensions possibles, nous chercherons ce que devient le volume d'eau économisé, quand on suppose au bassin d'épargne des dimensions superficielles au plus égales à celles du bassin d'écluse. Si l'on fait successivement:

$$m = 1\,;\quad m = \tfrac{1}{2},\quad m = \tfrac{1}{3},\quad m = \tfrac{1}{4},\ \text{etc.},$$

on obtient :

$$X = \tfrac{b}{3},\quad X = \tfrac{b}{4},\quad X = \tfrac{b}{5},\quad X = \tfrac{b}{6},\ \text{etc.}$$

On doit conclure de là, qu'il sera toujours facile d'épargner le tiers des eaux qui se dépensent dans une écluse quelconque, en établissant à côté de cette écluse un bassin de surface égale. Cet avantage et celui qui résulterait de la diminution des hauteurs de chûte de l'eau introduite dans les écluses, me semblent mériter la plus grande attention.

Le temps étant un des élémens les plus précieux dans le navigation, on pourra peut-être objecter à la construction des bassins d'épargne, que le double jeu de l'eau dans ces bassins et dans le canal, ne manquerait pas de retarder le passage des barques ; les observations suivantes me paraissent de nature à répondre victorieusement à cette objection.

Pour comparer les temps dépensés, lorsque la vidange ou le remplissage de l'écluse s'effectuera par les moyens ordinaires, ou lorsqu'une partie de l'eau sera introduite dans un bassin d'épargne, je déterminerai les expressions de ces temps, et d'abord je m'occuperai de l'évaluation du dernier.

L'introduction de l'eau dans le bassin d'épargne pourra avoir lieu au moyen d'une ventelle placée à la hauteur X, dont nous avons trouvé précédemment la valeur. Je supposerai les aires de tous les orifices égales entre elles, pour n'avoir pas besoin de pren-

dre ces aires en considération, et je ferai abstraction des effets dûs à la contraction de la veine fluide, puisque c'est moins la valeur absolue, que le rapport des temps qu'il nous importe de connaître. Soient donc : ABCD (fig. 3) la coupe de la chambre d'écluse, Tab. VIII. DGHL celle du bassin d'épargne, la surface projetée en $BC = A$, celle projetée en $GH = mA = B$, AE ou la différence entre les niveaux des deux biefs $= h$, $GF = \frac{mh}{2m+1} = X$, et

$$GD = h - X = \frac{(m+1)h}{2m+1} = h'.$$

Au bout d'un temps quelconque t, le niveau supérieur s'abaissera de Dd, l'eau s'elevera dans le bassin latéral à la hauteur $GI = z$, et pendant l'instant suivant dt, la vitesse d'écoulement sera évidemment due à la hauteur $dI = h' - z - Dd$. Or $A \cdot Dd$ doit être égal à $B \cdot z$; donc $Dd = \frac{B}{A} z$, et la vitesse qu'on peut regarder comme constante pendant toute la durée de dt, sera égale à $\sqrt{2g\left(h' - \left(\frac{B}{A} + 1\right) z\right)}$. On aura donc

$$B\,dz = dt \sqrt{2g\left(h' - \left(\frac{B}{A} + 1\right) z\right)}$$

d'où $$dt = \frac{B\sqrt{A}}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{dz}{\sqrt{Ah' - (B+A)z}},$$

et en intégrant :

$$t = -\frac{2B\sqrt{A}}{(A+B)\sqrt{2g}} \sqrt{Ah' - (B+A)z} + C.$$

En prenant cette intégrale depuis $z = 0$ pour laquelle $t = 0$, jusqu'à $z = Z$, il viendra :

$$t = \frac{2B\sqrt{A}}{(A+1)\sqrt{2g}} \left\{\sqrt{Ah'} - \sqrt{Ah' - (B+A)Z}\right\}.$$

Si nous supposons que Z soit égale à la hauteur GO à laquelle l'eau cesse de s'élever dans le bassin d'épargne, nous aurons : $Z = \frac{Ah'}{A+B}$, et si nous nommons T le temps cherché du passage de l'eau dans le bassin, nous obtiendrons :

$$T = \frac{2BA}{(A+B)\sqrt{2g}} \sqrt{h'}.$$

Après l'écoulement de ce temps T, il restera dans la chambre d'écluse un volume d'eau de hauteur $OF = Z + X$, qui employera pour s'écouler un temps T′ pour lequel on trouvera facilement :

$$T' = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{Z + X}$$

Remplaçant B, h' et X par leux valeurs mA, $\frac{(m+1)h}{2m+1}$, $\frac{mh}{2m+1}$, on aura : $Z = \frac{h}{2m+1}$, $Z + X = \frac{(m+1)h}{2m+1} = h'$, et par conséquent :

$$T = \frac{2mA}{(m+1)\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{m+1}{2m+1} h},$$

$$T' = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{m+1}{2m+1} h}.$$

Appelons θ' le temps qu'exigera l'ouverture des Vannes du bassin d'épargne, et représentons par θ le temps qu'on employe d'ordinaire pour l'ouverture des Vannes pratiquées dans la porte d'aval de l'écluse, et qui se trouvent à peu près à la hauteur du bief inférieur. Les difficultés et par suite les temps de l'ouverture pouvant être regardés comme très sensiblement proportionnels aux hauteurs, on posera :

$$h : h' \text{ ou } \frac{m+1}{2m+1} h = \theta : \theta'$$

d'où

$$\theta = \frac{m+1}{2m+1} \theta.$$

Les vannnes d'aval ne se trouvant plus situées qu'à une distance $Z + X = h'$ du plan de niveau supérieur NO, on aura la même expression pour le temps de leur ouverture. Le temps total de la Vidange en faisant usage du bassin d'épargne, sera donc égal à $T + T' + 2\theta'$, et il viendra en le désignant par τ' :

$$\tau' = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{m+1}{2m+1} h} \left(1 + \frac{m}{m+1}\right) + \frac{2m+2}{2m+1} \theta \quad \ldots \ldots \quad (10).$$

Mais en représentant par τ le temps qui se dépense lorsqu'on effectue la Vidange de l'écluse par les moyens ordinaires, on trouve :

$$\tau = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} + \theta \quad \ldots \ldots \quad (11).$$

Le rapport de τ' à τ tiré des équations précédentes, fera connaître dans tous les cas, de combien on devra augmenter les aires des

orifices, pour qu'il ne résulte aucune perte de temps de l'établissement du bassin d'épargne.

Pour en donner un exemple, nous supposerons que le bassin d'épargne a la même surface que la chambre d'écluse : il faudra faire $m = 1$ dans l'équation (10) qui deviendra ainsi :

$$\tau' = \frac{3A}{\sqrt{2g}} \sqrt{\frac{2}{3}h} + \frac{4}{3}\theta.$$

Le second membre peut se mettre sous la forme

$$\frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \sqrt{\frac{13,50}{9}} + \frac{4}{3}\theta.$$

Or cette dernière expression est un peu plus petite que

$$\frac{4}{3}\left(\frac{2A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h} + \theta\right) \text{ ou } \frac{4}{3}\tau :$$

Conséquemment on voit que pour que le bassin d'épargne n'augmente pas le temps de la Vidange, il suffit d'agrandir les orifices dans le rapport de 3 à 4.

Le temps du remplissage de la chambre d'écluse dépend de la position de la Vanne d'amont : si l'on suppose, ce qui aura sensiblement lieu dans toutes les écluses de chûte moyenne, qu'elle soit placée à la hauteur X au dessus du niveau du bief inférieur, on aura en appelant τ'' le temps nécessaire pour remplir, avec l'eau du bief supérieur, la hauteur X de la chambre d'écluse :

$$\tau'' = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \sqrt{\frac{m^2}{4(2m+1)(m+1)}}.$$

Si l'on nomme τ''' le temps qui s'écoulera pendant qu'on remplira la hauteur restante h' ou $\frac{(m+1)b}{2m+1}$, avec l'eau du même bief supérieur, on obtiendra :

$$\tau''' = \frac{2A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \sqrt{\frac{m+1}{2m+1}}.$$

θ' étant, ainsi qu'on l'a vu précédemment, le temps employé pour l'ouverture des Vannes situées à la distance h' du bief supérieur, le temps total pour le remplissage de l'écluse par la méthode ordi-

naire sera égal à :

$$\frac{2A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\cdot\left\{\sqrt{\frac{m^2}{4(2m+1)(m+1)}}+\sqrt{\frac{m+1}{2m+1}}\right\}+\theta' \quad \ldots\ldots (12).$$

En faisant usage du bassin d'épargne, et en désignant par T'' le temps nécessaire pour que l'eau de ce bassin passe dans la chambre d'écluse, on trouvera :

$$T'' = \frac{2A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\cdot\sqrt{\frac{m^2}{2m+1}}+\theta'.$$

Le temps employé à remplir le reste de la chambre avec l'eau du bief supérieur sera évidemment égal à $T''' + \theta'$, et le temps total du remplissage, dans l'hypothèse d'un bassin latéral, aura pour valeur $T'' + \tau''' + \theta'$, ou

$$\frac{2A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left\{\sqrt{\frac{m^2}{2m+1}}+\sqrt{\frac{m+1}{1m+2}}\right\}+2\theta' \quad \ldots\ldots (13).$$

Si l'on fait $m = 1$, on verra que cette expression est avec la précédente (12) dans un rapport un peu plus grand que celui de 7 à 5 ou de 21 à 15, tandisque les mêmes temps pour la Vidange sont entre eux dans le rapport de 4 à 3, ou de 20 à 15. Ainsi à proprement parler, on devra augmenter les orifices dans le rapport de 15 à 21, pour que la manœuvre du bassin d'épargne ne change en rien le temps du passage des barques dans la chambre de l'écluse.

Indépendamment de la diminution qui résultera dans la dépense des canaux, de l'établissement des bassins d'épargne, il sera possible de produire encore au moyen de ces mêmes bassins, une économie très notable de temps dans le remplissage et la Vidange des écluses. Il suffira pour cela d'adopter au lieu de Vannes pour fermer ces bassins, une nouvelle construction de portes à Venteaux d'un usage très facile et très commode.

Tab. VIII. La première idée qui se présente pour fermer le passage compris entre les deux murailles XX (fig. 4), consiste à établir une porte Pp, mobile autour de l'axe Vertical projeté en P, et retenue

par un Valet V, qu'on peut à Volonté faire tourner, de manière à laisser à la porte Pp une entière liberté. Dans ce cas pour introduire l'eau de C en C′, on tourne le Valet V; la porte Pp, pressée par le poids de l'eau, obéit à cette impulsion, et vient se ranger en PE, en permettant un libre cours à l'eau d'abord retenue en C. Mais on conçoit que lorsque la porte Pp chassée par l'action de la poussée de l'eau, vient se placer dans l'encastrure E destinée à la recevoir, il doit en resulter, contre la paroi PE, un choc très considérable qui doit nuire à la solidité de la porte. Je me suis donc proposé de diminuer autant que possible la force de ce choc, en imaginant un système à l'aide duquel, sans diminuer le débouché offert à l'eau qui doit passer de C en C′, on puisse modérer la vitesse de la porte Pp. Pour cela j'ai conçu une seconde porte P′p′ qui recouvre une portion de la première, et qui par cela même la dérobe a l'action d'une partie de la poussée du fluide. Ce système de portes accouplées n'est point nouveau: je me rappelle même d'en avoir vu un modèle exposé à l'Ecole des ponts et chaussées de France. Seulement dans ce modèle, le venteau P′p′ recouvre presque entièrement la porte Pp, et cette disposition est absolument vicieuse, puisqu'alors P′p′ étant chargé de tout le poids de l'eau, se meut de la même manière que si la porte Pp n'existait pas, et vient frapper très fortement la paroi PE′. Afin d'éviter cet inconvénient, je supposerai que le Venteau P′p′ a une longueur y, moindre que Pp que je représenterai par l, et je rechercherai quelle doit être l'expression de cette longueur y, pour que la porte Pp aît dans son mouvement de rotation une vitesse aussi petite qu'on le voudra, par rapport à celle qu'elle aurait, si elle était libre.

La hauteur de pression étant constante pour les deux venteaux, les pressions sur Pp′ et sur P′p′ seront proportionnelles à ces longueurs, et pourront être représentées par $l - y$ et par y. La pression $l - y$ agissant au milieu de Pp′, aura pour moment par rapport à l'axe P, $\frac{(l-y)^2}{2}$. La pression y se décompo-

sera en deux pressions partielles égales, dont l'une agira au point p', et l'autre sur l'axe P′. La première aura pour moment par rapport à l'axe P, $\frac{(l-y)y}{2}$. La somme des moments des forces qui tendront à faire tourner la porte Pp, sera donc égale à $\frac{(l-y)^2+(l-y)y}{2}$ ou à $\frac{l(l-y)}{2}$.

Pour trouver les moments des forces variables qui agissent sur la porte Pp dans un instant quelconque, je considérerai le sy-
Tab. VIII. stème dans une position particulière, celle où le venteau Pp' (fig. 5) fait avec la ligne PP′ un angle a. La force $\frac{y}{2}$ qui est appliquée au point p', étant constante et agissant suivant Ap' perpendiculaire à P′p', aura pour moment par rapport à l'axe P, $\frac{y}{2}$. AP. Or;

$$AP = PB \cos.BPA = PB \cos.a = (PP' - BP') \cos.a$$
$$= (l - \frac{y}{\cos.a}) \cos.a = l \cos.a - y.$$

Donc $\frac{y}{2}$. AP $= \frac{ly\cos.a - y^2}{2}$. En abaissant la perpendiculaire $p'C = y \sin.a$, on aura : $PC = PP' - P'C = l - y\cos.a$, et $Pp' = \sqrt{(l - y\cos.a)^2 + y^2 \sin.a^2} = \sqrt{l^2 - 2ly\cos.a + y^2}$. Le moment de la pression Pp' étant égal à $\frac{\overline{Pp'}^2}{2}$, sera représenté par $\frac{l^2 - 2ly\cos.a + y^2}{2}$. Le moment total des forces agissantes sur la porte Pp, sera donc égal à $\frac{l^2 - ly\cos.a}{2}$, expression qui devient d'autant plus grande que cos.a est plus petit, ou que l'angle a est plus grand.

Le mouvement s'accélérera donc à mesure que les deux portes Pp et P′p' se rapprocheront de leurs encastrures respectives. Elles marcheront ensemble jusqu'au moment où P′p' deviendra perpendiculaire à Pp, et se quitteront ensuite en laissant une libre ouverture à l'écoulement du fluide. Dans ce dernier instant de leur contact, P′p' ou y sera évidemment égal à $l\cos.a$, et le moment

précédent se réduira à $\frac{l^2-y^2}{2}$. Si l'on veut donc déterminer y de manière à ce qu'à l'instant où les deux portes se séparent, le moment des forces qui animent la porte Pp soit une fraction $\frac{1}{m}$ de celui qui aurait lieu sans le venteau P′p′, il faudra poser l'équation : $\frac{l^2-y^2}{2} = \frac{l^2}{2m}$, ce qui donnera :

$$y = l\sqrt{\frac{m-1}{m}}.$$

Si l'on suppose $m = 2$, il vient : $y = \frac{l}{\sqrt{2}}$, valeur que l'on construira aisément, en décrivant une demi-circonférence sur PP′ comme diamètre (fig. 6.), en élevant au centre O la perpendiculaire Op′, et en menant P′p′ qui sera la grandeur demandée. On voit que dans ce cas, les deux portes, lorsqu'elles se quitteront, auront décrit chacune un arc de 50 grades ou 45°, et que par-conséquent elles auront sensiblement la même vitesse de rotation, avant que l'eau n'agisse séparement sur chacune d'elles. On voit de plus que la vitesse de rotation de la porte Pp sera au plus égale à la moitié de celle qu'elle aurait si P′p′ n'existait pas ; ce qui suffit pour motiver l'emploi d'un pareil système, et démontrer combien il est préférable à celui d'une porte unique retenue par un valet. Tab. VIII.

Un second système, peut-être plus favorable que le précédent, à cause de l'avantage que les portes présentent de n'éprouver aucun choc contre les bajoyers, consiste dans l'ensemble des deux portes Aa et A′a′ (fig. 7.) qui se meuvent respectivement sur les axes des deux poteaux tournants T et T′. Ces poteaux sont placés de maniere que AT et A′T sont plus grands que aT et a′T′. La porte aA qui s'appuye sur les buses aT, Ta, et sur les bajoyers dans l'entaille a, presse encore la partie a′A de la porte a′A′. Si l'on suppose que la position de l'axe T soit tellement calculée que cette pression l'emporte sur l'effort que fait a′A′ Tab. VIII.

pour tourner en sens contraire, cette dernière au lieu de tendre à s'ouvrir, sera retenue contre les buses aT, $T'A'$, et contre l'entaille A' des bajoyers. Les deux portes resteront donc fermées; et cela aussi hermétiquement que possible; car d'une part la pression de l'eau les appuyera fortement contre les buses et les bajoyers, et de l'autre la partie $a'A$ des portes en contact, sera pressée par une force égale à la somme des efforts avec lesquels cette partie se mouvrait sur chacune des deux portes, si elles n'étaient point arrêtées dans leur mouvement.

Si dans cet état, on conçoit qu'on ait pratiqué dans le vanteau AT une ouverture fermée par une Vanne v, et que cette ouverture ait une grandeur telle qu'elle rende la pression sur AT moindre que celle qui s'exerce sur aT, il est évident qu'il suffira de lever la Vanne v pour que la porte aA se meuve autour de l'axe T. La porte $a'A'$ n'étant plus maintenue par la pression en $a'A$, s'ouvrira également en vertu de l'excès de longueur de $A'T'$, et l'eau passera de C en C' par les espaces compris entre les deux poteaux tournants et entre ces derniers et les bajoyers. Lorsque le niveau se sera établi des deux côtés, la fermeture des portes n'offrira aucune difficulté, puisqu'il suffira de les mouvoir dans un fluide en équilibre.

Dans le cas où l'on voudrait réunir sur une même ligne les extrémités supérieures des poteaux tournants, on pourrait disposer les deux portes de manière à ce que leurs faces analogues se trouvassent dans les mêmes plans. Alors elles s'appuyeraient mutuellement au moyen d'entailles égales, ainsi que le représente la Tab. VIII. figure 8.

Un problème assez intéressant consiste dans la détermination de la position à donner aux axes des portes, et des dimensions que doit avoir la Vanne v pour mettre les portes en mouvement.

Comme afin de réduire à des dimensions aussi petites que possible l'ouverture fermée par la Vanne V, il est nécessaire que les longueurs des venteaux diffèrent très peu l'une de l'autre, je supposerai que le point a' étant le milieu du passage BB′ (fig. 9,), Tab. VIII. l'axe T′ soit placé au milieu de a'B′, ensorte que si l'eau pressait a'T′ et T B′, B′A′ étant étanche, la porte serait en équilibre. Cette disposition serait sans contredit la plus avantageuse pour la grandeur à donner à la Vanne, puisque la porte aA par sa pression sur la première, n'aurait à détruire que la tendance au mouvement, provenant de la petite pression qui aurait lieu dans le cas où B′A′ ne serait pas parfaitement étanche.

La partie a'A commune aux deux portes étant absolument arbitraire, je la supposerai égale aux profondeurs aB, B′A′ des encastrures, et je me proposerai de déterminer la position du second axe T, de manière à satisfaire à la condition d'équilibre. Pour cela je regarderai B′A′ comme n'étant pas étanche, et a'A au contraire comme l'étant. Ce sera visiblement le cas le plus défavorable en n'ayant égard qu'à la porte a'A′, puisqu'alors la différence des bras de levier sera égale à $2a$A, et conséquemment la plus grande possible. Je supposerai de plus relativement à la porte aA, que la partie aB n'est pas étanche, ce qui sera évidemment aussi le cas le moins favorable à l'équilibre.

Faisons :
$$\begin{cases} \text{B B}' = 2\,a'\text{B}' = 2l, \\ a'\text{A} = a\text{B} = \text{B}'\text{A}' = e, \\ \text{T}\,a' = x. \end{cases}$$

En nous rappelant que a'T′ = T′B′, nous aurons pour les longueurs des parties de portes sur lesquelles agit la pression :

$$\text{T A}' = \tfrac{1}{2}l + e,$$
$$\text{T}'\text{A} = \tfrac{1}{2}l - e,$$
$$\text{A T} = x + e,$$
$$a\text{T} = l + e - x.$$

Nous chercherons en premier lieu quelle doit être la valeur de la

pression exercée par la porte aA sur la partie $a'A$ du venteau $a'T'$, pour retenir la porte $a'A'$ en équilibre. Toutes les pressions étant ici proportionnelles aux longueurs des surfaces, nous les représenterons par ces longueurs. La pression que nous voulons déterminer et que nous désignerons par P, agissant au milieu de $a'A$, aura pour moment par rapport au point T, $P(T'A + \frac{1}{2}a'A) = \frac{1}{2}P(l - e)$. Les pressions $T'A$ et $T'A'$ agissant au milieu de ces longueurs, auront pour moments :

$$\frac{1}{2}\overline{T'A}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{2} - e\right)^2 \text{ et } \frac{1}{2}\overline{T'A'}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{2} + e\right)^2.$$

En prenant ces moments avec les signes qui leur conviennent, nous obtiendrons l'équation :

$$P(l - e) = \left(\frac{l}{2} + e\right) - \left(\frac{l}{2} - e\right)^2;$$

d'où $$P = \frac{2le}{l - e}.$$

La porte aA sollicitée par les pressions aT et TA qui agissent en sens contraires, l'est encore par la pression P qui maintient la porte $a'A'$ en équilibre, et qui par un effet de la réaction, agit sur aA au milieu de $a'A$. Elle doit donc rester en repos autour de l'axe T sous l'effort de ces pressions.

Les deux premières auront pour moments par rapport au point T : $\frac{\overline{aT}^2}{2} = \frac{1}{2}(l + e - x)^2$; $\frac{\overline{AT}^2}{2} = \frac{1}{2}(x + e)^2$. La troisième P aura son moment par rapport au même point égal à $P\left(Ta' + \frac{a'A}{2}\right)$ ou à $P\left(x + \frac{e}{2}\right)$. On aura donc l'équation :

$$P\left(x + \frac{e}{2}\right) = \frac{1}{2}(x + e)^2 - \frac{1}{2}(l + e - x)^2;$$

d'où en substituant au lieu de P l'expression trouvée précédemment :

$$x = \frac{1}{2}l \cdot \frac{l}{l - 2e}.$$

Cette valeur de x, visiblement plus grande que $\frac{1}{2}l$, en différera d'autant plus que e sera plus grand.

La différence des deux venteaux TA et aT étant égale à $2x - l$, aura pour expression :

$$\text{TA} - a\text{T} = \frac{2le}{l - 2e}.$$

Dans cette dernière valeur ainsi que dans celle de x, la quantité e n'étant point donnée par la nature même de la question, reste absolument arbitraire. On peut en disposer de manière à satisfaire à une nouvelle condition. Or comme les dimensions de la Vanne à construire dans le venteau TA, sont nécessairement liées à celles de ce venteau, et sont ainsi renfermées entre certaines limites qu'on ne saurait dépasser sans nuire à la solidité, on peut se donner à priori ces dimensions de la Vanne e, et demander quelle doit être la valeur de e pour que cette Vanne établisse l'équilibre entre les deux venteaux dont la différence est $\frac{2le}{l-2e}$.

Si l'on prend $\text{TD} = a\text{T}$ (fig. 10.); ces deux portions de la Tab. IX.
porte se feront évidemment équilibre, en sorte qu'elle se mouvra en vertu de la pression exercée sur $\text{DA} = \frac{2le}{l-2e}$. Pour que l'ouverture de la Vanne placée sur le venteau TA, détruise l'effet dû à cette pression, il faudra que les moments des poussées qui auront lieu sur la Vanne et sur DA, pris par rapport à l'axe T, soient égaux entre eux.

Les dimensions de la Vanne et sa position étant déterminées, on calculera aisément la pression qu'elle supporte et que je désignerai par p. V étant la distance aussi donnée du milieu de cette Vanne au point T, pV sera le moment connu de la pression qui agit sur elle. Si h représente la hauteur de l'eau, DA . h sera la différence des surfaces pressées, et $\frac{1}{2}$DA . h^2 sera la pression elle même, la pesanteur spécifique du fluide étant prise pour unité. Son moment par rapport à l'axe T, sera donc égal à

$$\tfrac{1}{2}\text{DA} \cdot h^2 \left(\tfrac{\text{DA}}{2} + \text{TD}\right):$$

Or $DA = \frac{2le}{l-2e}$, et $TD = aT = l + e - \frac{1}{2}l \cdot \frac{l}{l-2e} = \frac{l^2-2le-4e^2}{2(l-2e)}$.

Donc le moment précédent devient :

$$\frac{le}{l-2e}\left(\frac{le}{l-2e} + \frac{l^2-2le-4e^2}{2(l-2e)}\right)h^2 = \frac{le(l+2e)}{2(l-2e)}h^2,$$

et l'on a :

$$\frac{le(l+2e)}{2(l-2e)}h^2 = pV,$$

équation du second dégré qui fera connaître dans tous les cas la valeur de e.

Au reste on peut, en prenant pour e une valeur quelconque suffisante pour que les venteaux s'appuyent solidement dans les encastrures des bajoyers, trouver la grandeur de la Vanne v qui doit être pratiquée dans le venteau AT, pour réduire la porte à l'état d'équilibre. La position du milieu de cette Vanne peut être prise arbitrairement ainsi que sa hauteur. Sa longueur seule doit rester indéterminée pour satisfaire à la condition d'équilibre entre les deux venteaux. On écrira cette condition en égalant le moment de la pression sur la Vanne, au moment de celle qui agit sur la différence DA des deux venteaux. y étant la longueur cherchée, D et d les distances du niveau de l'eau au dessous et au dessus de la Vanne, $(D - d)y$ sera sa surface, $\frac{1}{2}(D^2 - d^2)y$ sera sa pression, et si l'on appelle A la distance donnée du milieu de cette Vanne à l'axe T, $\frac{1}{2}(D^2 - d^2)Ay$ sera son moment. On aura donc :

$$\frac{le(l+2e)}{2(l-2e)}h^2 = \frac{1}{2}(D^2 - d^2)Ay$$

d'où $$y = \frac{le(l+2e)h^2}{A(l-2e)(D^2-d^2)}.$$

On pourrait ajouter à ces recherches la solution générale du problème qui résulte de la disposition d'un nombre quelconque de portes tournantes comprises dans l'intervalle que laissent entre eux des bajoyers supposés fort éloignés l'un de l'autre ; mais je ne m'arrêterai point à cette solution fondée sur des considérations ana-

logues aux précédentes, et qui n'offre conséquemment aucune difficulté. Je me contenterai d'indiquer encore pour les portes, deux modes de construction que je crois également applicables à la pratique.

Le premier, qui me paraît entièrement nouveau, pourrait s'adapter avec succès aux bassins d'épargne dont les débouchés doivent être d'une grandeur moyenne.

Le poteau tournant A (fig. 11) autour duquel la porte est mobile, est situé au milieu de l'intervalle des bajoyers. Les extrémités BO et DE de la porte sont formées chacune de l'ensemble de deux poteaux montants entre lesquels s'élèvent et s'abaissent à volonté des Vannes v et v'. Si le niveau de l'eau du côté C est supérieur à celui du côté C′, on conçoit que la Vanne v étant fermée, et la Vanne v' ouverte, la porte s'appliquera dans les encastrures et contre les buscs, en vertu d'un excès de pression, sur le bras de levier AO. Pour établir la communication entre C et C′, il suffira de lever la Vanne v, et d'abaisser au contraire la Vanne v'. La porte ne se trouvant jamais parfaitement étanche en B et en D, la pression sur AE l'emportera bientôt, et la porte s'ouvrira. Ce mouvement s'effectuera même avec toute la lenteur qu'on pourra désirer, si l'on a soin d'élever v et d'abaisser v' par dégrés insensibles. Une manœuvre inverse ferait passer l'eau de C′ en C, et la même porte peut ainsi servir à la double communication entre C et C′, entre C′ et C. Cet avantage ne laisse pas que d'être assez remarquable, car tous les systèmes de portes que nous avons décrits exigeraient ainsi que le suivant, un double débouché, de l'écluse au bassin latéral, et du bassin latéral à l'écluse. Tab. IX.

Le mode de construction dont il nous reste à parler a été employé avec succès dans plusieurs écluses de chasse de la Hollande. Il consiste en quatre portes busquées (fig. 12) qui s'assem- Tab. IX.

blent entre elles à angles obtus. Lorsque l'eau est de niveau en C et C′, on les ferme ainsi que le représente la figure. Quand l'eau s'abaisse en C′, les espaces triangulaires T et T′ restent remplis, et les pressions qui s'exercent sur les portes D et E, empêchent les portes A et B de s'ouvrir. Pour établir le passage de C en C′, il suffit de lever des ventelles adaptées aux portes D et E. L'eau s'abaissant en T et T′, l'excès de pression qui a lieu sur A et B, les détermine à s'ouvrir, en obligeant les portes D et E de se mouvoir avec elles; mais comme ces dernières rencontrent en T et T′ l'eau qui ne s'est pas encore écoulée, elles modèrent le mouvement, et s'opposent aux chocs qui s'opéreraient sans elles contre les bajoyers.

Tous les détails dans lesquels je viens d'entrer démontrent assez, ce me semble, que si le temps est un des éléments auxquels on doit avoir le plus d'égard quand il s'agit d'une navigation purement artificielle, on sera toujours maître d'adopter pour le passage de l'eau, des dispositions assez favorables pour que l'introduction des bassins d'épargne latéraux, ne retarde en aucune manière l'exercice de cette navigation.

Ces considérations générales aînsi posées, je m'occuperai de leur application au Canal de Ladoga, que l'on peut regarder à juste titre comme la clef de la capitale, et comme le débouché le plus important qu'on ait ouvert au commerce de l'Empire.

Les écluses situées à Schlisselbourg à la principale embouchure de ce canal dans la Néva, sont parvenues à un tel dégré de détérioration, qu'il est indispensable de les reconstruire. L'état actuel de la navigation fait un devoir d'assujétir cette reconstruction à des données nouvelles: non seulement les ouvrages qu'il convient d'entreprendre, doivent avoir une étendue assez considérable pour livrer passage à un nombre de barques plus grand qu'il ne l'est aujourd'hui, mais encore il faut que leur mode de construction soit

tel, qu'il en résulte, pour la dépense d'eau du canal, une économie sensible. Un examen attentif m'a fait voir qu'il était possible de satisfaire à cette double condition, au moyen d'une disposition extrêmement simple, et dont la description servira de complément à la théorie que j'ai présentée sur l'établissement des bassins d'épargne.

Le calcul, et l'expérience faite durant quatre années sur le bassin construit à la seconde embouchure du canal dans la Néva, ont démontré que pour une navigation active et continue, on doit préférer aux écluses ordinaires, de grands bassins a l'aide desquels on puisse à Volonté opérer à la fois le passage d'un certain nombre de barques, ou effectuer ce passage d'une manière successive. J'ai donc pensé en premier lieu à remplacer les écluses de l'ancienne embouchure à Schlisselbourg, par un bassin propre à contenir de 16 à 18 barques, ce nombre m'ayant paru une moyenne assez convenable pour concilier autant que possible l'activité que réclame une navigation toujours croissante, et la nécessité de ne pas entraîner le gouvernement dans de trop fortes dépenses. La quantité de barques qui doit remplir le bassin, est d'ailleurs subordonnée à une condition très importante, qui résulte de l'abaissemeut que l'eau du canal éprouve auprès des portes d'amont, dans le temps du remplissage. Cet abaissement est si marqué, que si l'on adoptait pour ce bassin une étendue trop considérable, les barques restées au delà des portes, seraient quelquefois exposées à toucher le fond du canal.

Afin d'abréger et de faciliter l'introduction et la sortie des barques, il sera evidemment nécessaire de donner au bassin deux entrées et deux issues. Les deux entrées pourront être fermées par des portes busquées ordinaires, mais les deux issues devront infailliblement être précédées par des chambres d'écluses, destinées à operer le passage, quand le peu d'affluence des barques ne leur permettra pas d'occuper toute la surface du bassin.

La détermination de la figure de ce bassin dépend de considérations économiques sous le rapport de l'eau, et sous celui des dépenses pécuniaires. La forme des barques qui fréquentent en plus grand nombre le canal de Ladoga, exige que sous le premier de ces rapports, on fasse usage de la figure rectangulaire, et l'économie dans les frais de construction impose de donner à cette figure la plus grande surface sous le moindre contour. J'ai donc choisi le quarré comme étant parmi tous les rectangles isopérimètres, celui dont l'aire est la plus grande. En ayant égard a toutes ces réflexions, et à celles que fait naître la question de l'emplacement le plus favorable qui convient aux barques, on en conclut que le plan du bassin proposé doit être tracé ainsi que l'indique la figure 13, dont tous les cotés portent l'indication de leurs longueurs respectives.

Tab. X.

On voit que ce bassin pourrait donner passage à la fois à 20 barques plus 2 placées dans les écluses d'aval, en tout 22. Ce serait là sans contredit la disposition la plus convenable, mais il est aisé de s'assurer par la seule désignation des places que devraient occuper les barques, que leur introduction et leur sortie exigeraient un temps très considérable. L'extrême largeur adoptée pour le bassin donnerait lieu d'ailleurs à des déblais immenses et tres couteux. Enfin la grandeur de la surface de ce bassin serait peut-être même un inconvenient assez grave ; puisque pour le remplir avec quelque rapidité, il faudrait faire baisser tout à coup et d'uue maniere très sensible, les eaux du canal en avant des portes d'entrée. Pour éviter toutes ces difficultés, j'ai diminué la largeur du bassin de 8 sagènes $\frac{1}{3}$, en supprimant deux barques de chaque côté, ainsi que le représente la figure 14.

Tab. XI.

Au moyen de cette nouvelle disposition, le nombre des barques introduites à la fois se réduit à 18. L'eau du canal afflue dans le bassin par des ouvertures pratiquées dans les portes d'a-

mont, et par des conduits X, X, ménagés dans l'épaisseur des bajoyers. Elle s'en échappe ensuite par des ouvertures adaptées aux portes d'aval des écluses de sortie, et par les conduits Y, Y, qui sont supposés s'étendre jusques à la Néva.

C'est dans cet état de choses, que j'ai cherché à modifier le système de construction du bassin, de manière à la rendre propre à diminuer autant que possible la quantité d'eau dépensée pour le passage des barques, sans accroître le temps de ce passage. J'y suis parvenu en séparant ce bassin en deux compartiments égaux, par la suppression des barques b, b, et la réunion des deux murs M et N dont je réduis l'épaisseur à deux sagènes et demie (fig. 15.). Je conçois en outre qu'on ait pratiqué dans le mur de division MN un certain nombre de conduits transversaux c, c, fermés par des Vannes mobiles, et destinés à faire passer l'eau alternativement de l'un des compartiments dans l'autre.

Examinons quels doivent être les effets de cette modification qui comme on le voit, n'augmente pas sensiblement les frais de la construction.

On remplira d'abord la chambre B dans laquelle on introduira 8 barques. On fermera la porte d'amont P, et l'on ouvrira à la fois toutes les Vannes des ouvertures c. L'eau passera ainsi de B en B', jusqu'à ce que son niveau se soit élevé à une hauteur égale à la moitié de la différence entre le niveau du canal et celui de la Néva. On fermera alors tous les conduits c, et l'on achevera de vider la chambre B, au moyen des ouvertures de la porte p et du conduit Y. On ouvrira ensuite la porte d'aval p, et l'on fera sortir les barques rassemblées dans la chambre B.

Il est à remarquer que durant le même temps qu'on emploiera à vider complétement cette chambre B, et à faire sortir les barques qu'elle renfermait, on pourra achever de remplir à l'aide

du canal la chambre B′, et y introduire toutes les barques qu'elle est capable de recevoir. Ainsi à peine les huit barques contenues dans la chambre B, en seront-elles sorties pour entrer dans la Néva, qu'on fera pour la seconde chambre B′, ce qu'on a fait pour la première, et ainsi de suite. On voit d'après cette manœuvre très simple, 1°) que la quantité d'eau dépensée sera diminuée de moitié : 2°) qu'au bout d'un certain nombre de passages, l'eau se trouvera dans l'une des chambres, de niveau avec l'eau de la Néva, et dans l'autre, à une hauteur égale à la demi-différence entre le niveau de la Néva et celui du canal. Il nous reste à rechercher quelle doit être la grandeur des ouvertures présentées à l'eau, pour que le temps du passage demeure le même, dans l'hypothèse d'un seul bassin sans division, qu'on fait jouer par les moyens ordinaires, et dans la supposition où ce bassin est composé de deux chambres ou compartiments qui se partagent également la quantité d'eau nécessaire au remplissage.

Je ferai d'abord observer que l'une quelconque des chambres, lorsqu'elle est à moitié remplie par l'eau qu'elle a reçue de la chambre contigue, employe autant de temps pour se vider et s'abaisser au niveau de la Néva, que pour se remplir et s'élever
Tab. IX au niveau du canal. Et en effet soit ABCD (fig. 16.) la coupe de l'une des chambres. AG et EF sont les plans de niveau du canal et de la Néva, que l'on peut regarder tous deux comme à peu près constants. HI est le niveau de l'eau dans la chambre supposée à moitié remplie. Dans le cas où elle doit achever de se remplir au moyen de l'eau du canal, il arrive qu'au bout d'un temps quelconque t, le niveau s'est élevé en KL. La quantité d'eau fournie par le canal dans l'instant suivant dt, est Adz, A étant la surface de la chambre. La vitesse qui est due à la hauteur AK est égale à $\sqrt{2g\left(\frac{b}{2}-z\right)}$, et si O′ représente l'aire de l'orifice par lequel l'écoulement s'opère, on a l'equation :

$$Adz = O'dt\sqrt{2g\left(\frac{b}{2}-z\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Dans le cas où la chambre doit au contraire se vider complétement, il arrive qu'au bout d'un temps quelconque t, son niveau s'est abaissé en K l. La quantité d'eau dépensée par la chambre dans l'instant suivant dt, est aussi Adz, et la hauteur due à la vitesse est $\frac{b}{2} - z$, de sorte qu'on a encore en supposant que l'orifice de vidange a même surface que l'orifice de remplissage:

$$Adz = O' dt \sqrt{2g\left(\frac{b}{2} - z\right)},$$

équation qui est absolument la même que la précédente (11), et qui devant être intégrée comme celle-ci entre les limites zéro et $\frac{b}{2}$, donnera pour résultat commun:

$$T' = \frac{A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \frac{\sqrt{2}}{O'}.$$

ABCD, DCEF (fig. 17.) étant les deux chambres contiguës; pour obtenir le temps que l'eau qui se trouve dans la première en AD, employera à se mettre de niveau dans toutes les deux, nous remarquerons qu'au bout d'un temps t, quand le plan AD se sera abaissé en GH d'une quantité z, le plan LM se sera élevé d'une quantité égale en IK, et que la vitesse pour l'instant suivant dt, sera due à la hauteur $HI = h - 2z$. Si donc nous appelons O'' l'orifice de communication entre les deux chambres, nous aurons: Tab. IX.

$$Adz = O'' dt \sqrt{2g(h - 2z)}.$$

Cette équation étant intégrée entre les limites $z = 0$ et $z = \frac{b}{2}$, donnera:

$$T'' = \frac{A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \frac{1}{O''}.$$

Si l'on suppose actuellement les deux chambres réunies de manière à ne former qu'un seul et même bassin, et si l'on nomme τ le temps necessaire au remplissage ou à la vidange de ce bassin, on obtiendra, O étant égal à l'aire de l'orifice d'écoulement:

$$\tau = \frac{A}{\sqrt{2g}} \sqrt{h} \cdot \frac{4}{O}.$$

Soient maintenant : θ le temps nécessaire pour la fermeture ou l'ouverture de deux des portes busquées ;

θ' Le temps employé par 8 barques pour se ranger dans le bassin ou pour en sortir ;

v le temps exigé par l'ouverture ou la fermeture des Vannes de communication entre les deux chambres.

La manœuvre décrite pour le passage des barques dans le cas de deux chambres, fait voir qu'on aura pour l'expression successive du temps, en supposant ce passage non interrompu :

$$\begin{aligned} &T' + \theta + \theta' + \theta + v + T'' + v + T' + \theta + \theta' + \theta + v \\ &\quad + T'' + v + T' + \theta + \theta' + \theta + v \\ &\quad + T'' + v + T' + \theta + \theta' + \text{etc. . . . . etc.,} \end{aligned}$$

de sorte que pour un nombre quelconque $8n$ de barques, le temps du passage sera égal à

$$T' + \theta + \theta' + n(\theta + v + T'' + v + T' + \theta + \theta') \text{ ou}$$

$$(n+1)T' + nT'' + (2n+1)\theta + (n+1)\theta' + 2nv \ldots (15).$$

Mais dans le cas où l'on fera usage d'un bassin formé de la réunion des deux chambres, on aura pour le temps du passage de 16 barques : $\tau + \theta + \theta' + \theta + \tau + \theta + \theta' + \theta$ ou $2\tau + 4\theta + 2\theta'$, et conséquemment pour $8n$ ou $16\frac{n}{2}$ barques :

$$n\tau + 2n\theta + n\theta' \ldots\ldots\ldots (16).$$

Mettant au lieu de T', T'' et τ leurs valeurs dans les expressions (15) et (16), elles deviennent :

$$\frac{A}{\gamma 2g}\sqrt{h}\left\{\frac{(n+1)\gamma_2}{O'} + \frac{n}{O''}\right\} + (2n+1)\theta + (n+1)\theta' + 2nv \ldots (17),$$

$$\frac{A}{\gamma 2g}\sqrt{h} \cdot \frac{4n}{O} + 2n\theta + n\theta' \ldots\ldots\ldots (18).$$

Si l'on suppose, ce qui est conforme à la vérité, que $O' = \frac{O}{2}$ et que $O'' = mO$, m étant une indéterminée dont la valeur dépendra de conditions particulières, on obtiendra :

$$\frac{A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left(\frac{2m(n+1)\sqrt{2}+n}{mO}+(2n+1)\theta+(n+1)\theta'+2nv\right)\ldots(19)$$

et $$\frac{A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\cdot\frac{4mn}{mO}+2n\theta+n\theta'\ldots\ldots\ldots(20).$$

Retranchant la première de la seconde, on a :

$$\frac{A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left\{\frac{4mn-2m(n+1)\sqrt{2}-n}{mO}\right\}-\theta-\theta'-2nv.$$

Pour que le temps du passage par le système de deux chambres, soit moindre que celui qui s'écoulerait en faisant usage d'un bassin ordinaire de surface égale à celle de ces deux chambres, il est nécessaire que la différence précédente soit positive. Il faut donc que son premier terme soit aussi positif, et plus grand que $\theta+\theta'+2nv$.

La condition à laquelle on doit tâcher de satisfaire, c'est que le nombre de barques qui passerait ordinairement par le bassin dans l'espace d'une journée, emploie moins de temps à passer par le système des deux chambres: or ce nombre de barques peut être fixé à environ 96 (*). Ainsi il faut que pour $8n=96$, ou $n=12$, la différence que nous venons de trouver soit positive, et plus elle sera grande, plus l'économie de temps sera considérable. Elle devient pour cette valeur de n:

$$\frac{A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left\{\frac{48m-26m\sqrt{2}-12}{mO}\right\}-\theta-\theta'-24v.$$

La condition du premier terme positif donne :

$$48m-26m\sqrt{2}>12;$$

d'où $$m>\frac{12}{48-26\sqrt{2}}.$$

Multipliant les deux termes du second nombre par 5, et remarquant que $\sqrt{50}$ est sensiblement égal à 7, ce dernier résultat se réduit

(*) La moyenne du nombre de celles que le bassin actuellement existant à la seconde embouchure du canal à Schlisselbourg, peut faire passer en un jour, est de 102, en ne supposant point d'interruption dans le passage. Ce bassin contient 17 barques.

à m 7 $\frac{20}{29}$: ce qui fait voir que m doit surpasser 1, ou que O″ doit être plus grand que O. Dans le cas où le mur de séparation sera percé de 6 ouvertures, on pourra aisément faire ensorte que la somme de leurs aires soit double de O, et que par conséquent $m = 2$. La différence deviendra ainsi : $\frac{A}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\cdot\frac{5,6}{O} - (\theta + \theta' + 24v)$, expression qui ne peut pas manquer d'être assez considérable, à cause de la petitesse de $\theta + \theta' + 24v$.

On voit donc qu'il sera toujours possible de donner au bassin à deux chambres, l'avantage d'une grande économie de temps sur un bassin ordinaire de surface égale. Cet avantage acquiert encore plus d'évidence lorsqu'on cherche au moyen de l'expression (17) le nombre de barques que peut faire passer en un jour, le système des deux chambres.

Dans cette expression, θ et v représentent les temps employés à ouvrir ou fermer les portes, et à lever ou abaisser les Vannes appliquées aux conduits de communication entre les chambres. Ces temps seront sensiblement les mêmes, et n'excéderont pas 60″, en admettant qu'un homme soit posté à chacun des venteaux et à chacune des Vannes. On aura donc : $\theta = v = 60$.

θ' est le temps que huit barques mettront à se ranger dans l'intérieur de la chambre, ou à sortir de cette chambre, quand l'eau y sera descendue au niveau de la Néva. Ce temps est d'environ 5′ pour chaque barque, quand elle entre dans une écluse. Pour le bassin déjà construit à Schlisselbourg, il est d'environ 6′, mais en supposant qu'on prenne toutes les précautions nécessaires pour accélérer la manœuvre, on pourra le réduire pour le nouveau bassin à 5′ ou 300″. θ' sera donc égal à 2400.

O′ est la somme des aires des orifices de communication entre le canal et la chambre; en la supposant de 24 pieds quarrés,

surface que peuvent offrir les seules ouvertures pratiquées dans les portes, sans avoir besoin de recourir à des conduits latéraux à travers les bajoyers, on aura $O' = 24$.

O'' somme des aires des conduits de communication entre les chambres, a une valeur tout à fait arbitraire. En fixant à 8 le nombre des conduits ménagés dans le mur de séparation, et en donnant à chacun d'eux 12 pieds carrés de surface, il viendra $O'' = 96$.

h différence entre le niveau du canal et celui de la Néva, est soumise à toutes les variations que subit la hauteur des eaux; je la supposerai égale à 7 pieds, ce qui est à peu près le maximum des hauteurs de chûte observées jusqu'à présent. Cette hypothèse est évidemment la plus défavorable, puisque toute différence moindre diminuera nécessairement le temps du passage.

A, surface de chacune des chambres, étant évaluée en pieds quarrés, d'après les indications du plan, sera sensiblement égale à 30092, en admettant pour la saillie du busc le tiers de la largeur de l'écluse.

La constante $2g$ évaluée en pieds anglais, sera d'ailleurs égale à environ 64.

Substituant toutes ces données dans l'expression (17), nous aurons en observant que le nombre de secondes comprises dans une journée est de 86400 :

$$30092 \cdot \frac{\sqrt{7}}{8}\left\{\frac{(n+1)\sqrt{2}}{24}+\frac{n}{96}\right\}+(2n+1)60+(n+1)2400+120n=86400.$$

Multipliant les deux termes de $\frac{\sqrt{7}}{8}$ par 3, et remarquant que $\sqrt{63}$ est à peu près 8, on verra que la fraction $\frac{\sqrt{7}}{8}$ est sensiblement égale à $\frac{1}{3}$. Il viendra donc :

$$\frac{30092}{3\cdot 12\cdot 16}\left\{8(n+1)\sqrt{2}+2n\right\}+2640n+2460=86400.$$

Si l'on multiplie et si l'on divise le premier terme par 5, on aura à cause que $\sqrt{50}$ est approximativement égale à 7 :

$$\frac{30092}{3.12.30}\left\{56\,(n+1)+10\,n\right\}+2640\,n+2460=86400,$$

et $$3329{,}70\,.\,n+3045{,}20=86400.$$

Delà on déduira : $n=25$; ce qui fait voir que le nombre de barques auquel le bassin à deux chambres pourra livrer passage en un jour, sera de 8 fois 25 ou 200.

Une question qui se présente ici naturellement, est celle de la détermination du nombre de barques que feraient passer en un jour deux écluses simples dont les sas auraient entre eux une communication analogue à celle des chambres du bassin, et qui par là économiseraient, ainsi que ce bassin, la moitié de l'eau dépensée par la méthode ordinaire. Nous obtiendrons ainsi un terme de comparaison propre à fixer nos idées sur le système qu'on devra préférer à tous les autres.

La valeur qu'on trouvera pour le temps employé au passage d'un nombre m de barques, sera visiblement de même forme que l'expression (17), et égale à

$$\frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left\{\frac{(m+1)\sqrt{2}}{O'}+\frac{m}{O''}\right\}+(2m+1)\,\theta+(m+1)\,\theta_{,}+2m\upsilon.$$

A' sera la surface du sas ; O' la somme des aires des ouvertures de communication entre le canal et le sas de l'écluse ; O'' la somme des aires des conduits de communication entre les deux sas ; conduits qui pourront être au nombre de $3\,.\,\theta$ et υ continueront de représenter le temps de l'ouverture ou de la fermeture des portes, et celui de l'exhaussement ou de l'abaissement des Vannes. Enfin $\theta_{,}$ sera le temps employé par chacune des barques pour se ranger dans le sas ou pour en sortir. En faisant usage des mesures du plan (fig. 15), on trouvera : $A'=4367$ pieds quarrés environ. Tab. XII.

De plus on aura :

$$O'=24\,,\quad O''=36\,,\quad \theta=\upsilon=60\,,\quad \theta_{,}=300.$$

On obtiendra ainsi l'équation :

$$\frac{4567}{3.12}\left\{\frac{(m+1)V^2}{2}+\frac{m}{3}\right\}+540\,m+360=86400,$$

d'où par des transformations analogues aux précédentes :

$$m=129;$$

Ce qui montre que le système de deux écluses pourra donner passage à 129 barques en un jour. Or un bassin composé de deux chambres permet de faire passer dans le même temps 200 barques, nombre qui excède le précédent de 71. Mais si au lieu de ce bassin, on employait un système de quatre écluses dont les sas fussent liés deux à deux, on obtiendrait le moyen de faire passer en un jour 2 fois 129 ou 258 barques, en économisant la moitié de l'eau dépensée par les écluses ordinaires. Cet ensemble de quatre écluses serait donc sous ce rapport infiniment préférable au bassin à deux chambres.

Pour ne laisser aucun doute sur la supériorité du dernier système dont je viens de parler, j'examinerai encore le cas où l'on construirait 3 écluses au lieu de 4, en se proposant de faire la plus grande économie possible dans la dépense de l'eau.

Soyent donc les trois sas égaux AF, BG, et CH (fig. 18). Tab. IX. AD est le niveau du canal; IK celui de la Néva. Supposons qu'au moment où l'on doit mettre ces sas en jeu, celui du milieu soit plein jusqu'en LM, MZ étant la moitié de CZ, et que le sas extrême CH soit plein jusqu'en NO, OK étant le tiers de DK. On remplira completement BG, et l'on introduira une barque dans ce sas ainsi rempli. Les parois BF et CG étant percées chacune par trois conduits de communication, on mettra les sas BG et CH sous le même niveau VS. SK deviendra ainsi les $\frac{2}{3}$ de DK. On mettra de même les deux sas BG et AF sous le même niveau TN, et TI sera ainsi le tiers de AI. La barque renfermée dans le sas milieu s'abaissera par cette double manœuvre jusqu'en $UN=\frac{1}{3}CZ$,

et pendant le temps qu'elle employera à descendre en PZ et à sortir du sas pour entrer dans la Néva, on parviendra à élever le niveau RS jusqu'en CD, et à introduire dans le sas CH une seconde barque. On ouvrira la communication entre ce sas CH et le sas vide BG, de manière à élever le niveau de ce dernier jusqu'en LM, et à abaisser le niveau du premier jusqu'en MX. Le sas milieu BG et le sas extrême AF seront alors dans la position où se trouvaient ce même sas milieu et le sas extrême CH au commencement du jeu des écluses, et l'on répétera la même suite de manœuvres jusqu'à ce qu'on ait fait descendre toutes les barques du canal dans la Néva. Seulement pendant le temps qu'on employera à remplir BG de LM en BC, le niveau MX s'abaissera en ZK, et tandisqu'on introduira une nouvelle barque en BG, la barque renfermée dans le sas CH, en sortira pour entrer dans la Néva.

Ce jeu de trois écluses contigues conduit à un résultat très remarquable sous le rapport de l'économie d'eau produite par ce nouveau système. On voit en effet que pour une suite de barques qui se succéderont, la dépense d'eau sera en nommant C le volume d'une éclusée totale: $\frac{1}{2}C + \frac{1}{3}C + \frac{1}{2}C + \frac{1}{3}C +$ etc., et que parconséquent pour un nombre n de barques, la dépense d'eau sera seulement égale à: $\frac{n}{2} \cdot \frac{C}{2} + \frac{n}{2} \cdot \frac{C}{3}$ ou $\frac{5}{12}nC$, ce qui apprend qu'une barque descendra dans la Néva, en ne dépensant que les $\frac{5}{12}$ de la quantité d'eau qu'elle exige par la méthode ordinaire.

Il nous reste à chercher quel serait le nombre de barques qu'on pourrait faire passer de cette manière pendant la durée d'un jour.

Soient: t le temps du remplissage ou de la vidange de la moitié de l'un des sas, par les orifices de communication entre le canal et ce sas, ou entre ce même sas et la Néva.

t' le temps qui s'écoulera jusqu'à ce que les sas BD et CH soient arrivés au même niveau VS. Ce temps sera le même que celui qui s'écoulera ensuite jusqu'à ce que les sas BG et AF soient ramenés au même niveau TN.

t'' te temps employé pour remplir le tiers DS du sas extrême CH au moyen de l'eau du canal, ou pour Vider le tiers NZ du sas milieu.

t''' le temps nécessaire pour faire passer au moyen des conduits de communication établis entre les écluses, le moitié de l'eau de l'un des sas extrêmes dans le sas milieu.

Soient encore comme dans les cas précédents :

θ le temps de l'ouverture ou de la fermeture d'une paire de portes busquées ;

$\theta_,$ le temps qui s'écoule pendant l'introduction ou pendant la sortie d'une barque de l'un des sas ;

ν le temps de l'ouverture ou de la fermeture de l'une des Vannes des conduits de communication ménagés dans les parois BF et CG.

On aura d'après la description des manœuvres nécessaires au jeu des écluses :

Pour le passage de 4 barques :

$$t+\theta+\theta_,+\nu+t'+\nu+\nu+t'+\nu+t''+\theta+\theta_,+\nu+t'''+\nu$$
$$+t+\theta+\theta_,+\nu+t'+\nu+\nu+t'+\nu+t''+\theta+\theta_,+\nu+t'''+\nu$$
$$+t+\theta+\theta_,.$$

ou bien :

$$t+2\theta+2\theta_,+6\nu+2t'+t''+t'''$$
$$+t+2\theta+2\theta_,+6\nu+2t'+t''+t'''$$
$$+t+\theta+\theta_,.$$

Ainsi pour un nombre $2n$ de barques, le temps du passage sera égal à :

$$n(t + 2\theta + 2\theta_1 + 6\nu + 2t' + t'' + t''') + t + \theta + \theta_1$$

ou à :

$$(n+1)t + 2nt' + nt'' + nt''' + (2n+1)\theta + (2n+1)\theta_1 + 6n\nu.$$

Mais en continuant de désigner par A' l'aire de chacun des sas, par O', la somme des aires des orifices de communication entre le canal et chacun des sas, ou entre chacun des sas et la Néva, et par O'' la somme des aires des conduits de communication entre deux sas contigus, les calculs effectués antérieurement donnent :

$$t = \frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h} \cdot \frac{\sqrt{2}}{O'},$$

$$t' = \frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h} \cdot \frac{\sqrt{2}}{O''\sqrt{3}},$$

$$t'' = \frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h} \cdot \frac{2}{O'\sqrt{3}},$$

$$t''' = \frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h} \cdot \frac{1}{O''}.$$

Ces valeurs introduites dans l'expression précédente, la rendent égale à :

$$\frac{A'}{\sqrt{2g}}\sqrt{h}\left\{\frac{(n+1)\sqrt{2}}{O'} + \frac{2n\sqrt{2}}{O''\sqrt{3}} + \frac{2n}{O'\sqrt{3}} + \frac{n}{O''}\right\} + (2n+1)(\theta+\theta_1) + 6n\nu.$$

En adoptant les mêmes données numériques que celles qui ont été prises dans le cas de deux écluses, on obtient l'équation :

$$\frac{4367}{3.3.12}\left\{\frac{3(n+1)\sqrt{2}}{2} + \frac{2n\sqrt{6}}{3} + \frac{2n\sqrt{3}}{2} + \frac{3n}{3}\right\} + (2n+1)360 + 360n = 86400,$$

et l'on en déduit : $2n = 129$ environ.

Il suit delà que le nombre de barques qui passerait en un jour par le système de trois écluses contigues, serait le même que celui qu'on ferait passer en n'employant que deux écluses. Seulement, dans ce dernier cas, on n'économise que la moitié de l'eau dépensée par les moyens ordinaires, tandisqu'en faisant usage de trois sas, on épargnerait les $\frac{7}{12}$ de cettte même quantité d'eau, ce qui présenterait un surcroît d'économie de $\frac{1}{12}$.

En construisant un quatrième sas de plus, l'économie dans la dépense de l'eau n'est encore que de moitié, mais on acquiert cet avantage, qu'on peut faire passer chaque jour un nombre de barques double du précédent. Cette considération me semble devoir faire pencher la balance en faveur de ce dernier système, d'autant plus que l'eau dans le canal de Ladoga est encore assez abondante pour que le surcroît d'économie de $\frac{1}{12}$ y soit d'assez peu d'importance.

La discussion qu'on vient de lire, démontre selon moi d'une manière convaincante, que de tous les systèmes qu'on pourrait imaginer pour remplacer les anciennes écluses de Schlisselbourg, le plus avantageux est celui de quatre sas (fig. 19) communiquant deux à deux au moyen de conduits percés dans les bajoyers qui les séparent. Plusieurs observations viennent encore à l'appui de cette conséquence. Tab. XIII.

Il est d'abord constant que les dépenses de construction seront moindres pour les quatre écluses que nous proposons que pour le bassin à deux chambres dont nous avons parlé (fig. 15). Non seulement le radier et les murs auront beaucoup moins d'étendue, mais encore les déblais dans un fond aussi difficile à excaver que celui du canal, seront infiniment moins considérables. Tab. XII.

Le nombre des hommes nécessaires au jeu des quatre écluses, sera d'ailleurs le même que pour les manœuvres du bassin composé de deux chambres.

L'introduction et la sortie des barques s'effectueront d'une manière plus commode, et conséquemment devront produire une nouvelle épargne de temps assez sensible, quoique dans les calculs que nous avons faits, nous n'ayons pas eu égard à cette différence.

Enfin j'ai déjà eu l'occasion de remarquer que le remplissage d'un bassin quelconque en s'opérant avec rapidité, pourrait produire, près des portes d'amont, un abaissement dans le niveau supérieur, assez considérable pour porter quelquefois les barques sur le fond du canal. Cet inconvénient n'existera jamais avec le système des quatre écluses, puisque leur mise en action n'exigera que d'assez petites quantités d'eau, dont l'écoulement dans les sas sera toujours séparé par des intervalles de temps assez marqués, pour que le niveau du canal ne s'abaisse jamais d'une manière sensible dans le voisinage des portes d'écluses.

Je ne doute point que l'épargne d'eau qui doit résulter du mode de construction que je propose pour les nouvelles écluses de Schlisselbourg, ne fasse disparaître à jamais tous les obstacles qui s'opposent maintenant à la libre traversée des barques dans les temps de sécheresse. Je crois même pouvoir assurer, qu'à l'aide de cette innovation, qu'il sera facile d'étendre avec le temps à toutes les issues du canal tant à Nova Ladoga qu'à Schlisselbourg, la quantité d'eau que fournissent les réservoirs actuels sera toujonrs suffisante pour l'entretien de la navigation, quelsque soient les accroissements qu'elle reçoive à l'avenir. Quand les principes généraux dont l'exposition a fait l'objet de ce mémoire, ne seraient susceptibles que de cette seule application, elle me semble d'une assez haute importance pour motiver les développements un peu longs peut-être que j'ai présentés à ce sujet.

LONGITUDE DE CATHÉRINBOURG

DÉTERMINÉE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCULTATION D'*ALDEBARAN*.

PAR

V. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 12 Septembre 1821.

J'ai observé à *Cathérinbourg* deux occultations d'étoiles par la lune, dont une d'*Aldebaran*, du 18 Septembre 1810 *N. St.*, et l'autre de N° 111. ♉ du 24 Janvier 1812. Ces observations sont les suivantes :

Immersion d'*Aldebaran* au bord éclairé de la lune à $14^h47'12'',22$ *tems moyen;* observation très-exacte. L'émersion de cette étoile n'a pas été visible à cause des nuages.

Les nuages n'ayant pas permis d'observer des hauteurs correspondantes du soleil, le tems moyen solaire de cette immersion a été conclu des hauteurs absolues du soleil, dont 15 furent prises le 18 Septembre avant midi, et 5 autres le jour suivant après midi; outre cela ont servi pour cet effet 9 hauteurs absolues de α du *Pegase*, observées le 19 Septembre au soir.

Immersion de N° 111 ♉ au bord obscur de la lune à $7^h51'48'',16$ *t. m.;* je crois cette observation assez exacte, quoique le ciel n'était pas assez sérein. L'émersion de cette étoile du bord éclairé de la lune n'a pu être observée à cause de la petitesse de l'étoile.

Le tems moyen de cette immersion a été determiné par des hauteurs absolues de α du *Lion*; de β des *Gémaux* et de α du *Belier*, observées le 11 et le 12 Janvier au soir.

Comme il n'y a point d'observation correspondante de l'occultation de N° 111.8, on ne pourra pas faire usage de cette occultation pour la détermination de la longitude de *Cathérinbourg*. C'est pourquoi j'ai l'honneur de présenter ici à l'Académie Impériale seulement le calcul de l'occultation d'*Aldebaran*, qui a été observée aussi dans plusieurs Observatoires.

La latitude apparente d'*Aldebaran*, à l'époque de cette occultation, a été $5^{\circ}28'47'',07$ australe. J'ai pris les élémens de la lune des tables lunaires de Mr. *Burckhardt*, et j'ai calculé les parallaxes, comme à l'ordinaire, dans l'hypothèse d'aplatissement de $\frac{1}{308,65}$. Les résultats obtenus se trouvent dans le tableau suivant:

CALCUL

de l'observation faite à Cathérinbourg.

	Immersion
Tems moyen solaire de l'observation	$14^h47'12'',22$
Longitude de *Cathérinbourg*, supposée	3 52 52, 82
Longitude vraie de la lune	$66°51\ 33, 39$
Latitude vraie de la lune	$-4\ 38'\ 0, 75$
Parallaxe équat. de la lune	0 55 39, 99
Demi-diamètre de la lune	0 15 10, 15
Latitude corrigée de *Cathérinbourg*	56 40 2, 2
Parallaxe horizontale de la lune	0 55 32, 41
Ascension droite du zénith	38 59 11, 1
Longitude du zénith	56 40 51, 8
Latitude du zénith	38 57 37, 7
Parallaxe de longitude de la lune	0 7 45, 15
Latitude apparente de la lune	-5 16 41, 74
Demi-diamètre apparent de la lune	0 15 20, 68
Sn	569, 56
SN	1034, 71
m	1873, 10

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et d'*Aldebaran*, à *Cathérinbourg* :

$$\text{de l'Imm.} = 15^h20'20'',87 + 3,121\,ds - 2,458\,d\beta + 1,980\,d\pi \ldots [A]$$

Le calcul des observations correspondantes de cette occultation, faites à *Paris*, à *Gœttingue*, à *Marseille*, à *Mirepoix* et à *Altona*, se trouve déja dans mon mémoire, sur *le diamètre apparent de la lune* (*Mém. de l'Académie*, *Tom. VIII. pag.* 133.). Je rapporterai donc ici seulement les résultats, pour les employer à présent à la détermination de la longitude de *Cathérinbourg*.

Les équations de condition, y designées [A'], [B'] . . . [F'] (*pag.* 145.), étant traitées par la méthode des moindres carres, ont donné à la vérité trois équations finales [*a'*], [*b*], [*c*], peu propres à la détermination des trois corrections ds, $d\beta$ et $d\pi$. Mais comme j'ai trouvé, par deux autres occultations d'*Aldebaran*, pour ds la quantité $0'',45 - 0,10\,d\pi$, et comme je laisse $d\pi$ indéterminée, je deduirai ici la correction $d\beta$ de l'équation finale [*b'*] (*pag.* 145.), formée par rapport à cette correction. Voici cette équation:

$$0 = ds + 1'',829 - 0,439\,d\beta + 0,347\,d\pi\,, \ldots . [b'],$$

qui, après la substitution de la valeur de ds, donne

$$d\beta = 5'',19 + 0,562\,d\pi.$$

Substituons à présent ces valeurs de ds et de $d\beta$ dans l'expression [A], ci-dessus obtenue pour le tems moyen de la conjonction vraie de la lune et d'*Aldebaran*, nous aurons

$\sigma\mathbb{C}*$ à *Cathérinbourg*, de l'Imm. $= 15^h20'9'',53 + 0,287\,d\pi, \ldots$ [A].

Faisons aussi les mêmes substitutions dans les expressions du tems de la conjonction vraie, déduites des observations correspondantes (*Tom. VIII. pag.* 133 — 138.); et réduisons ces tems au méridien de l'observatoire Royal de *Paris*, nous obtiendrons alors:

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et d'Aldebaran, à Paris:

par les observations de *Paris Observ. Roy.* { de l'Imm. $= 11^h27'15'',54 + 0,997\,d\pi$ .. [B]
{ — l'Ém. = - - 14, 33 + 1,041 $d\pi$ .. [C],

par les observations

de *Paris Obs. École mil.* { de l'Imm. $= 11^h 27' 14'',44 + 0,997 d\pi$ .. [D],
– l'Ém. $=$ - - 13, 69 $+ 1,041 d\pi$ .. [E],

- *Gœttingue* . . { de l'Imm. $=$ - - 13, 93 $+ 0,942 d\pi$ .. [F],
– l'Ém. $=$ - - 13, 39 $+ 0,942 d\pi$ .. [G],

- *Mirepoix* . . { de l'Imm, $=$ - - 12, 00 $+ 1,203 d\pi$ .. [H],
– l'Ém. $=$ - - 15, 95 $+ 1,161 d\pi$ .. [I],

- *Marseille* . . { de l'Imm. $=$ - - 12, 93 $+ 1,220 d\pi$ .. [J],
- l'Ém. $=$ - - 14, 69 $+ 1,151 d\pi$ .. [K],

d'*Altona* . . . { de l'Imm. $=$ - - 15, 27 $+ 0,860 d\pi$ .. [L],
- l'Ém. $=$ - - 14, 48 $+ 0,896 d\pi$ .. [M].

En soustrayant ces quantités de la quantité [A], nous obtenons pour la longitude de *Cathérinbourg*, les douze valeurs suivantes :

1) [A] — [B] $= 3^h 52' 53'',99 - 0,710\, d\pi$,
2) [A] — [C] $=$ - - 55, 20 $- 0,754\, d\pi$,
3) [A] — [D] $=$ - - 55, 09 $- 0,710\, d\pi$,
4) [A] — [E] $=$ - - 55, 84 $- 0,754\, d\pi$,
5) [A] — [F] $=$ - - 55, 60 $- 0,655\, d\pi$,
6) [A] — [G] $=$ - - 56, 14 $- 0,655\, d\pi$,
7) [A] — [H] $=$ - - 57, 53 $- 0,916\, d\pi$,
8) [A] — [I] $=$ - - 53, 58 $- 0,874\, d\pi$,
9) [A] — [J] $=$ - - 56, 60 $- 0,933\, d\pi$,
10) [A] — [K] $=$ - - 54, 84 $- 0,804\, d\pi$,
11) [A] — [L] $=$ - - 54, 26 $- 0,573\, d\pi$,
12) [A] — [M] $=$ - - 55, 05 $- 0,609\, d\pi$.

La moyenne en est $= 3^h 52' 55'',32 - 0,751\, d\pi$. Mais si nous excluons les valeurs 7 et 8, qui ne s'accordent pas assez bien, nous aurons la moyenne des dix valeurs restantes

$= 3^h 52' 55'',26 - 0,722\, d\pi$;

et c'est elle que nous adoptons pour la longitude de *Cathérinbourg*.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES À L'OBSERVATOIRE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE WILNA EN 1820 ET 1821. N. S.

PAR

J. SNIADECKI.

Présenté à la Conférence le 12. Sept. 1821.

URANUS, *en 1820 n. s.*

Position de l'étoile de comparaison, tirée du grand catalogue de Piazzi en augmentant AR. *de* $+4''$ *en arc.*

Jour du Mois	Nom de l'étoile	AR. vraie	Déclin. vraie austr.	AR. appar.	Décl. app. austr.
Juin 18.	*b* Ophiuchi	258°51′9″,8	23° 59′ 50″,7	258°51′31″,3	24° 0′ 1″,0

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Déclinais. australes apparentes	Longitudes géocentriq. apparentes	Latitudes géocentriq. apparentes
Juin		266°	23°	266°	— 0°
15.	12ʰ10′12″,2	40′ 4″,6	37′11″,5	56′50″,6	11′24″,0
16.	- 6 8, 5	37 28, 1	37 7, 0	54 25, 4	- 22, 7
17.	- 2 0, 4	34 56. 2	37 0, 2	52 7, 7	- 19, 3
18.	11 57 54, 1	32 24, 7	36 53, 8	49 34, 7	- 16, 6
20.	- 49 41, 2	26 42, 8	36 51, 9	44 35, 4	- 21, 9
24.	- 33 14, 4	16 15, 7	36 41, 8		

Jours du Mois	Longitudes héliocentr. observées	Longitudes héliocentr. tables de Delambre	Différences	Lat. hélioc. austr. observées	Lat. hélioc. austr. tabl de Delambre	Différences	Lieu ♁ lors du passage. Tabl Bureau des longitud	Logarithm. du rayon vecteur ♁
Juin	8ˢ	8ˢ		— 0°	— 0°		8ˢ	
15.	26°49′15″,6	26°48′41″,7	+35″,9	10′48″,8	11′5″,5	—16″,7	24°37′44″,0	0.0069831
16.	- 49 58, 4	- 49 23, 5	+34, 9	- 46, 8	- 8, 1	—19, 3	25 34 49, 4	0,0070118
17.	- 50 47, 8	- 50 5, 3	+42, 5	- 43, 1	- 6, 7	—36, 6	26 31 54, 6	0,0070382
18.	- 51 24, 0	- 50 50, 2	+33, 8	- 41, 1	- 7, 3	—26, 2	27 29 0, 7	0,0070636
20.	- 52 40, 2	- 52 10, 6	+29, 6	- 46, 0	- 8, 5	—22, 5	29 22 48, 9	0,0071067
		Moyenne	+34, 9		Moy.	—21, 6		

☌ ☿ ☉ eut lieu à Wilna en 1820 le 17 Juin n. s. à $20^h0'0'',9$ t. m. astronomique ;

lors de l' ☌ { longitude héliocentrique vraie ☿ et celle de la ☿ $= 8^s26°50'55'',15$; latit. hélioc. vraie austr. ☿ $= -0\ 10\ 45,3$.

ÉCLIPSE DE SOLEIL *en* 1820

le 7 Septembre n. st. tems vrai astronomique à Wilna. Observations interrompues et troublées souvent par les nuages.

Tems vrai astronomique	Distance des cornes	Dist. des cornes en sec. de l'arc	Distance des centres	Tems vrai de ☌ sur l'équateur
$2^h29'\ 47'',76$	Commencement	. . . .	$30'\ 45'',40$	$2^h49'48'',45$
- 49 32, 0	2 pouces $\frac{4}{20}\ \frac{11}{300}$	1194,354	23 25, 76	- 49 38, 70
- 51 25, 9	- 6 5	1214,330	23 7, 49	- 50 51, 90
- 53 24, 0	- 9 1	1288,977	21 58, 256	- 49 34, 53
- 55 8, 1	- 10 8	1322,111	21 24, 854	- 49 49, 30
- 56 49, 1	- 11 17	1358,367	20 46, 26	- 49 42, 8
3^h 0 3, 2	- 14 6	1425,655	19 27, 297	- 49 26, 7
- 2 10, 2	- 15 12	1458,247	18 46, 14	- 49 39, 33
- 4 43, 2	- 17 14	1512,336	17 31, 581	- 48 59, 2
- 6 12, 2	- 18 20	1545,340	16 41, 38	- 48 20, 7
- 7 28, 3	- 18 20	1546,616	16 39, 18	- 49 17, 8
- 9 30, 3	- 19 16	1567,590	16 5, 82	- 49 43, 38
- 11 21, 3	3 pouces $\frac{0}{20}\ \frac{22}{300}$	1599,566	15 10, 601	- 49 11, 10
- 14 12, 4	- 1 5	1609,743	14 51, 368	- 50 47, 9
- 15 5, 4	- 2 16	1646,260	13 40, 012	- 48 14, 8
- 18 27, 4	- 3 6	1662,213	13 5, 85	- 50 19, 4
4^h 13 41, 2	- 5 5	1713,730	10 52, 77	- 49 44, 08
- 15 2, 2	- 4 18	1701,113	11 25, 803	- 49 37, 2
- 16 3, 2	- 4 10	1692,702	11 47, 738	- 49 39, 8
- 20 3, 3	- 2 15	1644,757	13 36, 675	- 48 58, 0
- 21 15, 3	- 2 8	1638,021	13 50, 30	- 49 33, 78
- 22 5, 3	- 1 23	1627,337	14 12, 473	- 49 25, 7
- 23 26, 3	- 1 11	1614,900	14 38, 165	- 49 41, 30
- 24 10, 3	- 0 23	1601,056	15 1, 909	- 49 23, 4
- 25 0, 3	- 0 20	1597,902	15 7, 592	- 49 54, 4
- 25 57, 3	- 0 3	1579,597	15 39, 586	- 49 36, 6
- 27 6, 3	2 pouces $\frac{13}{20}\ \frac{20}{300}$	1571,189	15 53, 646	- 50 2, 0
- 28 27, 4	- 18 14	1538,668	16 46, 237	- 49 20, 2
- 29 32, 4	- 17 22	1521,33	17 12, 54	- 49 20, 4
- 30 13, 4	- 17 7	1504,978	17 36, 559	- 49 1, 5
- 31 43, 4	- 16 17	1489,623	17 58, 335	- 49 36, 4
- 33 1, 4	- 15 19	1465,643	18 31, 09	- 49 32, 4
- 34 7, 4	- 15 7	1452,829	18 47, 768	- 49 55, 9
5^h 2 11, 67	Fin de l'éclipse	. . . .	30 40, 4	- 49 27, 57

Moyenne de 30 observations $2^h 49' 28'',69$ t. v.

$+ 43\ 20$

Conjonction dans l'écliptique à $3\ 32\ 48,\ 69$ t. v.

Les distances des cornes furent mesurées par le micromètre objectif, appliqué à la lunette achromatique de *Dollond*. Les divisions du micromètre furent evaluées par la mesure du diamètre solaire avant et après l'éclipse.

JUPITER *en* 1820.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi en augmentant ses AR *de* $+ 4''$ *en arc.*

pour le	Noms des étoiles	AR. vraie	Décl. austr. vraie	AR. appar.	Décl. austr appar.
11. Septembre 1820 n. s.	β du Verseau	320°31′36″,8	6°21′11″,3	320°31′56″,0	6°21′ 9″,3
	96 du Verseau	347 31 19, 4	6 6 2, 4	347 31 40, 8	6 5 56, 0

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Déclinais. australes apparentes	Longitudes géocentr. apparentes	Latitudes géocentr. apparentes	Lieu ☽ lors du passage. Tabl. du Bur. des longit.	Logarith. du rayon vecteur
Sept	Centre	11^s	—	11^s	—	11^s	
6.	$12^h 17' 43'',4$	20°20′56″,4	5°50′ 4″,5	. . .	. . .	. . .	. . .
8.	- 8 52, 1	20 6 14, 3	5 56 19, 5	18°34′32″,6	1°32′17″,1	16° 7′17″,0	0,0028367
9.	- 4 25, 2	19 58 59, 5	5 59 33, 0	18 26 38, 7	1 32 25, 5	17 4 38, 6	0,0027313
12.	11 51 11, 3	19 36 56, 0	6 9 5, 5	18 2 13, 1	1 32 36, 2	0 0 16, 5	0,0023774
13.	- 46 47, 1	19 29 57, 8	6 12 15, 6	17 55 5, 5	1 32 48, 2	20 58 39, 7	0,0022639
15.	- 37 53, 7	19 14 50, 9	6 18 31, 5	17 38 47. 7	1 32 43. 9	22 55 25, 6	0,0020163
25.	10 53 52, 0	18 4 4, 8	6 48 10, 4				
26.	- 49 29, 9	17 57 30, 7	6 50 56, 8				

Jours du Mois	Longitudes héliocentr. tables de Delambre	Longitudes héliocentr. observées	Différ. en longit.	Latitudes héliocentr. tables de Delambre	Latitudes héliocentr. observées	Différ. en latitude	Long héliocentr. tables de Bouvard	Différ. en longit.	Latitudes géocentr. tables de Bouvard	Différ. en latitude
Sept.	11^s	11^s		—	—		11^s		—	
8.	18° 4′20″,5	18° 4′32″,4	—11″,9	1°13′46″,2	1°13′32″,3	+13″,9	18° 4′51″,7	19″,3	1°13′51″,0	+18″,7
9.	- 9 47, 4	- 9 51, 5	— 4, 1	- 13 47, 9	- 13 43, 9	+ 4, 0	18 10 19, 0	27, 5	1 13 54, 2	+10, 3
12.	- 26 9, 3	- 26 20, 0	—10, 7	- 13 55, 8	- 13 51, 3	+ 4, 5	18 26 40, 0	20, 0	1 14 1, 4	+ 5, 6
13.	- 31 34, 3	- 32 2, 2	—27, 9	- 13 57, 8	- 14 4, 4	— 6, 6	18 32 6, 9	4, 7	1 14 4, 0	— 0, 4
15.	- 42 28, 4	- 42 33, 9	— 5, 5	- 14 3, 3	- 14 7, 9	— 4, 6	18 43 1, 4	27, 5	1 14 9, 2	+ 5, 9
		Moyenne	—12, 0		Moyenne	+ 2, 2	Moyenne	19, 9	Moyenne	+ 8, 2

☌ ☉ (Tables de Delambre corr.) eut lieu à Wilna en 1820 le 10 Septembre n. s. à $17^h 31' 22'',2$. t. m. astronomique;

lors de l'☌ { longitude héliocentrique vraie de 4 et celle de la Terre . . . = 11 18 16 41, 99
latit. héliocentrique vraie 4 = — 1 13 48, 94.

☌ 4 ☉ (Tables de Bouvard corr.) eut lieu à Wilna en 1820 le 10 Septembre n. s. à $17^h31'7'',8$ t. m. astronomique ;

lors de l'☌ { longitude héliocentrique vraie de 4 et celle de la Terre = $11^s18^\circ16'41'',52$
latitude héliocentr. austr. de 4 = — 1 13 48, 85.

Obliquité de l'écliptique = $23^\circ27'55'',5$.

SATURNE, *en* 1820.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi en augmentant ses AR *de* $+4''$ *en arc.*

pour le	Noms des étoiles	AR. vraies.	Décl. austr. vraie	AR. appar.	Décl austr. appar.
3 Octobre 1820 n. s.	6 du Pégase	$322^\circ36'47'',3$	$1^\circ26'38'',0$	$322^\circ37'1'',6$	$1^\circ26'41'',1$
	33 de la Baleine	15 20 3, 1	1 29 24, 9	15 20 23, 5	1 29 36, 0

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Décl. austr. apparentes	Long. géoc. apparentes	Latit. géoc. apparentes	Lieu de la ☿ lors du pas. Tabl. Bur. des longit.	Logarithme du rayon vecteur
Sept.						0^s	
29.	12^h ☌ 5'',9	$10^\circ37'48'',3$	$1^\circ37'10'',0$	$10^\circ24'17'',3$	$2^\circ43'21'',5$	$6^\circ39'56'',9$	0,0002988
Oct.							
1.	11 59 44, 8	10 29 26, 7	1 33 20, 2	10 15 5, 3	2 43 36, 4	8 37 47, 6	0,0000500
2.	- 55 30, 4	10 25 5, 1	1 31 25, 8	10 10 19, 6	2 43 39, 1	9 36 45, 6	9,9999268
4.	- 47 3, 0	10 16 15, 5	1 27 44, 2	10 0 45, 0	2 43 35, 4	11 34 48, 5	9,9996766
5.	- 42 49, 4	10 11 54, 6	1 25 49, 0	9 55 59, 5	2 43 39, 6	12 33 52, 9	9,9995525
11.	- 17 32, 1	9 46 10, 6	1 15 0, 0				
14	- 4 52, 4	9 33 25, 6	1 9 43, 1				
16.	10 56 30, 3	9 25 23, 1	1 6 15, 5				
20.	- 39 39, 7	9 8 58, 7	0 59 37, 8				

Lieux héliocentriques de Saturne.

Jours du Mois	Longitudes héliocentr. tables de Delambre	Longitudes héliocentr. observées	Différ. en longitude	Latit. héliocentr. austr. tables de Delambre	Latit. héliocentr. austr. observées	Différ. en latit.	Longitude héliocentr. tables de Bouvard	Différ. en longit.	Latitude héliocentr. austr. tab. de Bouvard	Différ. en latit.
Sept. 29.	10° 1′25″,2	10° 0′18″,5	+1′ 6″,7	2°26′23″,9	2°26′ 6, 1	+17″,8	10° 0′11″,2	— 7″,3	2°26′13″,2	+7″,1
Oct. 1.	10 5 31, 6	10 4 33, 7	+0 57, 9	2 26 27, 0	2 26 18, 3	+ 8, 7	10 4 22, 9	−10, 8	2 26 15, 6	−2, 7
2.	10 7 36, 6	10. 6 32, 9	+1 3, 7	2 26 27, 4	2 26 16, 2	+11, 2	10 6 25, 3	— 7, 6	2 26 16, 7	+0, 5
4.	10 11 40, 5	10 10 28, 8	+1 11, 7	2 26 29, 5	2 26 18, 2	+11, 3	10 10 31, 6	+ 2, 3	2 26 19, 0	+0, 8
5.	10 13 43, 7	10 12 28, 0	+1 15, 7	2 26 30, 2	2 26 23, 0	+ 7, 2	10 12 34, 9	+ 6, 9	2 26 20, 1	−2, 9
		Moyenne	+1 7, 4		Moyenne	+11,24	Moyenne	— 3, 2	Moyenne	+0,93

☌ ♄ ☉ (Tables de Delambre corr.) eut lieu à Wilna en 1820 le 3 Octobre n. s. à $0^h25'49'',23$ tems moyen astronomique;

lors de l'☌ { longitude héliocentrique vraie de ♄ et celle de la Terre = 10° 7′34″,52
latitude héliocentr. vraie austr. ♄ = — 2 26 16, 37.

☌ ♄ ☉ (Tables de Bouvard corr.) eut lieu à Wilna en 1820 le 3 Octobre n. st. à $0^h25'12''.6$ t. m. astron.

lors de l'☌ { longitude héliocentr. vraie ♄ et ☌ = 10° 7′32″,4
latitude héliocentr. austr. vraie ♄ = — 2 26 16, 34.

Obliquité de l'écliptique 23° 27′ 55″,6.

VESTA *en* 1820 *et* 1821 *n. s.*

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna.	AR. apparentes	Déclinaisons boréales apparentes	Longitudes géocentriques apparentes	Latitudes géocentr. apparentes
1820.		3s.		3s.	
Déc. 31	1h14′57″,31	29° 3′12″,8	22°14′58″,93	26°43′ 7″,4	1°26′30″,8
1821.					
Janv. 4	12 55 19, 4	28 3 50, 18	22 38 4, 08	25 44 49, 8	1 38 43, 5
Févr. 6	10 12 3, 38	19 40 0, 23	25 21 43, 91	17 43 53, 5	3 6 2, 9
10.	9 53 27, 71	18 56 32, 12	25 34 38, 75	17 3 13, 6	3 13 40, 5
11.	- 48 53, 18	18 46 47, 03	25 37 48, 4	16 54 5, 0	3 15 40, 5
13.	- 39 48, 58	18 28 48, 98	25 43 22, 75	16 37 17, 1	3 19 8, 4
14.	- 35 19, 23	18 20 27, 73	25 45 57, 3	16 29 28, 9	3 20 44, 8
18.	- 17 43, 50	17 52 11, 23	25 55 25, 05	16 3 0, 7	3 26 58, 9
19.	- 13 22, 11	17 46 16, 03	25 57 36, 9	15 57 27, 0	3 28 30, 7
20.	- 9 5, 31	17 40 37, 23	25 59 32, 55	15 52 27, 9	3 29 50, 8
21.	- 4 50, 15	17 36 5, 43	26 1 29, 45	15 47 52, 9	3 31 16, 9
22	9 0 37, 31	17 31 43, 73	26 3 19, 2	15 43 45, 8	3 32 35, 7
25.	8 48 9, 0	17 21 39, 03	26 8 15, 9	15 34 10, 0	3 36 25, 4
27.	- 39 59, 00	17 17 29, 33	26 11 14, 0	15 30 5, 9	3 38 55, 6
Mars					
2.	- 28 4, 05	17 14 58, 93	26 14 59, 2	15 27 24, 9	3 42 23, 0
4.	- 21 13, 74	17 15 47, 13	26 16 57, 55	15 27 53, 9	3 44 25, 8
5.	- 16 23, 25	17 16, 51, 76	26 17 36, 4	15 28 46, 9	3 45 11, 3

Jours du Mois	Longitudes héliocentr. observées	Longitudes héliocentr. tables de Daussy	Différ. en longit.	Latit. hélioc. boréales observées	Latit. hélioc. boréales tables de Daussy	Différ. en latitude	Lieu de la Terre lors du passage Tab. Bur. des	Logar. du rayon vecteur des longitudes
1820.	3s.	3s.					3s.	
Déc. 31.	20°22′32″,3	20°23′21″,0	—48″,7	0°53′31″,8	0°53′35″,2	— 3″,4	10°18′48″,3	9,9926612
1821.								
Janv. 4.	21 19 10, 0	21 19 59, 0	—49, 0	1 0 32, 3	1 0 35, 4	— 3, 1	14 22 44, 1	9,9926846
Févr. 6	29 13 14, 2	29 13 18, 3	— 4, 1	1 58 23, 5	1 58 14, 26	+ 9, 3	4s 17 49 1, 6	9,9941765
10.	0 11 7, 1	0 11 27, 6	—20, 5	2 5 22, 0	2 5 10, 99	+11, 1	21 51 2, 4	9,9941856
11.	0 25 34, 3	0 26 0, 7	—26, 4	2 7 14, 2	2 6 53, 39	+17, 9	22 51 28, 7	9,9943694
13.	0 54 39, 5	0 55 8, 1	—28, 8	2 10 42, 5	2 10 25, 15	+17, 4	24 52 15, 6	9,9947341
14.	1 9 10, 5	1 9 43, 8	—33, 3	2 12 24, 0	2 12 10, 24	+13, 8	25 52 36, 9	9,9948241
18.	2 7 32, 4	2 8 0, 3	—27, 9	2 19 18, 4	2 19 7, 13	+11, 3	29 53 46, 9	9,9951969
19.	2 22 6, 2	2 22 33, 8	—27, 6	2 21 4, 8	2 20 50, 66	+14, 2	5s 0°54 0, 6	9,9952975
20.	2 36 45, 1	2 37 18, 4	—33, 3	2 22 44, 7	2 22 34, 55	+10, 2	1 54 12, 7	9,9954006
21.	2 51 22, 6	2 51 56, 0	—33, 4	2 24 30, 2	2 24 14, 7	+15, 5	2 54 23, 8	9,9955047
22.	3 6 0, 9	3 6 33, 9	—33, 0	2 26 12, 2	2 26 2, 4	+ 9, 8	3 54 33, 6	9,9956111
25.	3 49 58, 7	3 50 31, 2	—32, 5	2 31 22, 3	2 31 13, 54	+ 8, 8	6 54 54, 6	9,9959284
27	4 19 17, 1	4 20 10, 6	—53, 5	2 34 54, 2	2 34 32, 38	+21, 9	8 55 1, 5	9,9961523
Mars								
2	5 3 14, 2	5 3 56, 9	—42, 7	2 40 9, 8	2 39 52, 24	+17, 6	11 55 1, 7	9,9964829
4.	5 32 36, 4	5 33 21, 5	—45, 1	2 43 35, 3	2 43 18, 13	+17, 2	13 54 56, 0	9,9967128
5.	5 47 14, 7	5 48 9, 0	—54, 3	2 45 3, 3	2 45 1, 85	+ 1, 5	14 54 46, 9	9,9968277
		Moyenne	—34, 9		Moyenne	+11, 2		

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi en augmentant ses AR *de* $+ 4''$ *en arc.*

pour 1820. n. s.	Noms des étoiles	AR. vraies	Décl. bor. vr.	AR. appar.	Décl. bor. appar.
4 Janvier	B Gémeaux	114°27′35″,8	23°31′36″,13	114°28′ 2″, 8	23°31′40″,13
15 Février	A Gémeaux	108 8 28, 0	25 23 9, 3	108 8 51, 27	25 23 16, 21
15 Février	n Gémeaux	105 56 11, 5	25 11 13, 9	105 56 34, 13	25 11 21, 2

CÉRES *en* 1821.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi en augmentant ses AR *de* $+ 4''$ *en arc.*

Noms des étoiles	AR. vraies	Décl. austr. vraies	AR. appar.	Décl austr. appar.
η Ophiuchi	255° 1′59″,38	15°29′40″,73	255° 2′23″,84	15°29′55″,61
η Balance	233 30 32, 08	15 5 38, 44	233 30 56, 64	15 5 51, 40

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Déclinaisons australes apparentes	Longitudes géocentriques apparentes	Latitudes géoc. bor. apparentes
1821.		8ˢ	—	8ˢ	+
Mai					
9.	1ʰ 3′ 3″,5	3°12′ 4″,50	14°42′39″,60	3°58′25″,7	6°21′47″,7
11.	12 53 29, 9	2 46 38, 84	14 44 1, 41	3 34 20, 9	6 15 58, 7
13.	– 43 50, 9	2 19 47, 84	14 44 43, 91	3 8 48, 5	6 10 29, 4
15.	– 34 9, 8	1 52 22, 34	14 46 0, 31	2 42 50, 9	6 4 16, 1
18.	– 19 35, 0	1 10 31, 34	14 48 6, 86	2 3 18, 9	5 54 23, 8
19.	– 14 43, 2	0 56 23, 84	14 48 26, 01	1 49 54, 5	5 51 31, 0
21.	– 4 58, 0	0 28 4, 34	14 50 12, 21	1 23 16, 0	5 44 20, 3
22.	11 59 54, 8	0 13 43, 34	14 50 55, 46	1 9 41, 3	5 40 58, 6
		7ˢ			
23.	– 55 11, 6	29 59 21, 00	14 51 42, 55	0 56 13,	5 37 25, 5
				7ˢ	
31.	– 16 18, 6	28 7 37, 14	14 59 49, 70	29 11 46, 9	5 7 16, 8
Juin					
1.	– 11 28, 3	27 54 1, 14	15 1 1, 55	28 59 8, 9	5 3 19, 6
2.	– 6 39, 2	27 40 41, 64	15 2 20, 80	28 46 48, 4	4 59 17, 6
6.	10 47 29, 2	26 48 56, 64	15 7 48, 40	27 59 1, 9	4 43 9, 7
7.	– 42 43, 6	26 36 26, 64	. . . .	. . . .	. . . .
11.	– 23 50, 7	25 48 59, 64	15 16 19, 40	27 4 13, 4	4 22 2, 1
14.	– 9 52, 1	25 16 13, 14	15 22 17, 50	26 34 48, 3	4 9 5, 1
16.	– 0 39, 1	24 55 52, 14	15 26 9, 85	26 16 32, 6	4 0 50, 0

☌ ☿ ☉ eut lieu à Wilna en 1821 le 22 Mai n. st. à 6ʰ49′30″,5 tems moyen astronomique ;

lors de l'☌ { long. géoc. ☿ et celle de la Terre = 8ˢ1°12′39″,10
{ latitude géocentr. ☿ . . . . = 5 4 0 14, 97

PALLAS *en* 1821.

Positions des étoiles de comparaison, tirées du grand catalogue de Piazzi en augmentant ses AR *de* $+4''$ *en arc.*

pour le	Noms des étoiles	AR. vraies	Décl. bor. vr.	AR. appar.	Décl. bor. appar.
15 Mai 1821 n. st.	π Serpent	238°38′55″, 3	23°18′27″,73	238°39′22″,8	23°18′14″,75
	δ Hercule	256 55 24, 55	25 3 31, 59	256 55 49, 84	25 3 15, 77
	δ Cour. bor.	235 31 36, 08	26 37 22, 59	235 32 4, 57	26 37 10, 29

Positions de la Planète.

Jours du Mois	Tems moyen du passage à Wilna	AR. apparentes	Décl. bor. apparentes	Long. géoc. apparentes	Latitudes géoc. apparentes
Mai		8ˢ		8ˢ	
6.	1ʰ38′ 0″,3	9° 0′25″,2	23°52′26″,75	2°13′25″,8	45°20′ 0″,7
7.	- 33 21, 0	8 49 28, 8	24 1 34, 90	1 56 50, 3	45 26 50, 2
8.	- 28 40, 7	8 38 22, 8	24 10 40, 25	1 40 0, 1	45 33 42, 4
9.	- 24 0, 8	8 27 19, 84	24 19 22, 07	1 23 20, 6	45 40 1, 1
11.	- 14 36, 8	8 4 15, 34	24 35 53, 62	0 48 54, 4	45 51 50, 7
13.	- 5 10, 0	7 40 25, 84	24 52 23, 02	0 13 20, 3	46 3 16, 2
				7ˢ	
15.	12 55 41, 1	7 16 4, 84	25 5 9, 37	29 38 16, 6	46 10 43, 8
18.	- 41 24, 7	6 38 49, 84	25 23 55, 02	28 44 40, 2	46 21 33, 6
19.	- 36 38, 4	6 26 6, 34	25 29 20, 22	28 26 38, 5	46 24 9, 3
21.	- 27 4, 8	6 0 42, 34	25 39 35, 87	27 50 51, 0	46 28 50, 0
22.	- 22 7, 4	5 47 48, 34	25 44 25, 12	27 32 47, 3	46 30 45, 9
31.	11 39 15, 2	3 52 43, 57	26 9 32, 14	24 58 5, 5	46 29 40, 0
Juin					
1.	- 34 29, 1	3 40 9, 07	26 10 50, 79	24 41 45, 7	46 28 2, 7
2.	- 29 43, 5	3 27 45, 07	26 11 44, 39	24 25 49, 1	46 26 2, 9
7.	- 6 3, 4	2 27 24, 07	26 10 35, 34	23 10 35, 8	46 10 44, 6

☍ ☿ ☉ eut lieu à Wilna en 1821 le 19 Mai n. st. à $10^h23'26''$,3 tems moyen astronomique.

Longitude géocentrique ☿ et celle de la Terre = $7^s28^\circ28'18''$,89
latitude géocentrique ☿ boréale . . . . = 46 23 54, 85.

OCCULTATIONS D'ETOILES.

et éclipses des satellites de Jupiter en 1820 *n. s.*

Le 20 Févr. Imm. de *f* Pléïades (*Atlas*)
dans la partie obscure de la ☽ à $5^h26'17''$,7 t. v. à Wilna

	Em. de la même étoile, de la partie éclairée de la ☽	à	$6^h 32' 57'',0$ t. v.
	Durée de l'occultation . . .		1 6 39, 3 t. v.
Le 23 Avr.	Imm. de λ du Lion, dans la partie obscure de la ☽	à	8 58 14,31 t. v.
	Emersion manquée.		
Le 29 Sept.	Emersion du 2 Satellite de 4	à	10 21 26,7 t. v.
Le 2 Oct.	Emersion du 3 Satellite de 4	à	11 38 52, 93 t. v.
Le 31 Oct.	Emersion du 2 Satellite de 4	à	9 49 54 t. v.
Le 3 Déc.	Emersion du 1 Satellite de 4	à	6 15 29, 8 t. v.
Le 20 Déc.	Immersion du 3 Satellite de 4	à	4 54 22, 9 t. v.

DE QUADRATURA SUPERFICIERUM CURVARUM.

AUCTORE

F. T. SCHUBERTO.

Conventui exhib. die 9. Januarii 1822.

§. 1. Superficie curva quacunque proposita, ejusque natura descripta ope aequationis $u = 0$ inter ternas coordinatas orthogonales, x, y, z, constat, quadraturam superficiei, quam denotabimus litera S, aequalem esse spatio, quod reperitur bis integrando formulam differentio-differentialem $\partial x \partial y \sqrt{\{1 + (\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2\}}$, semel quidem ratione tantum habita variabilitatis ordinatae y, deinde abscissae tantummodo x, aut vice versa; quae propositio exprimitur aequatione $S = \int \partial x \int \partial y . \sqrt{\{1 + (\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2\}}$, seu $\partial\partial S = \partial x \partial y . \sqrt{\{1 + (\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2\}}$. Aequatione $u = 0$ differentiata nanciscemur

$$(\tfrac{\partial z}{\partial x}) = p, \quad (\tfrac{\partial z}{\partial y}) = q,$$

unde binae aequationes modo expositae abibunt in sequentes:

(A) .... $S = \int \partial x \int \partial y . \sqrt{(1 + p^2 + q^2)}$, (B) .... $\partial\partial S = \partial x \partial y . \sqrt{(1 + p^2 + q^2)}$.

Propositio ista prorsum princeps, qua superficierum curvarum quadratura in universum nititur, plerumque evincitur argumentis tam fusis longisque, ut operam haud inutilem daturus videar, si succinctam atque simplicem proferam demonstrationem. Quem in finem opus erit, ut brevem demonstrationis solitae enarrationem praemittam.

§. 2. Puncto M (Fig. 1.) in superficie curva dato per ternas coordinatas, $AB = x$, $BM' = y$, $M'M = z$, quarum incrementa sint Tab. VI. Fig. 1.

evanescentia, $Mm = \partial x$, $Mn = \partial y$, $np = \partial z$; impleto quadrilatero rectangulo MmnN, ac demissis perpendicularibus

$$MM' = mm' = nn' = NN' = z,$$

in planum coordinatarum x, y, habebis rectangula MN, $M'N'$, sibi invicem similia atque aequalia. De puncto M extensis lineis rectis Mx, My, quae tangant superficiem curvam vel potius arcus ejus in planis Mm' et Mn' sitos, occurrantque rectis $m'm$ et $n'n$ in punctis x et y, planum xMy secetur a linea $N'N$ producta in puncto Z; eritque $xMyZ$ planum tangens superficiem curvam in puncto M, ideoque parallelogrammum $xMyZ$ substituere licet pro particula superficiei curvae, circumscripta planis Mm', Mn', Nn', Nm', sive illa parte quae respondet incrementis ∂x, ∂y, ∂z, h. e. particula $\partial\partial S$. Designato itaque litera P parallelogrammo $xMyZ$, orietur aequatio

$$(C) \quad \ldots \quad \partial\partial S = P;$$

quae per se evidens nulla eget demonstratione. Quemadmodum enim linea tangens pro arcu, sic et planum tangens in locum superficiei recte substituitur. Omnis itaque res huc redit, ut inveniatur spatium seu superficies parallelogrammi P.

§. 3. Argumentandi rationem, qua Geometrae spatium P definire solent, breviter jam exponemus. Fieri id solet ope projectionum parallelogrammi P in tria plana binarum coordinatarum, x et y, x et z, y et z, quae ad invicem sunt perpendicularia (*). Projectionem primam in planum $M'N'$ coordinatarum x et y, esse rectangulum MN seu $M'N'$, evidens est. Ducta nz, parallela lineae Mx, orietur altera projectio in planum nN', parallelogrammum scilicet $nyZz$. Demissa denique normali yy ad lineam NZ, parallelogrammum $mxZy'$ erit projectio tertia in planum mN'. Constat autem esse

$$(D) \quad \ldots \quad \begin{cases} Mm = nN = \partial x, \quad Mn = mN = \partial y, \\ \text{tang } mMx = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = p, \quad \text{tang } nMy = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = q, \end{cases}$$

(*) Vide *Traité du Calc. Diff. et Int. par Lacroix*, T. II. *pag.* 198. *Essais de Géom. sur les surf. courbes, par Lacroix pag.* 46 — 49.

unde sequitur

$$(E) \ldots mx = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) Mm = p\partial x, \quad ny = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) Mn = q\partial y.$$

Quodsi itaque ternae istae projectiones parallelogrammi P designentur literis P, P′, P″, erunt P′, P″, P‴, parallelogramma, quorum bases et altitudines sunt Mm et Mn, ny et nN, mx et mN. Substitutis itaque valoribus (D) (E), sequentes adipiscimur aequationes:

$$(F) \ldots P' = \partial x \partial y, \quad P'' = q\partial \cdot \partial y, \quad P''' = p\partial x \partial y.$$

Cognitis autem ternis projectionibus, P′, P″, P‴, superficies ipsa P inde elicitur ope Lemmatum sequentium.

§. 4. I. Nuncupatis α, β, γ, plani cujuslibet inclinationibus ad terna plana, quae sibi invicem perpendicularia sint, erit

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Theorematis hujus demonstrationem facillimam praetereo.

II. Trapezii MNPQ (Fig. 2.) binis lateribus parallelis MN, QP, prolongatis, actaque in ea perpendiculari AGHC, per quam ducatur planum quodvis ACB, cujus inclinatio ad planum trapezii ACD sit $= \alpha$: superficies projectionis trapezii (T′) in planum ACB, ad superficiem ipsius trapezii (T) eandem habet rationem quam $\cos\alpha$ habet ad sinum totum. Tab. VI. Fig. 2.

Demonstr. Demissis in planum ACB normalibus MM′, NN′, PP′, QQ′, junctis M′N′, Q′P′, iisque protractis donec lineae AC in punctis G, H, occurrant; erit MGM′ = QHQ′ = α, atque projectio M′N′P′Q′ = T′ erit trapezium ejusdem altitudinis GH, quae est trapezii MNPQ = T; unde sequitur

$$T' : T = M'N' + P'Q' : MN + PQ.$$

At M′G = MG cos α, N′G = NG cos α, Q′H = QH cos α, P′H = PH cos α, ideoque M′N′ = MN cos α, P′Q′ = PQ cos α; quibus valoribus substitutis in proportione praecedente, nanciscimur

$$T' : T = \cos\alpha : 1, \text{ seu } T' = T \cos\alpha.$$

III. Superficies trianguli (Δ) ad superficiem suae projectionis in planum quodcunque, eandem habet rationem, quam sinus totus habet ad cosinum inclinationis (α) hujus plani ad planum trianguli.

Tab. VI. Fig. 3.

Demonstr. Ad communem sectionem AC (Fig. 3.) planorum trianguli $MNP = \Delta$ ejusque projectionis demissis normalibus MG, PH, per punctum N ducatur linea ENF parallela lateri MP, unde nascetur parallelogrammum MPFE, cujus superficies $T = 2\Delta$, iisdem subjectum conditionibus ac trapezium MNPQ (II). Projectionibus parallelogrammi T atque trianguli Δ nuncupatis T' et Δ', itidem erit $T' = 2\Delta'$, ideoque $\Delta' : \Delta = T' : T$. Verum $T' : T = \cos\alpha : 1$, per propositionem II; unde sequitur

III. $\Delta' : \Delta = \cos\alpha : 1$, seu $\Delta' = \Delta \cos\alpha$.

Quare quum figura quaelibet rectilinea ope diagonalium in triangula possit resolvi, idem quod de triangulis, dicendum quoque erit de figuris quibuscunque rectilineis, unde sequitur propositio

IV. Figurae planae ac rectilineae projectio est ad figuram ipsam, ut cosinus inclinationis plani figurae ad planum projectionis est ad sinum totum; quam quidem propositionem ita describemus:

IV. $P' = P \cos\alpha$.

Si jam, ut supra, concipiamus figuram quamvis rectilineam P, projectam in terna plana perpendicularia ad invicem, at inclinata ad planum figurae P angulis α, β, γ, ternarum projectionum superficies erunt, per propositionem IV,

$$P' = P\cos\alpha, \quad P'' = P\cos\beta, \quad P''' = P\cos\gamma,$$

ideoque

$$P'^2 + P''^2 + P'''^2 = P^2(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma).$$

Verum $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, per propositionem I; ergo

$$P'^2 + P''^2 + P'''^2 = P^2, \text{ sive } V. \quad P = \sqrt{(P'^2 + P''^2 + P'''^2)}.$$

§. 5. Substitutis in locum superficierum P′, P″, P‴, valoribus earum supra erutis (F) (§. 3.), adipiscemur aequationem

$$(G) \ldots \ldots P = \partial x \, \partial y \sqrt{(1 + p^2 + q^2)},$$

unde ob $P = \partial\partial s$ (C) (§. 2.), provenient aequationes (B) et (A) (§. 1.). Non diffitendum est, demonstrationem hanc justo esse longiorem; quod tanto magis mirum videtur, quanto facilius probatur, differentiale quantitatis solidae seu cubicae esse $= z\partial x\partial y$. Sed cunctis istis ambagibus, per quas ad aequationes (B) (A) pervenimus, supersedere possumus.

§. 6. Fingamus triangulum sphaericum (Fig. 1.), cujus basis seu tertium latus sit angulus $xMy = \Phi$, vertex in linea M′M producta, quae plano mMn est perpendicularis, centro sphaerae supposito in puncto M. Hinc patet, duo reliqua trianguli latera esse arcus $90° - mMx = a$ et $90° - nMy = b$, angulumque interceptum fore $mMn = 90°$; unde sponte fluit aequatio

Tab. VI. Fig. 1.

$$\cos\Phi = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos mMn = \cos a \cos b,$$

seu

$$(a) \ldots \ldots \cos\Phi = \sin mMx. \sin nMy.$$

Sed $\text{tang } mMx = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = p$, $\text{tang } nMy = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = q$ (§. 3.), unde fit

$$\sin mMx = \frac{p}{\sqrt{(1+p^2)}}, \quad \sin nMy = \frac{q}{\sqrt{(1+q^2)}},$$

et per aequationem (a),

$$\cos^2\Phi = \frac{p^2 q^2}{(1+p^2)(1+q^2)},$$

ideoque $\sin^2\Phi = \frac{1+p^2+q^2}{(1+p^2)(1+q^2)}$, sive

$$(b) \ldots \ldots \sin\Phi = \frac{\sqrt{(1+p^2+q^2)}}{\sqrt{(1+p^2)} \cdot \sqrt{(1+q^2)}};$$

Parallelogrammi $xMyZ = P$ superficies aequalis est rectangulo, cujus basis Mx, et altitudo $My \cdot \sin\Phi$, unde ob

$mx = p\partial x$, $ny = q\partial y$, $Mx = \partial x \cdot \sqrt{(1+p^2)}$, $My = \partial y \cdot \sqrt{(1+q^2)}$, sequitur

$$P = \partial x \partial y \cdot \sqrt{(1+p^2)} \cdot \sqrt{(1+q^2)} \cdot \sin\Phi ;$$

ubi substituto valore sinus Φ, quem praebet aequatio (b), fiet P seu

$$\partial\partial S = \partial x \partial y \cdot \sqrt{(1+p^2+q^2)} \ldots . \text{(B)}.$$ Q. E. D.

II.

SECTION

DES

SCIENCES PHYSIQUES.

ICHNEUMONIDEA

INSECTA HYMENOPTERA,

ILLUSTRATA A

C. P. THUNBERG.

(Continuatio.)

Conventui exhibuit die 6. Novembr. 1811.

PARS II.

Pisorius. Ichneumon pisorius. *Fabric.* Piezat. pag. 59.

lutorius. Ichneumon lutorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

meritorius. Bassus meritorius. *Fabric.* Piezat. p. 95.

serratorius. Cryptus serratorius. *Fabric.* Piezat. p. 74.

punctatorius. Cryptus punctatorius. *Fabric.* Piez. p. 73.

sponsatorius. Ichneumon sponsatorius. *Fabric.* Piez. p. 59.

assertorius. Cryptus assertorius. *Fabric.* Piezat. p. 76.

curvatorius. Bassus curvatorius. *Fabric.* Piezat. p. 96.

flavatorius. Bassus flavatorius. *Fabric.* Piez. p. 95. non Ichneumon flavatorius. ibid. p. 63.

Ex hisce *habitant* in Svecia: pisorius, assertorius, circum Upsaliam et alibi.

latorius. *Habitat* in Svecia.

Inter maximos hujus generis, magnitudine omnino I. *Grossorii*, cui et valde similis.

Antennarum inferior pars maxima ferruginea apice nigro.

Os, latera capitis lineaeque oculares ferrugineae.

Thorax et pectus nigra, linea ante et punctum oblongum sub alis ferruginea.

Scutellum et lineola pone scutellum flava.

Abdominis petiolus; segmenta 4, 5, 6 nigra immaculata: 1, 2, 3 flava.

Pedes rufi femoribus posticis medio nigris, intermediis subtus macula nigra.

Alae lutescentes, nervosae.

imitatorius. Cryptus imitatorius. *Fabric.* Piez. p. 73.

gyratorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Mediocris magnitudinis.

Antennae nigrae fascia in medio alba.

Caput nigrum ore lineaque ocularis rubris.

Thorax cum pectore niger, linea subalari scutelloque trigono flavo.

Abdominis petiolus et quatuor prima segmenta rufa, reliqua nigra immaculata.

Pedes rufi femoribus posticis nigris basi rufa.

vibratorius. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, unguicularis, statura et similitudine I. *oli-torii*, valde tamen diversus.

Antennae filiformes, porrectae, nigrae annulo medio lato niveo, corporis longitudine.

Caput nigrum maxillis piceis.

Thorax cum pectore ater linea et punctis duobus utrinque ante et sub basi alarum.

Scutellum quadratum, luteum.

Abdomen rufum totum, ano nigro absque gutta.

Pedes rufi, posticorum tarsis fuscis.

deceptorius. *Habitat* in Svecia.

haemorrhoidarius. *Habitat* in Vestmannia Sveciae. Dr. *Hall.*

Magnitudo, statura et summa similitudo I. *sarcitorii;* ano tamen non albo fasciato, sed rufo.

Variat α. pedibus totis rufis.
β. femoribus nigris.

incertorius. *Omnino* similis I. *culpatorio Fabricii*, sed huic thorax maculatus.

Ichneumon culpatorius *Linnaei* omnino esse videtur; sed certo hoc afirmari non potest, cum in Fauna Svecica p. 398. nulla occurrat ejus descriptio.

exspectatorius. Ichneumon exspectatorius. *Fabric.* Piez. p. 59.

frictorius. Ichneumon frictorius. *Fabric.* Piezat. p. 58.

ferrugatorius. Cryptus ferrugatorius. *Fabric.* Piez p. 76.

olitorius. Cryptus olitorius. *Fabric.* Piezat. p. 71.

sarcitorius. Ichneumon sarcitorius. *Fabric.* Piez. p. 56.

natatorius. Ichneumon natatorius. *Fabric.* Piez. p. 57.

crispatorius. Ichneumon crispatorius. *Fabric.* Piez. p. 56.

grossorius. Ichneumon grossorius. *Fabric.* Piez. p. 57.

affirmatorius. *Habitat* in Svecia juxta Upsaliam.

Magnitudine media, seu I. *ambulatorii*, cui valde similis et affinis.

Antennae nigrae fascia rufescente, corpore triplo breviores.

Caput, thorax, pectus nigra.

Macula subalaris scutellumque trigonum truncatum flavum.

Abdominis petiolus, 3, 4, 5, 6 segmenta atra glabra: 1 et 2 rufa margine superiori et inferiori nigris. In segmentis 3, 4, 5, 6 margo inferior cingulo albo notatur.

Pedes rufi femoribus posticis tibiarumque apice nigris.

gradatarius. *Habitat* prope Upsaliam in Svecia.

Inter majores numerandus, magnitudine aequat I. *Pisorio*.

Antennae nigrae medio annulo albo, corpore breviores.

Caput, thorax, abdominis apex, femora nigra.

Thoracis linea sub scutello et scutellum triangulare flava.

Petiolus et primum segmentum sulcata, nigra.

Abdominis segmenta 2 et 3 flava, nigroobfuscata; reliqua atra; 5, 6 et 7 alboguttata.

Tibiae pallidae, apice nigrae tarsis pallidis.

quadriguttorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Affinis valde I. *gradatorio*, sed minor et duplo angustior.

Antennae nigrae annulo medio albo, corpore dimidio breviores.

Caput, thorax, pectus, basis et apex abdominis, femoraque postica nigra.

Linea subalaris et scutellum trigonum flava.

Abdominis petiolus; segmenta 3, 4, 5, 6, 7 atra glabra: 1 et 2 rufa: reliqua alboguttata.

Pedes rufi femoribus posticis apiceque tibiarum nigris.

Tibiae piceae.

ambulatorius. Ichneumon ambulatorius. *Fabric.* Piez. p. 58. *Habitat* in Anglia et in Svecia.

sulphuratorius. Bassus sulphuratorius. *Fabric.* Piez. p. 95.

narratorius. Cryptus narratorius. *Fabric.* Piez. p. 76.

spinatorius. Cryptus spinatorius. *Fabric.* Piezat. p. 74.

pulcratorius. *Habitat* in Gviana Americes.

E minimis et ornatissimis, magnitudine dupla pediculi.

Antennae subfiliformes, porrectae, nigrae cingulo in superiori latere albo, corporis longitudine.

Oculi, caput, thorax antice et abdomen nigra.

Maxillae, labium, puncta duo lateralia et lineae oculares luteae.

Thorax in margine antico utrinque, ante basin alarum utrinque lineae duae scutellumque minimum lutea. Postice thorax rufus cum spina utrinque apicis lutea.

Abdomen petiolatum, atrum: in apice petioli gutta alba. Segmenta 1 et 2 margine alba; 3 basi et anus rufa.

Pedes rufi tibiis posticis basi albis, apice nigris.

triplicatorius. *Habitat* in Svecia.

Minor mediocribus, vix semipollicaris.

Antennae filiformi-setaceae, porrectae, nigrae bulbis baseos flavescentibus et annulo ante medium albo, longitudine corporis.

Caput nigrum, ore labio lineisque frontalibus ocularibusque luteis.

Thorax, pectus, abdomen nigra.

Linea thoracis ante alas et punctum in basi alarum, scutellum cum fasciola subjecta flava.

Abdomen basi seu apex petioli macula lutea; 1, 2, 3 segmenta margine rufa cum fascia marginali lutea; reliqua nigra margine postico obselete rufo.

Pedes toti rufi, posticorum tibiis apice nigris et tarsis albidis.

In *Svecia* habitant F. *olitorius*, *sarcitorius*, *crispatorius*, *grossorius*.

Obsoletorius. Ichneumon obsoletorius. *Fabric.* Piez. p. 59.

Femoratorius. *Habitat* in Svecia.

E minoribus, vix duas lineas longus seu ungvicularis.

Antennae nigrae annulo albo, filiformes, revolutae, capite parum longiores, thoracis vix dimidia longitudine.

Caput, thorax cum pectore, abdomen atra.

Lineae in thorace ante et sub alis albidae.

Scutellum nigrum punctis duobus minutis albis.

Anus seu ultima duo segmenta nivea.

Pedes rufi. *Femora* postica crassiora tibiis elongatis fuscis.

Tetraguttorius. *Habitat* in Svecia.

Duplo major I. *guttatorio*, totus ater, annulo antennarum, maculis thoracis subalaribus scutelloque flavis.

Pedes rufi tarsis posticis fuscis.

Similis quidem I. *quadriguttorio;* sed huic abdomen totum nigrum, nec basi rufum.

Guttatorius. *Habitat* hinc inde in Svecia.

Valde affinis et similis I. *biguttorio*, sed multum distinctus, ejusdem magnitudinis, totusque ater.

Caput nigrum maxillis, macula labii lunata, frontisque macula trifida, litteram M referente flavis.

Thoracis linea ante et punctum in basi alarum, scutellumque quadratum flavum.

In abdominis secundo segmento ad utrumque latus et basin gutta alba.

Pedes toti rufi apice tibiarum tarsisque nigris.

irroratorius. Cryptus irroratorius. *Fabric.* Piez. p. 72.

interruptorius. Ichneumon interruptorius. *Fabric.* Piez. p. 57.

oratorius. Ichneumon oratorius. *Fabric.* Piez. p. 58.

tarsatorius. Cryptus tarsatorius. *Fabric.* Piez. p. 73.

glaucatorius. Ichneumon glaucatorius *Fabric* Piez. p. 57.

albatorius. Ichneumon albatorius. *Fabric.* Piez p. 58.

infractorius. Ichneumon infractorius. *Fabric.* Piez. p. 58.

nutatorius. Cryptus nutatorius. *Fabric.* Piezat. p. 71.

praecatorius. Cryptus praecatorius. *Fabric.* Piezat. p. 72.

dentatorius. Cryptus dentatorius. *Fabric.* Piez. p. 74.

elegantorius. Cryptus elegantorius. *Fabric.* Piez. p. 75.

biguttorius. Ichneumon nigrator. *Fabric.* Piezat p. 65.

Habitat in Uplandia Sveciae et alibi.

Mediocris magnitudinis, totus ater, praeter annulum antennarum, quatuor lineas thoracis ante et sub alis, et ad latera suctelli lineas duas albas.

desinatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, pollicaris, ater, valde similis I. *biguttorio.*

Antennae filiformes apice acuto, nigrae annulo medio lato albo, spirales, longitudine capitis thoracisque.

Caput atrum linea oculari alba.

Thorax ater linea antica et subalari nivea.

Scutellum atrum, apice albo fasciatum.

Abdomen oblongum, convexum, incurvatum, acutum, atrum, immaculatum.

Pedes omnes et toti atri tibiis annulo niveo, in posticis latiori.

calcatorius. *Habitat* in Svecia.

Similis magnitudine et statura I. *biguttorio.*

Antennae filiformi-setaceae, porrectae, annulo in medio niveo subtus linea nigra interrupto, corpore paulo breviores.

Linea ocularis alba.

Thoracis linea antica, subalaris, punctumque subalare nivea.

Scutellum album cum fascia subjacente.

Abdomen totum atrum basi petioli alba.

Pedes nigri tibiis omnibus annulo albo, tarsisque posticorum albo nigroque annulatis.

fuscatorius. Ichneumon nigrator? *Fabric.* Piezat p. 65.

vinulatorius. *Habitat* in Svecia et Germania.

Inter majores, non tamen maximos hicce erit numerandus.

Antennae porrectae, nigrae in medio annulo latiori albo, corporis longitudine seu pollicares.

Caput atrum maculis pluribus flavis: duae supra labium, duae ad latera, unica in media fronte, et binae in basi antennarum.

Palpi flavi et maxillae apice luteae.

Thorax, pectus et abdomen atra maculis utrinque duabus flavis et subtus in pectore macula flava.

Scutellum trigonum, flavum.

Pedes toti rufi, posticorum femorum basi tantum nigra.

militarius. *Habitat* in Vestmannia Sveciae.

Magnitudo, statura et summa similitudo I. *biguttorii*, totus ater annulo antennarum, tibiis basi et scutello toto flavo.

solitarius. *Habitat* in Svecia et Germania.

Summa affinitas et similitudo cum prioribus, pollicaris.

Antennae subfiliformes, spirales, medio albo-annulatae, corpore duplo breviores.

Caput atrum linea oculari obsoleta.

Thorax ante et sub alis puncto parvo albo utrinque.

Abdomen oblongum, atrum, immaculatum.

Scutellum album macula quadrata.

Pedes toti et omnes nigri, immaculati.

armatorius. Cryptus armatorius. *Fabric.* Piezat. p. 71.

Habitat in Svecia.

adpressorius. *Habitat* in Svecia in Vestmannia.

Minores inter numerandus, unguicularis.

Antennae filiformes, revolutae, nigrae annulo albo, corpore duplo fere breviores.

Caput, palpi, thorax, pectus, basis femorum nigra, immaculata.

Scutellum flavum.

Abdomen petiolatum, compressum, falcatum, totum rufum.

Aculeus niger, abdomine quadruplo brevior.

Pedes rufi tibiis tarsisque posticis fuscis.

extensorius. Ichneumon extensorius, *Linn.* Faun. Svec. p. 398. quoad descriptionem, non characterem.

Magnitudine mediocri.

Antennae nigrae annulo lato flavo, revolutae, corpore breviores.

Caput nigrum palpis flavescentibus.

Thorax cum pectore niger, linea ante alas scutelloque quadrato flavo.

Abdominis petiolus, primum quartum et reliqua terminalia segmenta nigra; 2 et 3 flava.

Femora nigra. *Tibiae* posticae flavae, apice nigrae. *Tarsi* flavescentes.

Rarius anus flavescit.

culpatorius. Ichneumon culpatorius. *Fabric.* Piez. p. 55.

biannulatorius. *Habitat* in Svecia.

Similis I. *culpatorio*, sed abdominis petiolus et tria priora segmenta rufa.

Antennae basi rufae, medio albae, apice nigrae.

Thorax muticus.

Scutelli macula flava obsoleta.

Pedes rufi.

bispinatorius. *Habitat* in Svecia.

Magnitudo et similitudo summa I. *biannulatorii;* sed huic thorax postice spina duplice armatus.

Antennae basi rufae, tum nigrae, in medio albae, deinde usque ad apicem nigrae.

flagratorius. Bassus flagratorius. *Fabric.* Piezat. p. 94.

constrictorius. Ichneumon constrictorius. *Linn.* Faun. Svecic. p. 398.

cingulatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis.

Antennae nigrae, in medio albo-annulatae, revolutae, corpore dimidio breviores.

Caput nigrum lineis ocularibus apiceque maxillarum rufis.

Thorax cum pectore niger, immaculatus.

Scutellum flavum.

Abdomen totum saturate rubrum, glabrum, petiolo nigro et fascia atra in margine superiori segmenti tertii et quarti.

Pedes omnes et toti sangvinei.

seductorius. Bassus seductorius. *Fabric.* Piez. p. 94.

motatorius. Cryptus motatorius. *Fabric.* Piezat. p. 71.

Habitat circum Upsaliam in Svecia vulgaris.

Mediocribus paulo minor, semipollicaris.

Antennae filiformes, obtusae, revolutae, nigrae medio annulo lato albo, supra basin rufescentes, longitudine capitis thoracisque. *Lobi* antennarum subtus rufi.

Thorax cum pectore totus ater scutello solo quadrato flavo, apice parum retusus.

Abdominis petiolus, segmentum 1 et 2 tota rufa vel sanguinea; 3, 4 et 5 tota atra, laevia; 6 et 7 nigra gutta albida.

Pedes toti rufi.

Variat. β. magnitudine duplo fere minori.

extensorius. Ichneumon extensorius. *Fabric.* Piez. p. 56.

Valde affinis I. *motatorio ;* differt vero satis et sufficienter ab illo, non modo femoribus atris, sed etiam guttis abdominis cingulatis pluribus, quae adeo quoque variant, ut sint vel angustiores, vel latiores, semper tamen tres vel quatuor.

Similis quoque est I. *raptorio*, sed quadruplo minor.

raptorius. Ichneumon raptorius. *Linn.* Faun. Svecic. p. 397. non *Fabric.* Piezat. p. 56.

Mediae magnitudinis.

Antennae nigrae, albo-annulatae, revolutae, capitis thoracisque longitudine.

Caput, thorax cum pectore et segmenta abdominis primum cum petiolo, 4, 5, 6 et 7 nigra, ultimis tribus gutta alba notatis.

Scutellum quadratum, flavum.

Femora nigra tibiis tarsisque rufis.

Variat guttis in fasciolas extensis, margines tamen non attingentes; *variat* quoque guttis duabus et tribus.

Abdominis segmenta 1 et 2 rufa.

captorius. I. raptorius. *Fabric.* Piez. p. 56. non *Linnaei* Faun. Svec. p. 397.

Habitat in Svecia.

Inter mediocres numerandus.

Antennae nigrae annulo albo unilaterali, revolutae, longitudine capitis thoracisque.

Caput, thorax, pectus, pedes, segmenta abdominis 5, 6; 7 cum petiolo nigra; intermedia 1, 2, 3 et interdum 4 rubra; supra anum guttae tres.

Scutellum flavum et tibiae pallidae.

Obs. rarius segmentum 4 basi rufescit.

destructorius. Cryptus destructorius. *Fabric.* Piez. p. 71.

porrectorius. Bassus porrectorius. *Fabric.* Piez. p. 93.

signatorius. Cryptus signatorius. *Fabric.* Piezat. p. 71.

saturatorius. Ichneumon saturatorius. *Fabric.* Piez. p. 56.

Molitorius. Ichneumon molitorius. *Linn.* Faun. Svec. p. 399. An *Fabric.* Piezat. p. 55?

Moratorius. Ichneumon sugillatorius. *Fabric.* pag. 54. non *Linn.* Faun. Svec. p. 397.

Quaesitorius. Ichneumon quaesitorius. *Fabric.* Piez. p. 57.

bulimorius. *Habitat* in Svecia.

In multis convenit cum I. *saturatorio;* sed minor et magis contractus, atque brevior, unguicularis.

Pedes toti rufi.

Variat thorace maculato linea sub alis et thorace omnino immaculato.

Sugillatorius. Ichneumon sugillatorius. *Linn.* Faun. Svec. p. 397. Ichneumon moratorius. *Fabric.* Piezat. p. 54.

Variat guttis utrinque tribus, quatuor et quinque.

intratorius. Ichneumon intratorius. *Fabric.* Piez. p. 55.

atratorius. Ichneumon atratorius. *Fabric.* Piez. p. 56.

liberatorius. Cryptus liberatorius. *Fabr.* Piez. p. 70.

viduatorius. Cryptus viduatorius. *Fabric.* Piez. p. 70.

pedatorius. Ichneumon pedatorius. *Fabric.* Piezat. p. 55. Entom. System. 2. p. 133. 4.

nigratorius. Ichneumon nigratorius. *Fabric.* Piez. p. 55.

electorius. Bassus electorius. *Fabric.* Piez. p. 93.

machinatorius. Ichneumon machinatorius. *Rossi* Mantiss. I. p. 112.

Molitorio Ichn. similis; sed abdomen minime guttatum, verum atrum totum.

Pedes atri, anteriorum geniculis et tibiis albidis, posticorum tibiis basi albis.

rubricator. *Habitat* in Svecia.

Minores inter, vix dupla pediculi magnitudine.

Antennae filiformes, basi rufae, apice nigrae, revolutae, corpore dimidio breviores.

Thorax et pectus atra, immaculata.

Abdomen totum cum petiolo et pedes omnes toti laete sangvinei.

Aculeus abdomine dimidio brevior.

Zonator. Bassus zonatur. *Fabric.* Piezat. p. 97.

profligator. Cryptus profligator. *Fabric.* Piez. p. 83.

Habitat in Svecia.

Inter minores, vix ungvicularis.

Antennae filiformes, revolutae, nigrae annulo albo, corpore duplo breviores.

Caput, thorax, pectus nigra, immaculata.

Punctum baseos alarum rufescens.

Abdomen ovatum, acutum, totum rufofuscum petiolo nigro et aculeo brevissimo, abdomine sexies breviori.

Pedes rufi, postici in femoribus et tibiis maculis nigris. *Tibiae* basi annulo albo.

sponsor. Cryptus sponsor. *Fabric.* Piezat. p. 83.

Habitat in Svecia, vulgaris.

Minor paulo mediocribus, semipollicaris.

Antennae filiformes, subtus nigrae totae, supra in medio albo-annulatae, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus atra, immaculata.

Abdomen totum rufum petioli basi et aculeo nigris.

Pedes rufi.

Aculeus abdomine paulo brevior.

orbitator. *Habitat* in Svecia.

Magnitudinis mediae, semipollicaris.

Antennae filiformes, revolutae, albo-annulatae, capitis thoracisque longitudine.

Atra sunt caput, thorax cum pectore, petiolus cum basi primi segmenti abdominalis.

Abdomen et pedes laete rufa, tarsis posticis fuscis.

torsor. *Habitat* in Svecia.

Major, pollicaris.

Palpi rufescentes capite toto atro.

Antennae filiformes, revolutae, medio albo-annulatae, capitis thoracisque longitudine.

Thorax cum pectore, petiolo femoribusque ater.

Abdomen totum ferrugineum suu sanguineum, immaculatum.

Tibiae rufescentes tarsis posticis fuscis.

constrictor. Cryptus constrictor. *Fabric.* Piezat. p. 84.

circulator. Cryptus annulator. *Fabric.* Piez. p. 79.

irrigator. Bassus irrigator. *Fabric.* Piez. p. 97.

Habitat in Germania, Svecia et insula Barthelemi.

dispar. *Habitat* in Svecia.

Similis omnino I. *irrigatori* exceptis pedibus totis rufis et fascia alarum fusca simul cum stigmate atro et adjacente puncto albo.

migrator. Bassus migrator. *Fabric.* Piezat. p. 98.

Habitat in Svecia.

E minoribus, unguicularis.

Antennae filiformes, obtusae, revolutae, nigrae fascia alba, capitis thoracisque longitudine.

Caput, thorax, pectus atra, immaculata.

Abdominis petiolus niger summo apice rufo; segmenta 1, 2, 3 rufa, reliqua atra, immaculata.

Pedes rufi femorum posticorum genubus et tarsis fuscis.

grassator. *Habitat* in Svecia.

E minoribus, crassiusculus, vix unguicularis.

Antennae filiformes, fuscae, basi imprimis subtus rufescentes, corpore duplo breviores.

Caput nigrum palpis maxillisque rufescentibus.

Thorax cum pectore ater, immaculatus.

Abdomen subsessile, ovatum. Prima duo segmenta laete sanguinea; reliqua atra, nitida.

Pedes omnes et toti rufi.

digitator. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, unguicularis.

Antennae subfiliformes, revolutae, longitudine corporis, supra fuscae, subtus ferrugineae, medio pallide annulatae.

Caput et thorax nigra.

Petiolus ater; segmentum 1, 2, 3 rufa, reliqua nigra.

Pedes antici rufi; posteriorum femora nigra; *tibiae* rufae apice nigro; *tarsi* fusci, apice albi.

Diversus ab Oph. *abbreviatore* abdominis apice minime compresso, neque truncato.

abbreviator. Ophion abbreviator. *Fabric*. Piezat. p. 134.

curator. *Habitat* in Svecia.

Mediocribus paulo minor, ungvicularis.

Antennae subfiliformes, basi rufae, apice nigrae, medio albae, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus, petioli basis, apex abdominis et femora atra.

Petioli apex, abdominis segmenta 1, 2, 3 tota, basisque quarti laete sangvinea.

Tibiae anteriores piceae seu pallescentes; posticae rufae apice nigro.

cursor. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, semipollicaris.

Antennae filiformes, totae nigrae annulo in superiori latere albo, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus, anus, pedes postici nigri.

Petiolus abdominis basi niger, apice rufus.

Abdominis 1 et 2 segmenta latiora, rufa; reliqua nitida, fusca, aculeo brevissimo.

Pedes primi paris rufi; intermedii rufi macula, femorum nigra; postici elongati, nigri, tarsis parum piceo-rufescentibus.

plantator. *Habitat* in Svecia.

Magnitudinis mediae, semipollicaris.

Maxillae rufae.

Caput, thorax, pectus, petioli basis, abdominis apex femoraque postica nigra.

Apex petioli; segmentum 1, 2, 3 et basis quarti laete rufa.

Pedes rufi, posticorum femoribus et tibiarum apice nigris. *Plantae* tarsique secundi et postici paris albida.

regenerator. Cryptus regenerator *Fabric.* Piezat. p. 83.

debellator. Cryptus debellator. *Fabric.* Piezat. p. 82.

Abdominis petiolus niger; 1 et 2 segmenta tota rufa; tertium rufum cum puncto fusco; reliqua atra, immaculata.

Pedes flavi femoribus nigris laevissimis.

sputator. Ichneumon sputator. *Fabric.* Piez. p. 66.

Habitat in Germania et Svecia.

Pedes antici rufi; intermedia femora rufa tibiis nigris; postici toti atri.

Aculeus niger, longitudine abdominis.

reluctator. Cryptus reluctator. *Fabric.* Piezat. p. 79. *Linn.* Faun. Svec. p. 402. n°. 1603.

breviator. Cryptus abbreviator. *Fabric.* Piezat. p. 84.

incubitor. Cryptus incubitor. *Fabric.* Piezat. p. 87.

peregrinator. Ichneumon peregrinator. *Linn.* Faun. Svec. p. 402. *Valde* similis I. *migratori*, sed anus huic albus.

enervator. Ichneumon enervator. *Linn.* Faun. suec. p. 405.

extremator. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, semipollicaris.

Antennae subfiliformes, revolutae, nigrae, medio albo-annulatae, corpore duplo breviores.

Caput, thorax, pectus, abdomen atra ano solo gutta nivea.

Pedes ferruginei.

restaurator. Cryptus restaurator. *Fabric.* Piez. p. 83.

caudator. Cryptus caudator. *Fabric.* Piez. p. 82.

distinctor. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Medius, semipollicaris, totus ater annulo antennarum et ani cingulis tribus albis.

Antennae filiformes annulo medio lato albo, revolutae, corpore dimidio breviores.

Tria ultima segmenta abdominis dorso notantur cingulis abbreviatis niveis.

Pedes nigri tibiis cinerascentibus.

vigilator. Ichneumon vigilator. *Fabric.* Piezat p. 65.

albator. *Habitat* in Uplandia, Dalekarlia et Vestrogothia Sveciae.

Inter minores, vix ungvicularis.

Caput nigrum maxillis rufescentibus.

Thorax cum pectore ater, immaculatus, basi tantum alarum calloso-flava.

Abdomen nigrum segmentis quinque margine tenuissimi albidis.

Aculeus brevis, niger, abdomine quadrupló brevior.

Pedes rufi tibiis posticis fuscis.

carbonator.

Habitat in Svecia.

Similis quidem I. *comitatori*, sed major et abdomine compresso distinctus, totus ater annulo antennarum niveo et tibiis anticis piceis.

Antennae filiformes, porrectae, longitudine corporis.

Totus aterrimus corpore et pedibus, tibiis tarsisque primi paris piceis.

Abdomen petiolatum, compressum, clavatum, falcatum, immaculatum.

comitator. Ichneumon comitator. *Fabric.* Piez. p. 65.

lamentator. *Habitat* circum Upsaliam in Svecia rarius.

Major, pollicaris, totus aterrimus annulo antennarum, cingulo tibiarum omnium, stigmateque alarum albis.

Antennae filiformes, apice extremo attenuatae, revolutae, medio albo-annulatae annulo circulari, corpore duplo breviores.

Tibiae omnes basi lacte albae, apice nigrae.

Tarsi imprimis primi paris albo nigroque annulatae.

Alae fusco-flaveseentes, reticulatae, stigmate albido.

Similis I. *comitatori*, sed sufficienter distinctus.

Etiam I. *monitori* simillimus; sed scutellum minime flavum: forsan sola varietas.

chirothecator. *Habitat* in Svecia.

Mediocris, semipollicaris, totus aterrimus, annulo antennarum et tibiis anticis solis albis.

Antennae filiformes annulo medio niveo, corpore breviores.

Aculeus abdomine longior, longitudine fere corporis.

Tibiae anticae, imprimis latere anteriori, albae.

renovator. Cryptus enervator. *Fabric.* Piezat. p. 85. non enervator Ichneumon, *Linnaei* Faun. Svec. p. 405. descriptus.

obfuscator. *Habitat* in Svecia et in Anglia.

Ater totus, immaculatus annulo tantum antennarum albo et pedibus totis rufis, mediae magnitudinis, vel paulo plus quam semipollicaris.

associator. *Habitat* in Dalekarlia Sveciae, Upsaliae et in Vestrogothia.

Infra mediam magnitudinem, plus quam ungvicularis, totus ater exceptis annulo albo antennarum, et pedibus rufis, tibiisque posticis fuscis.

perscrutator. *Habitat* in Dalekarlia Sveciae. Assessor Dr. *Blom.* *Minor*, vix ungvicularis.

Antennae filiformes, medio albo-annulatae, revolutae, capitis thoracisque longitudine.

Corpus totum atrum, immaculatum.

Aculeus brevissimus, abdomine quadruplo brevior.

Femora nigra tibiis tarsisque albidis, tibiis tamen apice nigris.

crassator. *Habitat* in Svecia.

Minor, vix ungvicularis, totus ater annulo albo antennarum et pedibus rufis.

Femora incrassata; *tibiae* basi annulo albo.

Valde similis I. *tibiatori*, solis fere genubus in hoc minime atris distinctus.

Viator. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae. D. *Gyllenhal.*

Similis valde I. crassatori, sed corpore paulo major et crassior.

Abdomen ovatum, immaculatum, atrum uti et caput et thorax.

Pedes rufi; sed tibiae tarsique postici fusci.

Femora incrassata, inermia.

Tibiae posticae notantur macula oblonga alba, non anticae.

tibiator. *Habitat* in Svecia.

E minoribus, vix ungvicularis, totus ater annulo antennarum albo et pedibus rufis.

Genua femorum atra; *tibiae* posticie nigrae annulo baseos albo; *Tarsi* albo nigroque annulati.

tarsator. Ophion tarsator. *Fabric.* Piez. p. 134.

fuligator. *Habitat* in Svecia.

Infra mediam magnitudinem, ungvicularis, totus niger, immaculatus antennarum annulo tantum albo, genubus femorum pallidioribus et tibiis pedum primi paris latere antico albidis.

Antennae filiformes, porrectae, ante medium albo-annulatae, corpore paulo breviores.

Aculeus longitudine abdominis.

Lente inspecti tarsi postici videntur nigropiceoque annulati.

fernator. *Habitat* in Svecia.

Mediae circiter magnitudinis, semipollicaris, affinis et similis valde I. *fuligatori* et *versatori*, sed duplo major et pedibus distinctus.

Antennae filiformes, porrectae, atrae, in medio albo-annulatae, corpore paulo breviores.

Caput, thorax, pectus, abdomen, pedes posteriores nigra immaculata.

Aculeus rufescens, abdomine sesquilongior.

Pedes intermedii picei; postici toti nigri; antici pallide albidi.

versator. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae. D. *Gyllenhal.*

Minores inter, ungvicularis, totus ater, immaculatus, antennarum annulo tibiisque omnibus albidis.

Antennae filiformes, spiraliter revolutae, nigrae, medio albo-annulatae, corpore duplo breviores.

Caput, thorax, abdomen atra immaculata.

Femora omnia atra geniculis parum pallidis.

Tibiae albidae, apice tantum nigro.

Plantae et tarsi primi paris cinerascentes, reliquorum fusci.

Octies minor I. *lamentatore*, quadruplo minor I. *comitatore*.

cephalotor. Cryptus capitator. *Fabric.* Piez. p. 82.

vindicator. Cryptus vindicator. *Fabric.* Piez. p. 79.

atrator. *Habitantem* inveni in Capite bonae spei Africes.

Mediae magnitudinis, subpollicaris, totus aterrimus etiam alis omnibus; antennis tamen albo-annulatis, nec non pedibus anterioribus et femoribus posticis rufis.

Antennae setaceae, corpore breviores.

Aculeus abdomine vix brevior.

violator. *Habitat* in Capite Africes bonae spei.

E majoribus, totus fere ater, pollicaris.

Antennae filiformes, porrectae, ante medium albo-annulatae, corpore paulo breviores.

Frons et labium lutea.

Thorax, pectus, femora, abdomen, alae atra.

Tibiae flavae apice nigro.

Plantae posticae fuscae, apice flavescentes.

Abdomen petiolatum, clavatum, atrum.

Alae omnes et totae atrae, immaculatae.

bimaculator. *Habitat* in promontorio bonae spei.

Mediae magnitudinis, totus ater annulo antennarum albo.

Alae aqueae, reticulatae, in medio et apice majores atrae.

tornator. Cryptus tornator. *Fabric.* Piezat. p. 81.

ferrugator. Ichneumon ferrugator. *Fabric.* Piez. p. 66.

clavator. *Habitat* in Capite bonae spei.

Mediae magnitudinis, totus luteus antennis solis, tibiis posticis dorsoque abdominis postice supra tria ultima segmenta fuscis.

Antennae filiformes, extensae, annulatae prope apicem, corpore paulo breviores.

Abdomen apice compressiusculum.

Pedes postici majores, elongati, basibus femorum subclavatis.

Alae latescentes, apice fuscescente, costa marginali a basi ad stigma atra.

brunneator. Bassus brunneator. *Fabric.* Piez. p. 98.

leucophthalmus. Ichneumon leucophthalmus. Mus. Natur. Acad. Upsal.

Habitat in Capite bonae spei.

Minor, ungvicularis, rufus.

Antennae filiformes, revolutae, piceae, superiori latere albo-fasciatae, corpore duplo breviores.

Oculi glauci.

Caput, thorax, pectus obscure rufa, immaculata cum lineola lutea tenui a latere scutelli.

Abdomen saturate rubrum, fusco-renitens, ultimis duobus segmentis niveis.

Pedes rufescentes maculis fuscis.

Alae hyalinae costa stemmateque atris.

bifasciator. *Habitat* in Guiana Americes.

Mediocris, ferrugineus.

Antennae porrectae, nigrae, medio albo-annulatae, corporis circiter longitudine.

Caput atrum labio flavo lineaque oculari lutea.

Thorax, pectus, femora ferrugineo rubra.

Femora postica apice basique atra.

Tibiae posticae nigrae, basi albo-annulatae.

Abdomen in meo specimine deficit.

Alae hyalinae macula magna in medio et apice singulae alae nigra.

Spina utrinque in apice thoracis pallida.

rufator. *Habitat* in promontorio australi bonae spei.

Medius, subpollicaris, totus ferrugineus, capite apiceque abdominis nigris.

Antennae setaceae, basi ferrugineae, apice nigrae, medio annulo nigro annulo albo adjecto, corpore breviores.

Caput atrans oculis glaucis.

Thorax totus cum scutello ferrugineus, postice spina utrinque brevi armatus.

Pectus nigrum.

Abdominis petiolus, primum et secundum segmentum ferruginea; reliqua atra.

Pedes ferruginei femoribus posticis tibiisque apice nigris.

Alae flavescentes apice macula fusca.

deustor. *Habitat* juxta Algier in Barbaria.

Mediae magnitudinis.

Antennae basi rufae, medio albo-annulatae, apice nigrae, porrectae, corpore breviores.

Caput nigrum oculis glaucis palpisque rufescentibus.

Thoracis dorsum et Scutellum rufa.
Pectus nigrum.
Abdominis petiolus et segmenta 4, 5, 6, 7 nigra; 1, 2, 3 rubra
Pedes rufi femoribus posticis nigris.
Alae flavescentes apicibus nigris.

dimidiator. Ichneumon dimidiator. *Fabric.* Piez. p. 66. diversus a Bracone dimidiatore; ibid. p. 104.

instructor. Ichneumon instructor. *Fabric.* Piez. p. 66.

calumniator. Cryptus calumniator. *Fabric.* Piez. p. 83.

minor. Cryptus minutorius. *Fabric.* Piez. p. 72.

adspersor. Joppa lutea. *Fabric.* Piez. p. 123.

exhortator. Ophion exhortator. *Fabric.* Piez. p. 134.
Habitat in Vestmannia Sveciae. Dr. *Hall.*

pictor. *Habitat* in Svecia.
Ex angustioribus et minoribus, unguicularis.
Antennae nigrae annulo niveo.
Capitis frons tota flava orbitis luteis; vertex fuscus.
Thorax et pectus rufa; dorsum thoracis circa scutellum nigrum; latere antico linea flava nigraque.
Scutellum rufescens, quadratum cum fasciola subjecta lutescente.
Abdomen obclavatum, basi dimidium rufum, apice dimidium nigrum *Petiolus* infima basi nigrum. *Segmenta* 3, 4 et 5 margine lutea.
Pedes rufi, postici picei tarsis albis.

perditor. Cryptus perditor. *Fabric.* Piezat. p. 81.

sartor. Cryptus sartor. *Fabric.* Piez. p. 80.

sutor. Cryptus sutor. *Fabric.* Piezat. p. 80.

ensator. *Medius*, plus quam unguicularis.
Antennae filiformes, atrae annulo albo, longitudine corporis.
Caput rufescens uti et thorax et pectus.
Abdomen oblongum, nigrum.
Aculeus corpore duplo longior.

Alae hyalinae medio fascia obsoleta fusca.

Habitat forsan in America meridionali, licet locus sit incertus et ignotus, unde advenerit.

hector. Cryptus hector. *Fabric.* Piezat p. 90.

punctor. Mediae magnitudinis, non tamen pollicaris.

Antennae setaceae, atrae bulbis baseos rubris, annuloque in medio albo, corporis longitudine.

Caput rufum vertice nigro.

Thorax cum pectore totus rufus, immaculatus.

Aculeus rufus, corpore sesquilongior, plus quam pollicaris.

Pedes anteriores rufi femoribus basi nigris; postici nigri, tarsis albis.

objurgator. Cryptus objurgator. *Fabric.* Piezat. p. 79.

truncator. Bassus truncator. *Fabric.* Piezat. p. 98.

seductor. Cryptus seductor. *Fabric.* Piezat. p. 82.

planator, Ophion nigrator. *Fabric.* Piezat. p. 140.

generator. Ophion generator. *Fabric.* Piezat. p. 135.

quaestor. Ophion quaestor. *Fabric.* Piez. p. 132.

glabrator. *Habitat* in Sudermannia Sveciae. *Ponten.*

Minor, totus ferrugineus oculis, stemmatibus, antennis, petiolo et puncto in margine antico thoracis nigris.

Scutellum flavum, tetragonum.

Tibiae posticae apice fuscae.

Antennae longitudine fere corporis.

delicator. *Habitat* in Insula Barthelemi Americes.

Mediocris magnitudinis, unguicularis, I. *luteo* duplo minor, totus fere pallide luteus.

Antennae filiformes, nigrae, basi subtus imprimis globulis luteae, corporis longitudine.

Oculi subtus olivacei, supra fusci.

Stemmata tria nigra.

Thorax supra nigro - quinquelineatus praeter striam obliquam lateralem.

Abdomen petiolatum, clavatum, tenue, supra basi nigro-lineatum; dorsum subfuscum, segmentorum marginibus luteo-fasciatis.

Alae hyalinae, reticulatae stigmate atro.

Pedes postici elongati; femora supra subfusca et genua nigro-bifasciata.

finibriator. *Habitat* in Capite bonae spei.

E minoribus, duas circiter lineas longus, totus rufus, seu obscure sanguineus, opacus.

Oculos fuscos cingit circulus luteus uti et margines Scutelli.

Linea sub alis et punctum ante alas flava, minima.

Antennae subtus rufescentes, imprimis basi, supra magis fuscae, corpore duplo breviores.

pallidator. *Habitat* in Svecia, Upsaliae satis vulgaris.

Inter mediocres referri debet, totus ferrugineo-flavus, oculis et stemmatibus nigris, unguicularis.

Antennae subfiliformes, apice subfuscescentes, longitudine corporis.

Abdomen subcylindricum, immaculatum.

Alae hyalinae stigmate costaque crassiori flavescente.

luteator. *Habitat* in Svecia.

Similis I *pallidatori* mediae magnitudinis, semipollicaris, totus ferrugineus, glaber, laevis, oculis solis et stemmatibus nigris.

Antennae setaceae, longitudine corporis.

Abdomen petiolatum, subcompressum, subfalcatum.

Alae hyalinae stigmate luteo, costaque crassiore fuscescente.

testaceator. Bassus testaceus. *Fabric.* Piezat. p. 101.

attenuator. *Habitat* in Svecia.

Inter minimos, angustus, fuscoferrugineus, semiunguicularis.

Antennae longitudine corporis.

Oculi nigri.

Petiolus longus, abdomine extus incrassato, ovato.

Aculeus longitudine corporis.

Alae hyalinae reticulatae, stigmate albo cum macula nigra postica.

castrator. Bracon castrator. *Fabric.* Piezat. p. 103.

Alae hyalinae cum stigmate niveo, utrinque puncto nigro terminato.

Abdomen transverse sulcatum, ovatum petiolo bisulco.

Pedum genua nigra; posticorum tibiae apice nigrae tarsis basi albis, apice fuscis.

affinator. Cryptus affinis. *Fabric.* Piezat. p. 89.

stictieator. Cryptus sticticus. *Fabric.* Piez. p. 89.

costator. *Habitat* in capite bonae spei.

E minoribus, dupla pediculi magnitudine, totus ferrugineo-flavus, antennis oculis costaque alarum cum stigmate atris.

Abdomen ovatum.

Aculeus niger, abdomine duplo brevior.

Costa alarum cum stigmate coalita, aterrima.

gastritor. *Habitat* in Svecia.

Minor, vix dupla pediculi magnitudine, oculis antennis et postica thoracis parte nigris.

Antennae filiformes, longitudine corporis.

Thorax pone scutellum supra et lateribus nigrum.

Alae hyalinae stigmate flavo.

aculeator. Bracon aculeator. *Fabric.* Piez. p. 107.

varius. Banchus varius. *Fabric.* Piezat. p. 129.

fulvator. Banchus fulvus. *Fabric.* Piez. p. 129.

itinerator. Bracon itinerator. *Fabric.* Piez. p. 102.

pennator. Bracon pennator. *Fabric.* Piezat. p. 103. Non Pimpla pennator, ibid. p. 116. Nec Ophion pennator, ib. p. 135.

affirmator. Ichneumon affirmator. *Fabric.* Piez. p. 69.

fastidiator. Bracon fastidiator. *Fabric.* Piez. p. 105.

subiginator. *Habitat* in capite bonae spei.

E mediocribus, semipollicaris, I. *descrtori* plus duplo et I. *denigratore* quadruplo major, corpore toto coccineus seu saturate sanguineus, vertice capitis, antennis, dorso tho-

racis, aculeo, tarsis posticis et alis nigris cum macula costali seu stigmate rufo.

Antennae setaceae, longitudine fere corporis.

Abdomen ovatum petiolo bisulco et primo segmento trisulco.

Aculeus ruber cum vagina nigra, abdomine paulo longior.

Alae etiam costa atrae macula stigmatisante rubra.

laminator. Bracon laminator. *Fabric.* Piezat. p. 103.

sanguinator. *Habitat* in India Orientali.

Ichneumone desertori similis et duplo major, corpore toto coccineus seu saturate sanguineus, capitis vertice, antennis, aculeo alisque tantum atris.

Antennae setaceae, corporis longitudine.

Alae omnes atrae; superiores costa et macula costali sanguineis.

Abdomen ovatum, transverse sulcatum petiolo bisulco.

Varietas α. et

β. thoracis dorso et postica parte, pectoris lateribus basique femorum posticorum atris.

hastator. Bracon hastator. *Fabric.* Piez. p. 104.

desertor. Bracon desertor. *Fabric.* Piezat. p. 103.

culpator. Bracon culpator. *Fabric.* Piezat. p. 105.

diminutor. Bracon diminutor. *Fabric.* Piez. p. 104.

purgator. Bracon purgator. *Fabric.* Piez. p. 104.

mercator. Bracon mercator. *Fabric.* Piezat. pag. 107. non vero Ophion mercator. ibid. p. 139.

proficiscator. Bracon proficiscator. *Fabric.* Piez. p. 105.

lanceolator. Bracon lanceolator. *Fabric.* Piezat. p. 106.

furcator. Bracon armator. *Fabric.* Piez. p. 107.

fissura. *Habitat* in Svecia.

E minoribus, filiformis, semiunguicularis, totus ferrugineus, antennis, dorso abdominis, oculis stemmateque alarum nigris.

Regio scutelli fusca stria lutescente.

Antennae filiformes, corpore fere longiores.

Abdomen petiolatum, sublineare.
Aculeus pallidus, corpore duplo longior.
Pedes immaculati, postici elongati.
Alarum stigma album puncto atro.

alveator. Cryptus alvearius. *Fabric.* Piez. p. 90.

discolor. *Habitat* in Guiana.
Mediae magnitudinis, semipollicaris, rufus seu sanguineus, antennis, ano alisque atris.
Antennae corpore breviores.
In thoracis dorso puncta tria nigra.
Basis femorum atra.
Alae omnes atrae stigmate superiorum fasciola pallida.

hospitator. Bracon hospitator. *Fabric.* Piez. p. 106.

ornator. Bracon ornator. *Fabric.* Piez. p. 106.

denunciator. Bracon denunciator. *Fabric.* Piez. p. 107.

femorator. Ophion spinator. *Fabric.* Piezat. p. 138. Non Bassus spinator. ibid. p 98.

gyrator. *Habitat* in Svecia.
Minimos inter, vix magnitudine Formicae cespitum, totus rufoluteus, oculis, antennis, stemmatibus, petiolo anoque nigris
Antennae filiformes, longitudine corporis.
Alae hyalinae stigmate flavo.

nebulator. *Habitat* in Svecia et Anglia.
Magnitudinis mediae, semipollicaris, totus ferrugineus, oculis, vertice capitis basique abdominis fuscis.
Antennae setaceae, longitudine corporis, rufae.
Frons lutea vertice nigro.
Scutellum cum fasciola luteum.
Abdomen subclavatum petiolo et segmentis ad medium dorsum obsolete seu sordide fuscis.
Alae hyalinae stigmate flavo.

stigmator. *Habitat* prope Upsaliam in Svecia.

Minimos inter, pediculo duplo major, vix lineam longus, totus pallide flavus, oculis, thorace postice, abdominis primo segmento, secundo et ultimis dorso fuscis.

Antennae parum supra fuscae, longitudine fere corporis, lente inspectae luteo nigroque annulatae.

mutillator. Cryptus mutillarius. *Fabric.* Piez. p. 88.

laniator. Pimpla necator. *Fabric.* Piezat. p. 117.

Habitat in Svecia.

defensor. Bracon defensor. *Fabric.* Piezat. p. 108.

striator. Bassus lineatus. *Fabric.* Piez. p. 101. Non Cryptus lineator. ibid. p. 87.

capellator. Bracon capellator. *Fabric.* Piez. p. 110.

anator. Bracon anator. *Fabric.* Piez. p. 110. non Cryptus anator. ibid. p. 87.

lucidator. Cryptus lucidator, *Fabric.* Piez. p. 88.

Magnitudine dupla pediculi, totus ferrugineus, thoracis dorso et in primo segmento abdominis macula fuscis.

Alae hyalinae stigmate pallido.

vicinator. *Habitat* in Sveciae Uplandia.

Similis omnino I. *luteo*, sed plus duplo minor, totus ferrugineus, oculis stemmatibusque nigris et apice abdominis supra fuscescente.

Antennae totae rufescentes, longitudine fere corporis.

Abdomen falcatum, compressum, a petiolo sensim latius, immaculatum, vel interdum supra apice fuscescens.

Alae hyalinae, superiores stigmate flavo et ocello fenestrato minimo nervorum.

cornutus. Joppa antennata. *Fabric.* Piezat. p. 122.

gestator. *Habitat* in Indiis.

E mediocribus, I. *multipunctori* paulo minor, cui valde similis, semipollicaris, totus luteus seu rufescens, varie nigropunctatus.

Antennae ferrugineae.

Thorax supra in dorso linea atra, ad scutellum ducta.

Scutellum flavum stria utrinque latere duplici tenuissima atra, et pone macula subquadrata atra.

Pectus rubro nigroque maculatum.

Petiolus abdominis dorsali macula magna atra; in primi, 2, 3, 4 segmenti basi puncta duo atra.

Pedes rufi femoribus posticis subtus macula atra.

spinator. Ophion spinator. *Fabric.* Piez. p. 138.

colonator. Pimpla flavicons. *Fabric.* Piez, p. 119.

punctator. Pimpla punctata. *Fabric.* Piez. p. 119.

stemmator. *Habitat* in China.

E mediocribus, angustus, semipollicaris, totus luteus, subdiaphanus, varie pictus.

Antennae filiformes, supra fuscae, subtus cinerascentes, porrectae, corpore breviores.

Oculi nigri.

Stemmata duo, nigra puncto medio flavo.

Thorax antice in dorso puncta duo, et pone scutellum duo atra.

In abdominis petiolo puncta duo et in segmentis juxta margines 7 parium atra.

Pedes immaculati femoribus posticis elongatis incrassatis.

Alae hyalinae, nervosae stigmate nigro.

multipunctor. Pimpla pedator. *Fabric.* Piezat p. 114.

Habitat in India Orientali et capite bonae spei.

Mediocris, pollicaris, totus luteus, varie nigro pictus et varians.

Anus bidentatus.

Var. α. segmentis omnibus utroque latere puncto majusculo atro, serie 7 plici, ultimo puncto unico.

β. segmentorum punctis totidem, sed minoribus.

γ. segmentorum punctis serie 6-plici, scilicet segmento 6 et 8 immaculatis.

δ. segmentis tantum primo seu petiolo, 3, 5 et 7 punctatis; femoribus impunctatis.

obovator. Pimpla clavata. *Fabric.* Piezat. p. 118.

nominator. Bracon nominator. *Fabric.* Piez. p. 104.

notator. Pimpla notator. *Fabric.* Piez. p. 115.

ramidulus. Ophion ramidulus. *Fabric.* Piez. p. 131.

flavarius. Ophion flavus *Fabric.* Piez. p. 131.

capensis. *Habitat* in promontorio bonae spei.

Similis I. *ramidulo*, sed abdomen magis elongatum, pollicaris, totus fere rufo-ferrugineus.

Orbita oculorum lutea.

Thorax et pectus immaculata.

Abdomen compressum, clavatum, falcatum, saturate ferrugineum, lateribus et carina versus anum sordida seu fusca.

Alae flavescentes margine superiori et stigmate saturatioribus.

glaucopterus. Ophion glaucopterus. *Fabric.* Piez. p. 133.

Habitat etiam in capite bonae spei.

impressus. *Habitat* in Anglia.

similis I. *glaucoptero*, sed duplo minor, vix pollicaris, totus fere ferrugineus.

Caput totum rufum oculis nigris.

In labio puncta duo minima impressa nigra.

Antennae filiformes, longitudine corporis.

Thorax et pectus rufa. Pectus medio et thorax postice nigra.

Abdomen petiolatum, compressum, falcatum, clavatum apicis dorso nigro.

Alae basi flavescentes stigmate flavo.

relictus. Ophion relictus. *Fabric.* Piez. p. 133.

pellator. Ophion pennator. *Fabric.* Piez. p. 135.

demidator. Ophion dimidiator. *Fabric.* Piez. p. 136.

quadrator. Ophion quadrator. *Fabric.* Piez. p. 137.

luteus. Ophion luteus. *Fabric.* Piez. p. 130.

ferrugineus. Ophion ferrugineus. *Fabric.* Piez. p. 131.

vastator. Foenus vastator. *Fabric.* Piez. p. 142.

unicinctor. Habitat in Svecia.

E minimis, vix dupla pulicis longitudine, angustissimus, subfiliformis, totus pallide luteus, antennis apice, oculis, thoracis postica parte abdominisque dorso basi apiceque, sic ut in medio sit fascia lutea.

Antennae filiformes, longitudine corporis.

Dorsum thoracis et scutellum manifeste flava.

Pedes pallidi, immaculati.

Alae hyalinae, tenuissimae.

Gibberius. Habitat in Anglia.

E minoribus hujus generis, vix unguicularis.

Antennae filiformes, totae piceae, corporis fere longitudine.

Caput nigrum palpis, maxillis, labio et circulo ocŭlorum luteis.

Thorax cum scutello et pectore ruber; ante et sub alis puncta minima cum lineola scutelli flava. Postice thorax ater, immaculatus.

Abdomen atrum cingulis subquaternis tenuibus albis.

Pedes toti ferruginei.

histrio. Ichneumon histrio. *Fabric.* Piez. p. 69.

Habitat in Svecia.

Similis prioribus, I. *septemcinctorio* et *asilatorio*, magnitudine et facie.

Antennae filiformes, porrectae, nigrae, basi flavescentes, corpore paulo breviores.

Caput nigrum lineis frontalibus luteis.

Thoracis dorsum, pectoris lobi, scutellum rufa; linea ante alas, linea punctumque sub alis, fasciola scutelli, thoracisque postice atra; apex flavus.

Abdomen clavatum, nigrum fasciis subquaternis marginalibus segmentorum tenuibus albidis.

Aculeus ruber, longitudine abdominis.

Pedes primi et secundi paris lutei, reliqui rufitarsis fuscis.

ariolator. Cryptus ariolator. *Fabric.* Piezat. p. 84.

lapidator. Cryptus lapidator. *Fabric.* Piez. p. 84.

mutator. Bracon mutator. *Fabric.* Piezat. p. 109.

abdominator. Cryptus abdominalis. *Fabric.* Piez. p. 89.

subsultator. Bracon femorator. *Fabric.* Piez. p. 107.

fulgens. Joppa femorata. *Fabric.* Piez. p. 121.

initiator. Bracon initiator. *Fabric.* Piez. p. 110.

nutritor. Ophion nutritor. *Fabric.* Piez. p. 139.

elector. Bracon elector. *Fabric.* Piez. p. 110.

flavator. Bracon flavator. *Fabric.* Piez. p. 110.

denigrator. Bracon denigrator. *Fabric.* Piezat. p. 109.

amictor. Ophion amictus. *Fabric.* Piez. p. 133.

fasciator. Bracon fasciator. *Fabric.* Piez. p. 104.

nudator. *Habitat* in Svecia.

Minor, unguicularis, totus ferrugineus oculis, antennis thoraceque, excepto dorso, nigris.

Antennae setaceae, porrectae, longitudine corporis.

Caput totum rufum oculis stemmatibusque nigris.

Thorax cum pectore ater, summo dorso rufo.

Scutellum nigrum, flavo-marginatum.

Abdomen oblongum, subclavatum, rufum basi petioli nigra.

Pedes omnes et toti rufi.

Alae hyalinae stigmate flavescente.

expulsor. *Habitat* in Svecia.

Minor, vix major Formica cespitum, totus niger, abdomine pedibusque solis rufis.

Antennae filiformes, obtusae, corpore duplo breviores.

Caput, thorax, pectus, petiolus atra, immaculata.

Abdomen et pedes omnes ac toti rufi, immaculati.

Alae hyalinae stigmate atro.

Aculeus longitudine abdominis.

relator. *Habitat* in Svecia.

Magnitudine mediocris, unguicularis.

Antennae subfiliformes, porrectae, supra nigrae, subtus ferrugineae, corpore paulo breviores.

Caput, thorax, pectus, petiolus atra, immaculata.

Abdomen rufum, immaculatum.

Pedes anteriores rufi femoribus macula atra; posteriorum femora atra tibiis piceis.

Alae hyalinae, venosae stigmate costaque nigris.

sericeator. Cryptus sericeus. *Fabric.* Piez. p. 90.

rutilator. Ichneumon rutilator. *Linn.* Faun. Svecic. p. 403. *Fabr.* Piezat. p. 66.

Macula frontalis singularis, sursum divisa instare coronae in quatuor cuspides adscendentes.

Antennae totae supra nigrae, subtus rufescentes, minime fasciatae, setaceae, corpore paulo breviores.

cunctator. Bassus cunctator. *Fabric.* Piezat. p. 100.

inculcator. Ophion inculcator. *Fabric.* Piez. p. 135.

armator. Cryptus armator. *Fabric.* Piez. p. 86.

piceator. *Habitat* in Anglia.

Mediocris magnitudinis, plus quam unguicularis.

Antennae filiformi-setaceae, porrectae, apice parum revolutae, fuscae, subtus paulo rufescentes, corpore breviores.

Caput et thorax nigra.

Abdomen piceum, clavatum aculeo breviore.

Pedes omnes rufi, tarsis posticorum niveis.

tricolor. Ophion tricolor. *Fabric.* Piez. p. 133.

carinator. Ichneumon carinator. *Fabric.* Piez. p. 67.

recreator. Cryptus recreator. *Fabric.* Piez. p. 85.

emarciator. Bassus emarciator. *Fabric.* Piez. p. 100.

jaculator. Foenus jaculator. *Fabric.* Piez. p. 141.

affectator. Foenus affectator. *Fabric.* Piez. p. 142.

guttulator. *Habitat* in Svecia.

Inter minores.

Antennae filiformes, recurvae, nigrae, corpore duplo breviores.

Caput et thorax nigra.

Petiolus et apex abdominis nigra ano guttato.

Abdomen compressum, clavato-subtrigonum.

Pedes rufi tibiis posticis incrassatis, clavatis.

Aculeus niger, sursum curvatus, abdomine plus duplo brevior.

laedator. *Habitat* in Svecia.

Pugillatoris magnitudine, tener, compressus, unguicularis.

Antennae filiformes, apice setaceae, supra nigrae, subtus piceae, porrectae, corpore breviores.

Caput totum luteum oculis verticeque nigris.

Thorax niger, immaculatus.

Abdomen longe petiolatum, compressum, falcatum, totum rufum solo dorso supra anum nigro.

Pedes antici rufi; postici elongati fusci.

Stigma pallidum.

cribrator. *Habitat* in Svecia.

Similis I. *laedatori*, sed in hoc frons tantum flava, nec latera oculorum.

Pedes antici pallide flavi, intermedii rufescentes, postici elongati fuscescentes.

Petiolus in hoc totus rufus.

pugillator. Ophion pugillator. *Fabric.* Piezat. p. 136.

victor. *Habitat* in Anglia

Minor I. *pugillatore*, vix major formica cespitum, totus ater, pedibus tantum anticis et segmento secundo abdominis rufis.

Antennae subfiliformes, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus immaculata.

Abdomen petiolatum, clavatum, compressum.

petiolator. Ophion petiolator. *Fabric.* Piez. p. 140.

festivator. Ophion festivator. *Fabric.* Piez. p. 140.

exhaustator. Ophion exhaustator. *Fabric.* Piez. p. 135.

falcator. Ophion falcator. *Fabric.* Piez. p. 136. Non Banchus falcator, ibid. p. 128.

Habitat in Svecia et Finlandia satis frequens.

Majoris magnitudinis, licet multum variet, pollicaris.

Antennae setaceae, porrectae, totae supra et subtus atrae, longitudine corporis.

Caput, thorax, pectus atra, immaculata.

Abdomen petiolatum, compressum, falcatum.

Petiolus et ultima segmenta uti et dorsum primi nigra, intermediis tribus primis rufis.

Aculeus niger, brevissimus, vix exsertus.

Pedes lutescentes femoribus posticis nigris.

delusor. Ichneumon delusor. *Fabric.* Piez. p. 69.

nidulator. Ophion nidulator. *Fabric.* Piez. p. 136.

flagellator. Ophion flagellator. *Fabric.* Piezat. p. 139.

delictor. *Habitat* in Uplandia et Vestmannia Sveciae.

Pollicaris, valde similis et affinis I. *flavofrontatori*, sed paulo major; et I. *falcatori* statura et magnitudine.

Antennae setaceae, porrectae, fuscae, corpore duplo breviores.

Frons flava, antennarum basis subtus, pedesque quatuor anteriores.

Vertex, thorax, apex abdominis pedesque postici nigri.

Petiolus basi niger, apice rufus.

Abdomen petiolatum, compressum, falcatum, rufum ultimis segmentis atris.

Aculeus brevissimus, ater.

Pedes antici pallidi; intermedii pallidi femoribus basi nigris; postici toti nigri.

Differt ab I. *falcatore* fronte pedibusque.

incurvator. *Habitat* in Svecia.

Mediocris, fere pollicaris, totus ater, nitidus, exceptis pedibus tribusque primis segmentis abdominis.

Antennae filiformes, revolutae, corpore duplo breviores.

Abdomen petiolatum, clavatum, compressum, antice rufum, postice atrum.

Aculeus niger, abdomine quadruplo brevior.

Pedes rufi, femorum basibus, tibiis apice et tarsis nigris.

Alae abdomine breviores, hyalinae.

cultellator. *Habitat* in Sveciae Vestrogothia. *Gyllenhal.*

Reliquis dissimilis, crassiusculus, mediae magnitudinis, semipollicaris, totus ater praeter abdominis tria segmenta rufa.

Antennae filiformes, obtusae, porrectae, corpore paulo breviores.

Thoracis dorsum scabrum striis tribus.

Abdomen sessile, compressum, securiforme, obtusum, ovato-oblongum, segmentis 2, 3, 4 rufis seu sanguineis.

Pedes postici elongati, compressi.

compensator. Ophion compensator. *Fabric.* Piez. p. 139.

macellator. *Habitat* in Svecia.

Minor vel fere medius, unguicularis.

Antennae, caput, thorax atra tota.

Maxillae luteae basisque alarum.

Abdomen clavatum, subcompressum, obtusum, nigrum lateribus ante apicem rufis.

venator. Banchus venator. *Fabric.* Piez. p. 126.

pungitor. Banchus hastator. *Fabric.* Piez. p. 127.

Similis I. *venatori*, sed huic dorsum abdominis non rufum, sed tantum macula rufa notatum.

Stylator. *Habitat* in Svecia.

Similis I. *venatori*, sed magis compressus, subpollicaris, totus fere ater.

Frons flava uti et antennarum bulbus subtus.

Thorax, pectus immaculata, atra.

Abdomen petiolatum petiolo longo nigro, compressum, clavatum, rectum, atrum cingulo in basi rubro.

Pedes rufi; posticorum tibiae apice nigrae tarsis albis.

reticulator. *Habitat* in Svecia.

Medius, unguicularis.

Antennae filiformes, nigrae basi subtus flava.

Caput nigrum fronte flava: linea media nigra.

Thorax niger totus.

Abdomen breviter petiolatum, ovatum, compressum, obtusum, nigrum, lateribus versus carinam et in medio dorso fasciis tribus rufis.

Pedes rufi femoribus posticis macula nigra.

Alarum venae flavescentes stigmate fusco.

didymator. *Habitat* in Svecia.

Similis valde I. *maculatori*, unguicularis, totus ater fasciis abdominis et pedibus rufis.

Antennae setaceae, porrectae, parum reflexae, totae nigrae, longitudine dimidia corporis.

Palpi pallidi.

Caput, thorax, pectus atra, immaculata.

Abdomen petiolatum, clavatum, compressum, falcatum, atrum segmentis 1 et 2 fascia rufa dorsali.

Pedes rufi. *Tibiae* posticae tarsique nigri annulis albis.

Alae abdomine breviores.

erigator. Ophion erigator. *Fabric.* Piez. p. 139.

aggressor. Ophion aggressor. *Fabric.* Piez. p. 132.

flavifrontator. Ophion flavifrons. *Fabric.* Piez. p. 133.
Habitat in Svecia et Italia.

xanthopor. Ophion xanthopus. *Fabric.* Piez. p. 133.

extenuator. Ophion extenuator. *Fabric.* Piez. p. 137.

tenebrator. Ophion atratus. *Fabric.* Piez. p. 132.

jocator. Ophion jocator. *Fabric.* Piez. p. 139.

venditor. Ophion mercator. *Fabric.* Piez. p. 139.

fomentator. Ophion fomentator. *Fabr.* Piez. p. 135.

dubitator. Cryptus dubitator. *Fabric.* Piez. p. 85.

certator. *Habitat* in Svecia.

Omnino similis I. *dubitatori.*

Antennae setaceae, involutae, nigrae, basi subtus lutescentes, corporis longitudine.

Palpi et maxillae flavescentes.

Caput, thorax, pectus atra bulbo baseos alarum luteo.

Abdomen petiolatum, subcompressum dorso convexo, nitido; segmento secundo toto rufo, petioli apice tertiique fascia rufescente obseleta.

Scutellum apice elevatum, spinosum.

Pedes rufi tibiis posticis apice nigris.

globulator. *Habitat* in Svecia.

E minimis, magnitudine formicae cespitum seu dupla pediculi, totus luteus, antennis, oculis dorsoque thoracis, petioli et primi abdominis segmenti fuscis.

Antennae subtus basi rufescentes, longitudine fere corporis.

Caput flavum oculis nigris.

Thorax ater pectore flavo.

Abdomen obclavatum, subtus flavum, apice globosum.

Aculeus brevissimus.

Scutellum minime maculatum.

Pedes ferruginei apicibus femorum tibiarumque posticarum nigris.

Alae hyalinae stigmate nigro.

minutor. *Habitat* in Svecia.

Magnitudo formicae cespitum.

Caput flavum oculis stemmatibusque nigris.

Antennae filiformes, nigrae, longitudine corporis.

Thorax cum pectore niger macula laterali flava.
Abdominis petiolus anusque niger cingulo medio rufo.
Pedes flavi, pallidi.
Alae hyalinae stigmate nigro.

tripunctor. *Habitat* in Svecia.
Mediae magnitudinis, unguicularis.
Antennae setaceae, nigrae, basi subtus rufescentes, corporis longitudine.
Caput flavum oculis stemmatibus verticeque nigris.
Thorax cum pectore nigro basique alarum flava.
Abdominis petiolus niger, trisulcatus; tria prima segmenta rufa cum puncto dorsali nigro in singulo; reliqua nigra.
Pedes rufi femoribus posticis nigris tarsisque fuscis.
In Variet. β. puncta abdominis anteriora obsoleta.

auriculator. Ichneumon auriculatus. *Fabric.* Piez. p. 69.
Habitat Upsaliae in Svecia.

elevator. *Habitat* in Svecia.
E minoribus, unguicularis.
Antennae filiformes, supra nigrae, subtus ferrugineae, porrectae, longitudine corporis.
Caput rufum vertice atro.
Thorax, pectus, petiolus et ultima segmenta abdominis nigra, immaculata.
Abdominis primum et secundum segmentum rufum.
Pedes rufi, posticorum tibiis fuscis.

faciator. *Habitat* in Svecia rarior.
Similis valde I. *dorsatori*, sed tenerior et angustior.
Antennae totae ferrugineae, longitudine corporis.
Capitis vertex et oculi nigri.
Frons tota flava cum palpis.
Thorax niger punctis in basi alarum et pectore luteis.
Abdominis petiolus et basis cum lateribus nigra, dorso rufo.

Pedes pallide lutei.

frontator. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, semipollicaris vel paulo ultra.

Caput nigrum fronte, palpis, basique antennarum subtus pallide luteis.

Antennae setaceae, nigrae, subtus ferrugineae, longitudine corporis.

Thorax, pectus, basis et apex abdominis atra.

Abdominis 1 et 2 segmenta rufa.

Pedes rufi posticarum tibiarum apice tarsisque nigris.

substitutor. *Habitat* in Svecia.

Minores inter, subunguicularis.

Atra sunt antennae totae, caput, thorax, pectus, petioli basis, apex abdominis.

Rufa sunt frons, apex petioli et duo prima segmenta abdominis, ac pedes toti et omnes.

Antennae filiformes, porrectae, longitudine corporis.

Abdomen subsessile petiolo sulcato.

ambulator. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, semipollicaris.

Antennae setaceae, nigrae, longitudine corporis.

Caput atrum fronte lutea: puncto nigro.

Thorax, pectus, petiolus, ultima segmenta abdominis, pedesque postici nigri.

Abdominis 1, 2 et dimidia pars 3 segmenti cum pedibus anterioribus rufa.

Pedes postici picei, tibiis basi rufescentibus.

Alae fuscae.

interruptor. *Habitat* in Svecia et Anglia.

Mediae magnitudinis, semipollicaris.

Antennae setaceae, porrectae, nigrae, basi rufescentes, longitudine corporis.

Caput nigrum fronte flava.

Thorax et pectus atra, immaculata.

Petiolus abdominis subclavatus, niger apice fascia rufa; segmentum 1 rufum, uti et 2 et 3 cum pedibus omnibus et totis.

Alae hyalinae

gesticulator. *Habitat* in Svecia et Finlandia.

Mediocres inter, semipollicaris.

Antennae setaceae, porrectae, nigrae, subtus ferrugineae, corporis longitudine.

Caput nigrum fronte lutea.

Thorax cum pectore niger, macula flava sub alis et in ipsa basi.

Abdominis petiolus et tria priora segmenta pallida, lutea; apex niger.

Pedes anteriores lutei; femora postica nigra basi lutea; tibiae luteae apice nigro; tarsi picei.

sectator. *Habitat* in Svecia.

Medios inter, semipollicaris vel paulo ultra.

Antennae setaceae, porrectae, piceae, corpus aequantes.

Caput nigrum fronte flava.

Thorax cum pectore niger maculis minutis flavis in basi et sub alis.

Abdominis 1, 2 segmenta tota, 3 dimidium rufa; apex petiolusque nigra.

Pedes quatuor anteriores rufi; femora postica apicesque tibiarum nigra.

jactator. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, subpollicaris.

Antennae subfiliformes, porrectae, totae fuscae.

Palpi, maxillae, labium et frons lutea.

Nigra sunt vertex capitis, thorax, petiolus, tria ultima segmenta abdominis, pedes antici posticorumque tibiae basi.

Alae hyalinae stigmate atro cum puncto adjacente albo.

locutor. *Habitat* in Svecia.

Vix unguicularis, adeoque inter minores.

Antennae filiformes, porrectae, atrae, subtus rufescentes.

Palpi, os et frons tota flava.

Thorax niger totus.

Abdomen rufum ano et petiolo fuscis.

Pedes rufi, posticorum tibiis fuscis annulo albo.

dorsator. *Habitat* in Svecia species pulcra et singularis.

Magnitudine media, semipollicaris.

Antennae filiformes, supra fuscae, subtus rufescentes, corpore breviores.

Caput nigrum maxillis, labio maculisque frontalibus binis quadratis et praeterea in latere sub oculis macula utrinque luteis.

Thorax cum pectore niger, puncto baseos alarum luteo.

Petiolus et latus utrumque abdominis atra.

Abdominis dorsum rufum ultimis tribus segmentis margine tenuissime luteis.

Pedes omnes et toti rufi.

pusillator. *Habitat* in Svecia.

Magnitudine formicae cespitum.

Caput nigrum ore, lineis frontalibus orbitaque oculorum luteis.

Antennae filiformes, nigrae, corpore paulo breviores.

Thorax cum pectore niger, immaculatus.

Abdomen nigrum fascia rufa.

Pedes omnes et toti rufi.

Aculeus abdomine brevior.

Alae hyalinae stigmate nigro.

titillator. Cryptus titillator. *Fabric.* Piez. p. 86.

Variat multum et magnitudine et pedum coloribus, semipollicaris usque pollicaris.

Antennae setaceae, porrectae, nigrae, longitudine corporis; infima basi subtus vel luteae, vel macula minuta lutea, vel omnino nigrae.

Caput nigrum : α. fronte flavomaculata, scilicet lineae duae oculares, macula intermedia cordata, labium maxillaeque flavae. β. maxillis, labio lineisque quatuor centralibus frontis luteis. γ. palpis, maxillis, labio, macula centrali cordata lineisque frontalibus luteis. δ. maxillis, linea labii, puncto centrali lineisque frontalibus luteis.

Thorax niger, immaculatus callo baseos alarum luteo.

Abdominis petiolus et ultima segmenta atra, intermedia rufa.

Pedes rufi, postici nigri; tarsi nivei.

confiscator. Bassus confiscator. *Fabric.* Piez. p. 100.

Abdomen subcylindricum.

laterator. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae.

Proxime accedit ad I. *titillatorem*, unguicularis.

Antennae filiformes, arcuatae, nigrae, subtus basi et paulo supra lutescentes, corpore paulo breviores.

Caput nigrum, palpis, maxillis, linea labii, punctis lateralibus luteis.

Thorax, pectus, petiolus, anus nigra.

Abdominis medium sanguineum.

Pedes rufi, posticorum femoribus, tibiis apice tarsisque fuscis.

lictor. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis totus ater, pedunculi margine, primo segmento cum inclusa macula atra et pedibus rufis.

Abdomen oblongum, convexum, opacum.

Aculeus abdomine longior.

unipunctator. *Habitat* in Svecia.

Inter minores, ater totus, abdominis basi rufo, primi segmenti dorso macula fusca notato, vix magnitudine formicae.

Pedes toti rufi, immaculati.

mundator. Cryptus mandator. *Fabric.* Piezat. p. 86. Non *Linn.* Ichneumon mandator. Faun. Svec. p. 405.

elongator. Ichneumon elongator. *Fabric.* Piez. p. 67.

Habitat in Svecia vulgaris, et in Anglia.

Inter majores, pollicaris, ater capite, antennis, thorace, abdomine femoribusque; segmentis parum rufis.

Antennae nigrae, setaceae, porrectae, corpore breviores.

Abdomen lineare, elongatum : varietati

α. segmentis 1 et 2 rufis

β. segmentum 1 et 2 lateribus et subtus rufa.

γ. segmentum 1 et 2 lateribus tantum et parum rufa.

Pedes rufi femoribus nigris.

Alae fuscescentes.

digestor. *Habitat* in Svecia.

Similis I. *mundatori*, sed obscurior et duplo minor, lineari-oblongus, plus quam unguicularis.

Antennae setaceae, corpore breviores, porrectae, apice reflexae, piceae, subtus ferrugineae.

Abdomen basi fusco-rufum, apice nigrum fasciola transversa in primo segmento.

Pedes omnes et toti rufi, tibiis posticis basi tarsisque pallidis.

suturator. *Habitat* in Svecia.

Pediculo duplo minor.

Antennae filiformes, nigrae, corpore duplo breviores.

Caput, thorax, pectus nigra.

Petiolus abdominis niger; 1, 2 segmenta rufa, margine postico nigra; reliqua nigra, immaculata.

Pedes rufi femoribus posticis nigris.

Alae hyalinae costa stigmateque atris.

sector. *Habitat* in Svecia.

Inter mediocres, unguicularis, totus fere ater.

Petiolus abdominis ater margine ruſo; segmentum primum ruſum: margine antice nigrum; secundum et tertium ruſa; reliqua ngra.

Aculeus longitudine abdominis.

Pedes toti ruſi.

Alae fuscescentes.

mensurator. Pimpla mensurator. *Fabric.* Piez. p. 116.

bipunctator. *Habitat* in Svecia.

Magnitudine dupla pulicis, inter minimos.

Antennae filiformes, fuscae, basi subtusque rufescentes, longitudine corporis.

Caput et thorax atra lateribus pectoris rufis.

Abdomen petiolatum, ovatum; basi ruſum petiolo punctisque duobus nigris; apice nigrum fascia ruſa obsoleta.

Aculeus abdomine duplo brevior.

Pedes rufescentes tibiis posticis piceis.

Alae hyalinae stigmate atro et fascia obsoleta fusca.

binotator. *Habitat* in Svecia.

Inter minores, cylindricus, unguicularis.

Caput, thorax, petiolus, ultima abdominis segmenta atra.

Abdominis segmenta tria priora rufa; primo punctis duobus nigris transversis.

Alae in medio fuscae, abdomine breviores.

Pedes toti rufi basi femorum atra.

urinator. Bracon urinator. *Fabric.* Piez. p. 109.

cylindrator. Pimpla cylindrator. *Fabric.* Piez. p. 117.

irritator. Pimpla irritator. *Fabric.* Piez. p. 115.

minutator. Bracon minutator. *Fabric.* Piez. p. 110.

transversor. *Habitat* in Svecia.

Formica cespitum paulo longior, angustus, semiunguicularis, totus fere niger.

Palpi rufi uti et pedes.

Abdomen petiolatum, oblongum, obtusum, apice nigrum, medio rufum cingulo atro.

Petiolus totus niger, elongatus.

Pedes rufescentes.

vocator. *Habitat* in Svecia.

Inter majores, subpollicaris.

Antennae, caput, thorax, pectus atra.

Abdomen oblongum, subpetiolatum petiolo bifido, lato, nigro; anus niger. Segmenta media rufa primo in medio nigro-fasciato.

Aculeus abdomine longior.

firmator. Cryptus firmator *Fabric.* Piez. p. 36.

mandator. Ichneumon mandator. *Linn.* Faun. Svec. p. 405.

mactator, *Habitat* in Vestrogothia Sveciae.

Admodum similis I. *mandatori*, sed multoties minor, vix unguicularis.

Antennae subfiliformes, nigrae, longitudine corporis.

Caput et thorax cum pectore atra.

Petiolus basi rufus.

Abdomen oblongum segmentis 1, 2, 3 rufis, glabris; segmenta ultima nigra, quarto margine, ultimis alboguttatis.

Pedes antici rufi; posticorum femora rufa apice atro; tibiae posticae fuscae basi annulo tarsisque niveis.

guianor. *Habitat* in Guiana.

Vix mediae magnitudinis, unguicularis.

Caput, antennae, thorax, pectus, pedes, apex abdominis aterrima.

Abdominis maxima pars sanguinea cum petiolo anoque nigris.

Alae omnes nigrae, majorum venis costa et stigmate atris.

rector. *Habitat* in Svecia.

Omnino similis I. *guianori*, ut ovum ovo, sed quadruplo minor.

Antennae, caput, thorax, pedes, alae et ultimum abdominis segmentum nigra.

Stigma et costa alarum magis atra.

Abdomen ovatum, subsessile, acutum, totum cum petiolo rufum ano nigro.

legator. *Habitat* in Svecia.

Mediocris, unguicularis, totus niger excepta abdominis basi et pedibus primi paris rufis.

Abdomen ovatum, excepto ano, cum pedunculo rufum, acutum aculeo brevissimo.

Pedes postici elongati.

Alae totae fuscae stigmate atro, corpore duplo breviores.

filator. Bracon filator. *Fabric.* Piez. p. 103.

trifasciator. *Habitat* in Guiana Americes.

Magnitudine formicae rufae.

Caput cum thoracis antica parte et medio pectoris atris.

Antennae filiformes, nigrae, corpore breviores.

Abdominis apex ater cum aculeo abdomine breviore; basis abdominis et petiolus sanguinea uti et thoracis pars postica et latera pectoris.

Pedes picei femoribus posticis rufis.

Alae hyalinae, albae fascia sesquitertia: prima in medio; secunda intra apicem, transversa maxima; tertia minima, abbreviata juxta secundam; inferiores alae immaculatae.

similator. Bracon similator. *Fabric.* Piez. p. 106.

speculator. Bracon speculator. *Fabric.* Piez. p. 105.

gravidator. Banchus gravidator. *Fabric.* Piez. p. 128.

aphidator. Cryptus aphidum. *Fabric.* Piez. p. 91.

arundinator. Pimpla arundinator. *Fabric.* Piez. p. 116.

scortator. *Habitat* in Svecia.

Similis valde I. *gravidatori* et *aphidatori*, sed magis oblongus et angustior, alisque multum diversus, semiunguicularis, totus fere ater.

Abdomen ovatum, utrinque attenuatum, acutum aculeo brevissimo, basi rufum, apice nigrum.

Pedes pallidi seu picei, femoribus posticis nigris: genubus ruris.

Nervi alarum obsoleti, vix manifesti stigmate fusco.

campanulator. Bassus campanulator. *Fabric.* Piez. p. 99.

gloriator. Bassus gloriator. *Fabric.* Piez. p. 99.

vexator. *Habitat* in Anglia et Sveciae Carduo palustri.

Formicae cespitum magnitudine.

Caput, thorax, pectus atra.

Antennae rufae, apice tantum atro.

Abdominis basis apexque nigra: cingulo medio rufo duorum segmentorum latitudine.

Pedes rufi.

Alae hyalinae stigmate atro.

mediator. *Habitat* in Svecia.

Formica cespitum fere minor.

Caput, antennae, thorax, pectus atra cum petiolo et ano.

Abdominis basis et major pars segmentorum rufa.

Pedes rufi femoribus posticis nigris.

cespitator. *Habitat* in Svecia.

Inter minimos numerandus, magnitudine et facie formicae cespitum, totus ater excepto dorso abdominis rufo et pedibus pallidis.

Abdomen petiolatum, ovatum, dorso planum, segmentis 1 et 2 rubris, glabris, nitidis.

Pedes omnes albidi tibiis posticis solis obscurioribus.

Alae aqueae nervis obsoletis, stigmate nigro.

detestator. *Habitat* in Svecia.

Similis omnino statura, magnitudine et coloribus I. *venatori*; femora tamen postica huic nigra.

necator. Cryptus necator. *Fabric.* Piez. p. 88.

ductor. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Inter minores, formica cespitum paulo major, totus niger, abdominis segmentis 1 et 2 pedibusque rufis.

Abdomen petiolatum, obovatum, postice nigrum, nitidum.

Maxillae rufescentes, instar pustularum duarum minimarum.

citator. *Habitat* in Svecia.

Omnino similis I. *ductori* magnitudine et statura, sed diversus pedibus.

Abdomen ovatum, petiolatum apice et petiolo nigris; segmenta 1, 2 et 3 antice rufa.

Femora omnia nigra. Tibiae anticae rufae, intermediae piceae, posticae nigrae. Tarsi fusci. Pedes postici elongati.

sordator. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, pollicaris, totus ater exceptis binis segmentis abdominis pedibusque rufis.

Abdomen petiolatum, oblongum, lineare, convexum.

Pedes postici elongati macula nigra in tibiis.

arrogator. Ichneumon arrogator. *Fabric.* Piez. p. 66.

Habitat in Svecia et Italia.

Pedes rufi femoribus quatuor posticis nigris.

dictator. *Habitat* in Svecia.

Minor formica rufa, niger antennis, capite, thorace, pectore, petioli apice anoque.

Petioli basis cum ano nigra.

Abdomen ovatum, subsessile.

Pedes omnes et toti rufi.

censor. *Habitat* in Svecia.

Formica rufa angustior et fere longior.

Antennae, thorax, pectus, caput, petioli apex anusque nigra, tibiis posticis fuscis.

Abdomen petiolatum, oblongum, glabrum; petioli basis et duo priora segmenta rubra, laevia.

debitor. *Habitat* in Svecia.

Medius, subpollicaris.

Antennae, caput, thorax, pectus, petiolus, anus, basis femorum, apex tibiarum posticarum cum tarsis fuscis nigra.

Abdomen clavatum, convexum; segmentum 1, 2 et 3 dimidium rufa, glabra.

Pedes rufi.

Stigma alarum album.

sercator. Bracon sercator. *Fabric.* Piez. p. 108.

latrator. Ophion latrator. *Fabric.* Piez. p. 135.

Habitat in Svecia et Anglia.

obtusator. *Habitat* in Finlandia.

Mediae magnitudinis, unguicularis.

Antennae, caput, thorax, pectus, petiolus, apex abdominis, femora postica nigra.

Abdomen petiolatum, obovatum, obtusum, convexum, incurvum, glabrum.

Pedes omnes rufi femoribus posticis nigris, tarsisque fuscis.

Alae medio fuscae.

praeceptor. *Habitat* in Svecia.

I. *obtusatori* proximus et similis, formicae rufae vix magnitudine.

Antennae, caput, thorax, pectus, petioli apex, anus pedesque postici nigra.

Abdomen petiolatum, ovatum, acutum, convexum, incurvum. Petioli basis et tria priora segmenta rufa, glabra.

Pedes antici rufi. Femora postica clavata, nigra. Tibiae rufae apice nigro; tarsi fusci.

obligator. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, unguicularis.

Caput, thorax, petiolus, anus, femora postica nigra.

Petioli basis ultima rufa.

Priora tria abdominis segmenta et pedes rufi, femoribus posticis nigris.

Abdomen obovato-clavatum, aculeo brevissimo.

Antennae filiformes, rufescentes seu piceae, supra parum fuscae.

creditor. *Habitat* in Svecia.

Convenit in multis cum I. *strobilatore*, cui similis imprimis pedibus; sed magis angustus, acutior, unguicularis.

Antennae setaceae, caput, thorax, pectus, petiolus, anus, stigma atra.

Abdomen petiolatum, oblongum, acutum; segmenta tria priora rufa.

Petiolus niger, filiformis, dilatatus, nec ut in *strobilatore* sulcatus.

Pedes antici rufi, annulo albo tibiarum intermediarum; postici fusci annulo tibiarum et tarsis niveis.

strobilator. Pimpla strobilellae. *Fabric.* Piez. p. 115.

director. *Habitat* in Svecia.

Formica rufa longior, unguicularis.

Atra sunt antennae, caput, thorax, petioli abdominisque apices, femora et pedes postici.

Abdominis segmentum 1, 2, 3, petiolique basis, tibiae anticae rufa, glabra.

Alae fusceseentes.

textor. *Habitat* in Svecia.

Magnitudine formicae rufae, unguicularis.

Caput, antennae, thorax, pectus atra.

Petioli abdominisque apices nigri.

Basis petioli, abdominis segmentum 1, 2, 3 rufa, glabra.

Pedes antici rufi; intermedii posticique rufi femoribus atris.

patellator. *Habitat* in Svecia.

Medius, unguicularis.

Antennae, caput, thorax, petiolus, anus, basis femorum, posticorum femorum geniculis tibiarumque apex atra.

Abdomen petiolatum, ovatum, medio rufum.

Pedes rufi.

Alarum stigma atrum puncto albo adjacente.

ovator, Ichneumon ovator. *Fabric.* Piez. p. 66.

hemipterator. Cryptus hemipterator. *Fabric.* Piez. *p.* 91.

barbator. Pimpla barbator. *Fabric.* Piezat. p. 116.

purpurator. Habitat in Svecia.

Majores inter, pollicaris.

Antennae setaceae, revolutae, nigrae, corpore breviores.

Caput, thorax, petiolus anusque atra.

Abdomen petiolatum, ovato-oblongum, rufum ano nigro, seu quinque segmenta media rufa.

Pedes antici rufi; intermedia femora nigra tibiis rufis; postica femora nigra tota.

Alae fuscescentes stigmate atro.

titubator. Habitat in Svecia.

I. *purpuratori* similis, sed quadruplo minor, semipollicaris.

Antennae filiformes, nigrae, corporis longitudine.

Caput, thorax, petiolus, anus nigra.

Basis infima petioli, segmenta quatuor prima et pedes rufa.

Femora postica elongata.

roborator. Pimpla roborator. *Fabric.* Piez. p. 116.

marginator. Bassus marginator. *Fabric.* Piez. p. 98.

maculator. Cryptus maculator. *Fabric.* Piez. p. 87.

Habitat in Svecia et Germania.

Abdomen cylindricum.

gibbator. Habitat in Vestrogothia Sveciae. *Gyllenhal.*

Mediocris magnitudinis, subpollicaris.

Antennae filiformes, porrectae, atrae, corpore breviores.

Caput atrum maxillis rufescentibus.

Thorax, pectus, abdomen, basis femorum atra, glabra.

Abdomen basi valde attenuatum, obovato-clavatum; medio dorso cingulo sanguineo.

Pedes omnes et toti rufi tibiis posticis nigris.

Alae flavescentes stigmate pallido.

Aculeus corpore fere longior.

cinctor. Cryptus cinctus. *Fabric.* Piez. p. 89.

junctor. Cryptus fuscatus. *Fabric.* Piez. p. 89.

Habitat in Svecia et Germania.

hiator. *Habitat* in Svecia.

Vix magnitudine formicae cespitum, totus ater, ore, cingulo abdominis et pedibus rufis.

Aculeus et antennae corporis longitudine.

Alae hyalinae stigmate nigro.

strigator. Pimpla strigator. *Fabric.* Piez. p. 117.

cayennator. *Habitat* in Guiana.

Minimos inter, angustus, pediculo vix major, linearis, niger totus pedibus pallidis fasciaque rufa abdominis.

Antennae filiformes, longitudine corporis.

Caput, thorax, pectus immaculata, atra.

Abdomen sublineare; in medio cingulum tenuissimum obsoletum, rufescens.

Pedes antici albidi femoribus fascia nigra; postici nigri tibiis basi albidis.

Alae hyalinae stigmate atro.

distichor. *Habitat* in Svecia.

Unguicularis, angustus.

Antennae filiformes, porrectae, fuscae, basi subtus testaceae, corporis longitudine.

Caput totum flavum oculis verticeque atris.

Thorax niger antice linea utrinque pectoreque luteis.

Abdomen subclavatum, atrum, medio latere segmentisque anterioribus tenuissime rufescentibus.

Pedes toti lutei femoribus posticis nigris.

saturator. *Habitat* in Svecia.

Pediculi dupla magnitudine, adeoque inter minimos numerandus, vix linearis.

Caput totum atrum maxillis et palpis pallidis.
Thorax, pectus, abdomen atra.
Basis alarum lutescens.
Fasciae circiter tres angustae marginales in dorso abdominis rufescentes.
Aculeus abdomine paulo brevior.
Pedes omnes et toti rufi.
Alae hyalinae stigmate pallido.

invisor. *Habitat* in Anglia.
Minor, vix unguicularis, ater totus antennis, pedibus totis et cingulis abdominis tribus obsoletis rufis.
Antennae filiformes, revolutae, corpore duplo breviores.
Abdomen ovatum, subsessile.
Pedum posticorum genua tibiarumque apex nigra.

dilatator. *Habitat* in Svecia.
Mediocribus minor, unguicularis, ater.
Antennae filiformes, porrectae, longitudine corporis.
Thorax, pectus atra, basi alarum flava.
Abdomen obovatum. Segmentum 1 margine tenuissime et obsolete rufum; 2 et 3 imprimis versus latera rufa, fascia subinterrupta.
Pedes rufi; posticorum femora nigra plantaeque fuscae.
Aculeus abdomine brevior.

rusticator. *Minores* inter, vix unguicularis, ater.
Antennae nigrae totae, uti et caput, thorax, abdomen.
Palpi, pedes fasciaeque abdominis absoletae, rufae.

clypeator. *Habitat* cum priori in Svecia.
Mediae magnitudinis, plus quam unguicularis, ater.
Antennae nigrae uti caput, thorax, abdomen.
Palpi, maxillae, puncta duo clypei flavescentia.
Cingula abdominis obsoleta pedesque rufi.
Stigma pallidum.

praedator. Bassus praedator. *Fabric.* Piez. p. 99.

crenator. Pimpla crenator. *Fabric.* Piez. p. 114.

rotundator. *Habitat* in Svecia.

Minor, unguicularis, ater excepta fascia abdominali pedibusque.

Antennae subsetaceae, nigrae, corpore breviores.

Maxillae luteae.

Basis alarum lutea.

Abdomen subsessile, subclavatum; in medio fascia obsoleta vel unica vel sesquialtera, obscure rufa, vel omnia segmenta margine rufa.

Aculeus abdomine brevior.

Pedes omnes rufi, primi paris toti; secundi tarsis rufo nigroque annulatis; posticorum tibiae basi apiceque nigrae, medio genubusque albis, adeoque annulo albo duplici; tarsi albo nigroque annulati.

osculator. *Habitat* in Svecia.

cylindricus, angustus, unguicularis.

Antennae filiformes, atrae, corpore fere duplo breviores.

Caput, thorax, pectus, atra.

Palpi, labium, maxillae luteae.

Abdomen nigrum cingulis quinque distinctis rufis.

Basis alarum lutescens.

Pedes primi paris albidi femoribus macula nigra; secundi paris rufescentes femoribus macula nigra; postici rufescentes femoribus totis nigris.

collector. *Habitat* in Svecia.

Minor, angustior, unguicularis, niger.

Antennae filiformes, porrectae, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus atra.

Maxillae, palpi basisque alarum lutea.

Abdomen obovatum cingulis 6, albidis marginalibus.

Pedes anteriores rufescentes; postici fusci femoribus piceis.

conopsator. *Habitat* in Svecia.

Mediocribus paulo minor, conopsidi valde similis, unguicularis vel paulo ultra.

Thorax et pectus atra, immaculata basi alarum lutescente.

Abdomen petiolatum, obovato-clavatum, cingulis sex marginalibus flavis.

Pedes rufi, postici nigri toti.

segmentator. Pimpla segmentator. *Fabric.* Piez. p. 114.

bidentor. Bassus bidens. *Fabric.* Piez. p. 101.

accusator. Pimpla accusator. *Fabric.* Piez. p. 117.

modulator. Pimpla mediator. *Fabric.* Piez. p. 117.

buccator. *Habitat* in Svecia.

Inter minores, filiformis, unguicularis.

Totus ater abdominis segmentis margine et pedes omnes ac toti rufi.

Os punctis pluribus flavis notatum.

literator. *Habitat* in Svecia.

Inter minores, unguicularis.

Palpi, latera abdominis, venter et pedes rufa.

Antennae nigrae.

Tibiae et tarsi posticorum pedum albi, nigro-annulatae.

gigantor. *Habitat* in Svecia.

Maximus, crassus, fere bipollicaris

Antennae filiformes, porrectae, nigrae, corpore breviores, pollicares.

Caput totum atrum palpis fulvis.

Pectus et thorax nigra, immaculata basi alarum lutescente.

Abdomen obovatum, convexum, atrum, nitidum segmentorum omnium marginibus flavis.

Pedes rufi tibiis posticis solis fuscis.

Aculeus longitudine fere corporis, plus quam pollicaris, rufus vagina nigra.

Alae flavescentes stigmate luteo.

oculator. Ichneumon oculator. *Fabric.* Piez. p. 68.

custodiator. Ichneumon custodiator. *Fabric.* Piez. p. 68.

tripunctator. Cryptus tripunctator. *Fabric.* Piez. p. 86.

pollyguttator. Ophion obscurus. *Fabric.* Piez. p. 132.

dentator. Ophion dentator. *Fabric.* Piez. p. 138.

dealbator. Cryptus anator. *Fabric.* Piez. p. 87.

meliorator. Pimelia meliorator. *Fabric.* Piez. p. 118.

dissector. *Habitat* in Japonia.

Major, pollicaris, totus fere coeruleus vel cyaneus, nitens.

Antennae setaceae, revolutae, nigrae, corpore duplo breviores.

Maxillae magnae, arcuatae.

Thorax bilobus, abdomine longior et crassior, medio sulcatus.

Abdomen petiolatum, ovatum, breve.

Femora postica sanguinea.

Tibiae et plantae omnes fuscae.

Alae abdomine breviores, hyalinae, venosae.

Singularis hujus insecti structura, imprimis thorace grandiore.

saxator, Ichneumon lapidator. *Fabric.* Piez. p. 67. Non Cryptus lapidator. ibid. p. 84.

cyanator. *Habitat* in capite bonae spei.

Mediocris magnitudinis, vel major formica rufa, totus coeruleus.

Antennae setaceae, nigrae, corpore triplo breviores.

Thorax bilobus lobo anteriore postice spina duplici, erecta, minuta.

Abdomen petiolatum, subglobosum, nitens.

Alae hyalinae, venosae fascia fusca.

coerulator. Ichneumon coerulator. *Fabric.* Piez. p. 68.

exspectator. Bracon exspectator. *Fabric.* Piez. p. 108.

tottor. *Habitat* in promontorio bonae spei.

Formicae rufae statura et magnitudine, totus niger, etiam alis ore, antennis pedibusque omnibus et totis rufis.

irrorator. Cryptus irrorator. *Fabric.* Piezat. p. 88.

morio. Ophion morio. *Fabric.* Piez. p. 132.

duplicator. *Habitat* in Insula Americes Barthelemi.
Formica rufa minor, totus ater, glaber.
Antennae filiformes, revolutae, corpore duplo breviores.
Abdomen petiolatum, subglobosum, nitens.
Alae albae fascia duplici fusca.

ocellator. Bracon ocellator. *Fabric.* Piez p. 108.

phryganator. *Habitat* in capite bonae spei.
Mediocres adaequans, formica rufa paulo major, corpore toto atro, glabro, nitido,
Abdomen petiolatum, ovatum.
Aculeus longitudine abdominis.
Alae omnes magnae et abdomine fere duplo longiores, totae flavae: apice magna macula, terminali, nigra.

luctor. *Habitat* in capite bonae spei.
Ater totus pedibus rufis, mediocris magnitudinis, pollicaris.
Antennae setaceae, porrectae, corporis longitudine.
Abdomen petiolatum, clavatum, compressum.
Pedes rufi femorum basi tibiisque posticis cum tarsis fuscis.
Alae violaceo-atrae fascia pallida intra apicem.

plumator. *Habitat* in Sumatra insula, unde navem nostram transnavigantem salutavit.
Bracon plumator. *Fabric.* Piez. p. 102.
Pedes quatuor anteriores rufi.
Abdomen supra convexum, atrum, torusolum; subtus concavum, niveum; lateribus subserratum.

capitator. Bracon capitator. *Fabric.* Piez. p. 108. Non vero Cryptus capitator, ibid. p. 82.

umbrator. Cryptus umbratus. *Fabric.* Piez. p. 89.

insidiator. Bracon insidiator. *Fabric.* Piez. p. 108.

despector. Joppa atrata. *Fabric.* Piez. p. 123.

marmorator. Banchus annulatus. *Fabric.* Piez. p. 129.

tentator. Pimpla dentator. *Fabric.* Piez. p. 114.

compunctor. Cryptus compunctor. *Fabric.* Piez. p. 84.

Adeo similis I. *praerogatori*, ut ovum ovo, ea tamen differentia exigua, ut in hoc predes rufi, in illo pallide flavi; in hoc tibiae posticae atrobimaculatae, in illo non; in hoc abdomen magis ovatum, in illo lineare.

redactor. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis, subpollicaris.

Antennae nigrae, filiformi-setaceae.

Caput, thorax, abdomen atra.

Clypeus et palpi rufi.

Pedes anteriores toti rufi; postici nigri.

Diversus valde ab I. *compunctore*, cui similis.

corruscator. Ichneumon corruscator. *Fabric.* Piez. p. 66.

mandibulator. Bassus praerogator. *Fabric.* Piez. p. 99.

Mediocris, plus quam unguicularis, linearis, ater palpis, maxillis, labio pedibusque rufis.

Antennae filiformes, porrectae, corporis longitudine.

Ante alas punctum minutissimum luteum.

Tibiae posticae pallidae tarsis fuscis.

compactor. *Habitat* in Svecia.

Totus ater ore scilicet, palpis, maxillis, clypeique margine rufis, unguicularis.

Antennae setaeeae.

Abdomen ovatum, subsessile, obtusum, atrum immaculatum.

Pedes rufi, posticorum tibiis tarsisque atris.

junior. *Habitat* in Svecia.

Minor, ater, unguicularis, duplo minor I. *compactore.*

Os pedesque toti rufi.

Abdomen subsessile, ovatum, obtusum, immaculatum, atrum totum.

Stigma atrum.

gladiator. *Habitat* in Svecia.

Inter mediocres collocandus, pollicaris, totus exceptis pedibus, ater.

Antennae setaceae, porrectae, corpore breviores.

Os rufum cum maxillis labioque; frons nigra.
Thoracis lineae punctumque subalare flava.
Abdomen oblongum.
Vaginae aculei ensiformes, longitudine fere abdominis.
Pedes omnes et toti rufi, tartis posticis piceis.

dilector. *Habitat* in Svecia.
Minor, totus ater pedibus rufis, luteoque varie pictus, unguicularis.
Antennae setaceae, nigrae bulbo basique subtus luteis, corpore breviores.
Frons tota flava.
Thorax et pectus luteo lineata maculataque.
Pedes rufi tarsis posticis fuscis.

infestor. *Habitat* in Svecia.
Similis priori, magnitudine eadem.
Antennae setaceae, porrectae, basi subtus et bulbo luteis, corpore breviores.
Frons tota lutea.
Thorax et pectus atra, nitida, immaculata.
Abdomen oblongum, nitidum, atrum.
Pedes sanguinei, posticorum genu, apice tibiarum tarsisque fuscis.

fabricator. Ichneumon fabricator. *Fabric.* Piez. p. 68.

laborator. *Habitat* in Svecia.
Medius, pollicaris, ater.
Antennae setaceae, nigrae, corpus aequantes.
Caput, thorax, abdomen atra.
Palpi maxillae et latera clypei rufa.
Abdomen petiolatum, lineari-oblongum.
Pedes rufi toti femoribus posticis elongatis.

approximator. Pimpla approximator. *Fabric.* Piez. p. 113.

cognator. *Habitat* in Svecia, vulgaris.
Similis in plurimis I. *approximatori*, licet paulo minor, ater, pollicaris.

Antennae setaceae.

Frons non flava, sed nigra labii margine obsoletissime, palpis pedibusque flavo - rufescentibus.

Abdomen sessile, cylindricum, elongatum.

nepotor. *Habitat* in Svecia.

Similis I. *manifestatori* et *cognatori*, sed paulo minor et tenerior, subpollicaris.

Antennae filiformes, thorax, abdomen nigra.

Labium linea transversa punctoque flavis uti et basi antennarum subtus atque palpi.

Lineae thoracis pedesque flavi.

Abdomen sessile, lineari - cylindricum elongatum.

calceator. *Habitat* in Svecia.

Medius, valde affinis, I, *approximatori*, sed diversus, pollicaris.

Antennae filiformi - setaceae, nigrae.

Thorax niger linea obsoleta sub alis lutea.

Abdomen petiolatum, elongatum, atrum.

Palpi, maxillae, fascia labii lineaeque oculares flavae.

Pedes rufi basi femorum atra.

Tarsi posticorum albi.

fundator. *Habitat* in Svecia.

Medius, plus quam unguicularis.

Antennae filiformi - setaceae, nigrae.

Palpi, maxillae, fascia labii lineaeque oculares flavae.

Thorax et abdomen nigra, immaculata.

Pedes rufi tarsis posticis fuscis.

Basis femorum alba.

lineator. Cryptus lineator. *Fabric.* Piez. p. 87. Non Bassus lineatus. ibid. pag. 101.

coronator. Pimpla coronator. *Fabric.* Piez. p. 118.

stercorator. Pimpla stercorator. *Fabric.* Piez. p. 117.

varicator. Pimpla varicornis. *Fabric.* Piez. p. 119.

signator. *Habitat* Upsaliae in Svecia.
Magnitudo media, pollicaris.
Antennae filiformi - setaceae, porrectae, longitudine circiter corporis.
Frons tota orbitaque oculorum lutea.
Thorax et pectus valde luteo - variegata.
Abdomen lineari - oblongum.
Pedes lutei tarsis posticis fuscis.

mammillator. *Habitat* in Svecia.
Magnitudo media, pollicaris.
Antennae setaceae, nigrae, porrectae, longitudine corporis.
Os rufum.
Thorax niger linea antica punctoque subalari flavis.
Pectus atrum lobo subtus utrinque fulvo.
Abdomen lineari - oblongum, convexum.
Aculeus abdomine paulo brevior.
Pedes rufi tarsis posticis fuscis.
Alae basi flavescentes.

pectorator. *Habitat* in Svecia.
Multum similis prioribus.

manducator. Cryptus manducator. *Fabric.* Piez. p. 87.
Habitat in Germania et in Svecia satis vulgaris.
Mandibulae rufae dentibus apice nigris.

denticulator. *Habitat* in Svecia.
Similis I. dentatori, sed duplo minor.
Antennae filiformes, piceae, reflexae.
Thorax et abdomen nigra, immaculata.
Abdomen petiolatum, obovato - oblongum.
Aculeus abdomine longior, corporis fere longitudine.
Pedes toti rufi, immaculati; femora parum clavata; postica unidentata.
Palpi rufi; duo duplo longiores, incurvi.

ruspator. Cryptus ruspator. *Fabric.* Piez. p. 88.

saltator. *Habitat* in Svecia.

Pediculi majoris magnitudine, totus fere ater.

Antennae setaceae, porrectae, corpore ipso paulo longiores.

Thorax, pectus, abdomen atra, immaculata.

Abdomen subpetiolatum, ovatum, brevissimum.

Pedes anteriores rufi macula femorum atra; postici elongati; femora crassa, atra, magnitudine abdominis. Tibiae et tarsi lutescentes.

Alae hyalinae, medio fuscescentes, stigmate atro, abdomine duplo longiores.

curvator. Cryptus curvator. *Fabric.* Piezat. p. 88.

Habitat in Svecia et in Dania.

spectator. Bassus spectator. *Fabric.* Piez. p. 100.

distensor. *Habitat* in Svecia.

Simillimus I. *extensori* ore rufo, palpis elongatis flavis, pedibusque; differt vero femoribus posticis nigris et magnitudine fere tripla.

Caput, thorax, abdomen, tibiae posticae, antennae nigra.

Femora postica elongata, clavata.

expansor. *Habitat* in Svecia.

Multum similis I. *extensori* et *distensori;* sed hoc major et illo quadruplo major; ore, palpis et femoribus posticis atris. Etiam valde affinis et similis I. *distensori*, palpis oreque atris.

Differt praecipue basi pedum atra, tibiis posticis apice tantum tarsisque nigris atque aculeo brevissimo.

Abdomen subcompressum, clavatum.

Femora postica elongata, clavata.

extensor. Pimpla extensor. *Fabric.* Piez. p. 115.

foliator. Bassus foliator. *Fabric.* Piez. p. 100.

Ophion foliator. *Fabric.* Entom. Syst. Suppl. p. 239.

nunciator. Ophion nunciator. *Fabr.* Piez. p. 134.

deprimator. Ichneumon deprimator. *Fabric* Piez. p. 69.

calculator. Bassus calculator. *Fabric.* Piez. p. 93.

pinnator. Pimpla pinnator. *Fabric.* Piez. p. 116. Non Bracon pennator. ibid. pag. 103 Neque Ophion pennator. ibid. pag. 135.

fuscator. Cryptus fuscator. *Fabric.* Piezat. p. 85.

formicator. Cryptus formicatus. *Fabric.* Piez. p. 88.

incitator. Pimpla incitator. *Fabric.* Piezat. p. 117.

castigator. Ichneumon castigator. *Fabric.* Piez. p. 68.
Habitat in Svecia.

vestigator. *Habitat* in Svecia.
Magnitudo et statura I. *instigatoris*, cui simillimus, diversus vero abdominis apice compresso, tibiis posticis nigris et imprimis nervis alarum diversis.

cryptator. Cryptus enervator. *Fabric.* Piez. p. 85. Non I. enervator. *Linn.* Faun. Svecic. p. 405. a quo valde diversus est.

cingulator. *Habitat* in Svecia.
Magnitudine I. castigatoris, vix pollicaris, totus ater pedibus rufis.
Antennae filiformes, porrectae, corpore breviores.
Pedes anteriores rufi. Posticorum femora rufa genu atro; tibiae annulo baseos albo, tarsis piceis.
Valde similis I. lurionellae; sed duplo vel triplo major annulo tibiarum magis obsoleto.

examinator. Cryptus examinator. *Fabric.* Piez. p. 85.
Habitat in Svecia et Austria.
Similis valde I. *turionellae*, *moschatori* et *cingulatori;* Turionellae quadruplo major.

turionator. Cryptus turionellae. *Fabric.* Piez. p. 87.

moschator. Ichneumon moschator. *Fabric.* Piez. p. 67.

moderator. Ophion moderator. *Fabric.* Piez. p. 137.
praerogator. Bassus praerogator. *Fabric.* Piez. p. 99.
resinator. Pimpla resinator. *Fabric.* Piez. p. 116.
manifestator. Pimpla manifestator. *Fabric.* Piez. p. 113.
instigator. Cryptus instigator. *Fabric.* Piez. p. 85.
glomerator. Cryptus glomeratus. *Fabric.* Piez. p. 90.
Pediculo minor, adeoque I. *globato* duplo minor, totus ater pedibus pallidioribus, dilute luteis.
globator. Cryptus globatus. *Fabric.* Piez. p. 89.
Magnitudine pediculi majoris, totus ater, pedibus totis rufis.
Abdomen sessile, subdepressum, obtusum, inerme vel aculeatum, aculeo abdomine breviore.
Pedes omnes et toti rufi.
Alae abdomine longiores, subfuscae stigmate atro.
ovulator. Cryptus ovulorum. *Fabric.* Piez. p. 91.
exarator. Ichneumon exarator. *Linn.* Faun. Svec. p. 404.
narrator. Ichneumon narrator. *Fabric.* Piez. p. 67.
melanator. Ichneumon atrator. *Fabric.* Piez. p. 67.
restitutor. Ichneumon restaurator. *Fabric.* Piez. p. 67. Non Cryptus restaurator. ibid. p. 83.
auratus. Joppa aurata. *Fabric.* Piez. p. 121.
verticalis. Joppa verticalis. *Fabric.* Piez. p. 122.
testatorius. *Habitat* in Svecia.
E majoribus, totus ferrugineus, thorace cum pectore et petiolo abdominis nigris.
Oculi, caput postice et stemmata fulva.
Thoracis dorsum et pectus nigra, maculata in margine antico maculis duabus, puncto utrinque subalari et linea ante alas ferrugineis.
Scutellum tetragonum, flavum.
Petiolus abdominis et apex tibiarum posticarum nigra.
Antennae totae ferrugineae, basi tantum supra fuscescentes, corpore paulo breviores.

decorius. *Habitat* in Vestmannia Sveciae et Upsaliae.

Mediae magnitudinis, fere pollicaris.

Ferruginea sunt antennae basi tantum fuscescente, palpi, maxillae, lineae frontales latae, linea pone oculos, quatuor puncta in margine thoracis antico, punctum subalare, scutellum quadratum, linea transversa pone scutellum, maculae duae in ipso apice, abdomen, pedes antici toti tibiaeque posticae.

Nigra sunt thorax, pectus, petiolus, femora postica in medio et apex tibiarum.

Alae lutescentes, venosae.

Antennae corpore paulo breviores.

variatorius. Cryptus variatorius. *Fabric.* Piez. p. 78.

Habitat in Svecia.

fusorius. Ichneumon fusorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

axillatorius. *Habitat* in Vestmannia Svecia Dr. *Hall.*

Parvus, pisorio decies minor, cui similis, unguicularis.

Antennae setaceae, nigrae longitudine corporis.

Caput, et thorax atra.

Labium, tota frons et antennae subtus basi flavae.

Linea antica in thorace et punctum subalare, uti et scutellum, lutea

Abdomen totum et pedes rufi petiolo nigro.

similatorius. Ichneumon similatorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

binarius. *Habitat* in Svecia rarior.

Merito inter majores referri potest, pollicaris fere longitudinis.

Flavo-ferruginea sunt antennae totae, infima tantum basi et parum supra fuscae, corpore paulo breviores; thorax cum pectore; petiolus abdominis cum dimidio primo segmento; femora postica cum apice tibiarum et macula utrinque in segmento primo abdominis.

Ferruginea sunt palpi, os, lineae frontales latae, lineae pone ocu-

los, macula utrinque duplex in margine thoracis antico, macula baseos alarum, scutellum tetragonum cum macula minori pone scutellum, abdominis primum segmentum dimidium cum reliquis totis, pedes anteriores et labiarum posticarum bases.

Alae basi flavescentes.

breviatorius. Cryptus breviatorius. *Fabric.* Piez. p. 75.

minoribus. Bassus minutorius. *Fabric.* Piezat. p. 97.

nominatorius. Joppa fasciata. *Fabric.* Piez. p. 122.

flexorius. *Habitat* in Svecia.

Mas I. *circumflexo*, cui similis ut ovum ovo; sed *in* hocce *Antennae* nigrae, non flavae.

Frons in illo trilineata, in hoc tota lutea.

Scutellum in hoc vix flavum, in illo rufescens.

Abdomen in utroque attenuato-petiolatum, compressum; in illo ultima segmenta tota atra, in hoc ultimum totum et penultimum dorso.

Pedes in hoc toti rufi, in illo genicula nigra.

circumflexus. Ophion circumflexus. *Fabric.* Piez. p. 133.

maxillarius. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, subpollicaris.

Antennae setaceae, piceae, longitudine fere corporis.

Caput, thorax, petiolus, anus femoraque postica nigra.

Palpi, maxillae, labium, lineae duae frontales flava.

Abdominis medium et pedes rufi femoribus posticis nigris.

fulvatorius. Ichneumon flavatorius. *Fabric.* Piez. p. 63.

fraternarius. *Habitat* in Svecia.

Similis omnino I. *maxillatorio*; sed in hoc frons tota et basis antennarum flava.

In scutello punctum minimum flavum.

Linea ante alas lutea.

Rufescentia sunt abdominis medium, pedes quatuor anteriores, annulus femorum tibiarumque basis.

dubitatorius. Cryptus dubitatorius. *Fabric.* Piez. p. 77.

scriptorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Vix duas lineas longus.

Antennae, caput, thorax cum pectore, petiolus cum apice abdominis atra.

Antennae capite paulo breviores corpore.

Labium, macula frontalis quadrata, lineaeque oculares flavae.

Thorax antice linea utrinque, macula subalari et puncto baseos alarum, nec non scutellum quadratum flava.

Abdominis segmenta anteriora tria rufa; reliqua nigra immaculata.

Pedes anteriores minores, rufescentes.

Femora postica crassiora, rufa genu nigro.

Tibiae basi rufescentes, apice nigri.

labiatorius. *Habitat* in Svecia.

Magnitudo statura et similitudo summa I. *scriptorii.*

Antennae totae nigrae, corporis fere longitudine.

Labium, frons, lineae oculares et puncta baseos antennarum flava.

Thorax cum pectore niger, lineis ante alas, puncto baseos alarum et in medio pectore utrinque luteis.

Scutellum transverse flavum; pone scutellum lineola minor et in apice exciso ad utrumque latus punctum minimum flavum.

Abdominis petiolus niger margine postico rubro; segmenta 2, 3, 4 tota rufa; primum piceum; 5 et 6 nigra, immaculata.

Pedes rufi, posticorum genubus, tibiis tarsisque nigris cum annulo albo in basi tibiarum posticarum.

duplicatorius. *Habitat* in Svecia.

Caput nigrum ore lineisque frontalibus luteis.

Antennae nigrae totae, corpore breviores.

Thorax com pectore ater macula flava baseos alarum.

Scutellum quadratum, flavum cum macula subjacente.

Abdominis petiolus, segmentum 4, 5, 6 nigra; tria anteriora rubra, glabra.

Pedes anteriores teneriores, rufi; posteriores nigri genubus annulo rufo.

Magnitudinem mediocrem vix attingit.

lotatorius. Ichneumon lotatorius. *Fabric.* Piez. p. 60.

laetatorius. Ichneumon laetatorius. *Fabric.* Piez. p. 63.

Habitat et in Svecia et Germania.

erectorius. Ichneumon erectorius. *Fabric.* Piez. p. 65.

luctatorius. Ichneumon luctatorius. *Fabric.* Piez. p. 60.

segmentorius. Banchus segmentorius. *Fabric.* Piez. p. 97.

limbatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediocris magnitudinis, I. *luctatorio* similis et I. *segmentorio* affinis, fere pollicaris.

Antennae nigrae basi subtus flava, corpore breviores.

Caput atrum palpis, labio, punctis duobus minoribus duobusque majoribus frontis flavis.

Thorax cum pectore ater, linea ante, puncto sub alis et basi alarum cum scutello flavis.

Abdominis petiolus niger, apice dilatato luteus. Segmenta 1, 2, 3 lutea margine antico rufo; reliqua nigra, immaculata.

Pedes lutei femoribus nigris.

sollicitorius. Ichneumon sollicitorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

ligatorius. *Habitat* in Svecia.

Magnitudine I. *luctatorii.*

Palpi, maxillae, labium, maculaeque binae frontales bifidae, basisque antennarum subtus flava.

Linea utrinque ante alas scutellumque lutea.

Abdominis petiolus et segmenta tria ultima atra; 1 rufum puncto nigro; 2 et 3 rufa margine postico nigro.

Pedes rufi femoribus mediis et apice tibiarum nigris.

decoratorius. Cryptus decoratorius. *Fabric.* Piez. p. 78.

sinuatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediae fere magnitudinis, semipollicaris.

Antennae setaceae, nigrae, lobis baseos subtus flavis, longitudine fere corporis.

Caput nigrum palpis, maxillis, labio et macula frontali superius sinuata flavis. In labio puncta tria minutissima nigra.

Thorax, pectus, abdomen atra.

Lineae ante et sub alis et scutellum triangulare flava.

Abdomen convexum; segmentum secundum rufum fascia atra; tertium rufum totum; quartum basi rufum; reliqua immaculata, atra.

Pedes rufi tarsis posticis albis.

osculatorius. Cryptus osculatorius. *Fabric.* Piez. p. 76.

mediatorius. Ichneumon mediatorius. *Fabric.* Piez. p. 60.

nugatorius. Ichneumon nugatorius. *Fabric.* Piez. p. 61. Ichneumon fasciatorius. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 143.

nuptatorius. Ichneumon nuptatorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

sponsorius. Ichneumon sponsorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

gemellitorius. *Habitat* prope Upsaliam in Svecia.

Inter minores, pollicem longus, crassus.

Antennae subuliformes, nigrae cum maculis baseos subtus, porrectae, corpore duplo breviores.

Caput atrum fronte palpisque ferrugineis.

Thorax cum pectore ater; linea ante alas utrinque ferruginea; macula major ante basin et minor in ipsa basi flava.

Scutellum quadratum, flavum.

Petiolus ater, medio sulcatus, latere utroque macula flava.

Abdominis segmenta tria antica flavescentia marginibus posticis obsolete rufescentibus; reliqua nigra, ultimum alboguttatum.

Pedes toti flavi basi femorum nigra.

punctorius. Cryptus punctorius. *Fabric.* Piezat. p. 78.

negatorius. Ichneumon negatorius. *Fabric.* Piez. p. 60.

Habitat in Svecia et Anglia.

laboratorius. Ichneumon laboratorius. *Fabric.* Piez. p. 61.

umbratorius. *Habitat* in Svecia, circum Upsaliam.

Inter mediocres, fere pollicaris.

Antennae nigrae totae, corpore breviores.

Caput nigrum maxillarum apicibus flavis.

Thorax cum pectore ater linea ante et sub alis scutelloque flavis.

Petiolus abdominis, segmenta 3, 4, 5, 6 nigra cum fascia abbreviata in margine postico alba; 1 et 2 rufa cum macula obsoleta fusca in margine postico segmenti primi.

Femora omnia nigra, anticorum genubus flavis.

Tibiae luteae; posticae apice tarsique nigri.

Variat guttis tribus et quatuor, dum segmentum tertium totum nigrum, immaculatum.

occisorius. Ichneumon occisorius. *Fabric.* Piez. p. 61.

capitatorius. Bassus clavatorius. *Fabric.* Piezat. p. 96.

cinctorius. Cryptus cinctorius. *Fabric.* Piez. p. 78.

Habitat etiam in Svecia.

retusorius. *Habitat* in Svecia.

Paulo minor mediocribus, unguicularis.

Antennae porrectae, totae nigrae, capitis thoracisque longitudine.

Caput nigrum palpis rufescentibus, lineisque frontalibus luteis.

Thorax, pectus, abdomen atra.

Linea ante alas, alia sub alis punctumque baseos alarum, nec non puncta duo scutellaria lutea.

Apex thoracis sulcato-retusus.

Abdomen totum atrum ultimis tantum tribus segmentis alboguttatis.

Pedes rufi tibiis posticis apice tarsisque fuscis.

consignatorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Magnitudine media, vix tamen pollicaris.

Antennae nigrae lobo baseos subtus luteo, corpore paulo breviores.

Caput nigrum palpis, maxillis, labio, lineis frontalibus cum puncto centrali frontis coalitis flavis.

Thorax, pectus, abdomen atra.

Punctum utrinque in margine antico thoracis, ante alas et sub alis lutea.

Scutellum quadrangulare, luteum.

Abdominis segmentum secundum utrinque in margine postico notatur macula alba.

Pedes rufi tarsis posticorum nigris.

designatorius. Ichneumon designatorius. *Fabric.* Piez. p. 63.

vagatorius. Pimpla vagatoria. *Fabric.* Piez. p. 112.

intricatorius. Cryptus intricatorius. *Fabric.* Piez. p. 77.

persuasorius. Pimpla persuasoria. *Fabric.* Piezat. p. 112.

notatorius. *Habitat* in Finlandia.

Var. α. Magnitudine media, pollicaris.

Antennae totae nigrae, subfiliformes, corporis dimidia longitudine.

Caput atrum maxillis lineisque frontalibus flavis.

Thorax cum pectore ater linea subalari scutelloque quadrato flavis.

Abdomen nigrum; in quatuor angulis segmenti primi macula parva lutea; secundum totum luteum; tertium in angulo postico utrinque macula flava; reliqua immaculata.

Femora omnia nigra; anteriora flavomaculata; tibiae flavae, posticae apice nigro; tarsi flavi.

Alae obsolete flavescentes, reticulatae.

Var. β. absque maculis in tertio segmento.

bidentorius. Ichneumon bidentorius. *Fabric.* Piez. p. 63.

Habitat in Svecia et in Anglia.

Magnitudo et statura I. *notatorii.*

Antennae subfiliformes, nigrae, subtus imprimis basi testaceae, corpore fere duplo breviores.

Caput nigrum palpis, ore totaque fronte cum punctis baseos antennarum luteis.

Thorax et pectus atra linea subalari, puncto ante alas scutelloque quadrato luteis; in apice spinae duae nigrae.

Abdomen nigrum; primum segmentum dimidium flavum; tertium margine postico nigrum; reliqua immaculata.

Pedes anteriores flavi cum macula oblonga nigra in femoribus; posticorum femora atra, basi flava, tibiisque flavis apice nigro, tarsisque sordide luteis.

fasciatorius. Ichneumon fasciatorius. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 143. 39.

Ichneumon nugatorius. *Fabric.* Piez. p. 61.

bicinctorius. *Habitat* in capite bonae spei dicto.

Infra mediocrem magnitudinem, semipollicaris.

Antennae cum toto corpore atrae.

Flava sunt macula thoracis subalaris et scutellum; cingulum in margine petioli et segmenti primi.

Pedes antici rufi; postici rufi genubus nigris.

frontorius. *Habitat* Upsaliae et in Dalekarlia Sveciae Dr. *Blom.*

Similis admodum I. *coalitorio* statura et magnitudine.

Antennae, caput, thorax ut in I. *coalitorio.*

Abdomen sessile, supra nigrum, subtus fuscum; segmenti tertii quartique margo posticus luteus fasciola subinterrupta.

Pedes pallide lutei, posticorum tibiis basi albis, apice fuscis.

tricinctorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Inter minores vix unguicularis.

Antennae nigrae basi subtus flava, subfiliformes, corpore breviores.

Palpi et frons lutea.

Thorax cum pectore et abdomen atra.

Linea thoracis ante alas, punctum sub alis, in basi et pone flava.

Scutellum flavum, minutum.

Abdomen sessile; 1, 2, 3 segmenta margine tenuissime flavo-fasciata; reliqua immaculata.

Pedes flavescentes.

galitorius. *Habitat* in Svecia.

Minoris magnitudinis, semiunguicularis, facie formicae.

Antennae subfiliformes, fuscae, subtus cinerascentes, corpore paulo breviores.

Caput nigrum palpis et apice maxillarum luteis.

Thorax cum pectore et abdomine ater.

Puncta ad alas minutissima et scutelli lineola flava.

Petioli margo posticus albus et duo insequentia segmenta vix manifeste, nec nisi certo situ margine tenuissime albida.

Vagina nigra aculeo rubro, abdomine breviori.

Pedes rufi apice tibiarum posticarum tarsisque nigris.

tricolorius. *Habitat* in Svecia.

Minor, unguicularis.

Antennae filiformes, nigrae, lobo baseos luteo, subtus, corporis fere longitudine.

Caput nigrum palpis, tota fronte cum lineis ocularibus laete flavis.

Thorax ater linea ante, puncto sub alis scutelloque luteis.

Pectus nigrum, utrinque linea duplici lutea eleganter pictum.

Abdomen tenue, subclavatum, nigrum fasciis in medio dorso tribus rufis.

Pedes rufi lobis baseos luteis.

coalitorius. *Habitat* in Svecia.

Minor, unguicularis.

Antennae supra fuscae, subtus flavescentes basi lutea.

Oculi et vertex capitis nigra; frons cum ore et palpis tota laete flava.

Thorax, pectus, abdomen nigra.

Macula ante alas, sub alis punctoque duo minutissima scutelli flava.

In secundo abdominis segmento macula lutea; in tertio uterque margo et dorsum flava; reliquorum margines tenuissime flavi.

Pedes omnes pallide lutei, tarsis fuscis.

Alae apice fuscae.

maculatorius. Bassus maculatorius. *Fabric.* Piez. p. 96.

necatorius. Ichneumon necatorius. *Fabric.* Piez. p. 62.

tetracinctorius. *Habitat* in Svecia.

E minimis hujus generis, pediculo vix major.

Antennae piceae, subtus magis cinereae, filiformes, capitis thoracisque longitudine.

Caput nigrum palpis lineisque ocularibus flavis.

Thorax niger cum macula subalari minuta et scutello pusillo flavis.

Abdomen ovatum, atrum, nitidum. Petiolus et primum segmentum atra, immaculata; reliqua margine postico laete flava. *Anus* ruber.

Pedes omnes et toti pallidi, flavescenti-albidi, solis posticis tarsis parum fuscis.

vaginatorius. Ichneumon vaginatorius. *Fabric.* Piez. p. 62.

micratorius. Ichneumon micratorius. *Fabric.* Piez. p. 62.

geniculatorius. Cryptus geniculatorius. *Fabric.* Piez. p. 72.

sulcatorius. *Habitat* in Svecia.

Similis et affinis I. *lituratorio*, mediae fere magnitudinis, unguicularis.

Antennae setaceae, supra fuscae, subtus sordide lutescentes, basi macula flava, corpore paulo breviores.

Caput nigrum maxillis, labio lineisque frontalibus flavis.

Thorax et pectus atra linea ante et sub alis cum puncto baseos alarum utrinque flavis.

Scutellum tetragonum cum lineola subjecta flavum.

Abdomen subsessile, nigrum. *Petiolus* latus trisulcatus, margine flavus. Segmenti primi margo posticus late flavus, reliquorum tenuissime fasciati.

Pedes flavi femoribus linea tibiisque posticis apice nigris.

abruptorius. *Habitat* in Svecia.

Affinis et I. *lituratorio* et *sulcatorio*, satis tamen ab utroque distinctus, ejusdem magnitudinis.

Antennae ut in I. *sulcatorio.*

Caput nigrum palpis, punctis quatuor transversis oris, labio, lineis frontalibus obliquis et lineis ocularibus obsoletis flavis.

Thorax cum pectore niger punctis duobus in margine antico, lineis subalaribus binis utrinque scutelloque cum subjecta lineola flavis.

Abdomen subsessile, convexum. Petiolus trisulcatus margine punctis quatuor flavis notatus; reliqua segmenta margine postico signantur fascia tenui flava.

Femora antica flava macula oblonga atra; postica tota atra; tibiae anticae flavae; posticae basi albae, apice nigri tarsis fuscis.

lituratorius. Ichneumon lituratorius. *Linn.* Faun. Svec. p. 400.

Maculae abdominis subtrigonae, quatuor usque sex.

Petiolus crassus, sulcatus.

dilatatorius. *Habitat* in Germania.

Mediae magnitudinis, statura et similitudine summa cum I. *volutatorio.*

Antennae subfiliformes, supra fuscae, subtus luteae, corpore paulo breviores.

Caput nigrum palpis, ore, lineis frontalibus latioribus sordide flavis.

Thorax cum pectore niger, puncto utrinque in margine antico, subalari, baseos alarum, et duobus in scutello flavis.

Abdomen oblongo-ovatum, convexum, apice compressum, nigrum

cingulis sex marginalibus segmentorum luteis, quorum tria priora latiora.

Pedes flavi macula longitudinali atra in femoribus posticis.

arcuatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediocribus minor, unguicularis.

Antennae setaceae, totae nigrae, corporis longitudine.

Caput nigrum palpis punctisque duobus oris flavis.

Thorax, pectus, abdomen nigra.

Linea ante alas, punctum sub alis, scutellum biguttatum et bifasciatum, arcusque cruribus abdomen spectantibus in apice thoracis flava.

Abdomen ovatum, atrum segmentis margine fasciis septem tenuibus flavis cinctis.

Aculeus abdomine brevior.

Pedes toti rufi tibiis posticis fuscis.

In multis cum I. *polizonio* convenit, sed sufficienter distinctus est.

polizonius. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae.

E minimis, pediculi dupla magnitudine.

Antennae totae nigrae, setaceae, corpore breviores.

Caput atrum palpis flavescentibus.

Thorax, pectus, abdomen, vagina aculei atra.

Linea ante alas, punctum subalare et baseos, ac puncta duo minima scutelli cum subjecta lineola flava.

Abdomen ovatum, convexum, atrum. Margines segmentorum postici fasciis tenuibus laete flavis sex cincti.

Pedes et aculeus rufi apicibus tibiarum posticarum nigris.

volutatorius. Ichneumon mercatorius. *Fabric.* Piez. p. 61. n°. 37. Entom. System. 2. p. 143. n°. 40.

mercatorius. Ichneumon mercatorius. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 143. n°. 41.

Ichneumon vaginatorius. *Fabric.* Piez. p. 61. n°. 78.

lineatorius. *Habitat* in Svecia.

Similis in plurimis I. *lituratorio*, sed fasciae abdominis in hoc tenues, marginales.

Petiolus sulcatus.

denticularius. Pimpla dentata. *Fabric.* Piez. p. 119.

annulatorius. Ichneumon annulatorius. *Fabric.* Piezat. p. 62.

melioratorius. Ichneumon melioratorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

marginatorius. Cryptus marginatorius. *Fabric.* Piez. p. 76.

notulatorius. Cryptus notulatorius. *Fabric.* Piez. p. 77.

lateratorius. *Habitat* in Svecia.

Minor, vix unguicularis.

Antennae supra fuscae, subtus flavescentes.

Caput nigrum palpis luteis.

Thorax cum pectore niger macula subalari et scutello flavo.

Abdomen subsessile, nigrum, lineare; margo lateralis et segmentorum margines rufi.

Pedes anteriores flavi. *Femora* postica rufa.

Tibiae basi albae, apice fuscae; tarsi albo nigroque annulati.

asilatorius. *Habitat* in Uplandia et Dalekarlia Sveciae.

Ejusdem magnitudinis, staturae et similitudinis cum I. *septemcinctorio.*

Antennae subfiliformes, porrectae, supra nigrae, subtus pallidiores, basi flavae, longitudine fere corporis.

Caput nigrum palpis, lunula labii, lineis frontalibus et orbita oculorum flavis.

Thoracis dorsum cum pectoris lobis rufum, lineis ante alas punctisque duobus sub alis flavis.

Scutellum rufum apice cum subjecta fasciola lutea.

Postice thorax ater cum lunula flava cruribus abdomen spectantibus.

Abdomen subclavatum, atrum cingulis tenuibus subsenis albidis, vix nisi certo situ observandis.

Aculeus rufescens vagina nigra, longitudine corporis.

Pedes omnes rufi, antici parum pallidiores.

septemcinctorius. *Habitat* in Vestmannia Sveciae. Dr. *Hall.*

Ad minores numerari debet, semipollicaris.

Antennae filiformes, nigrae basi subtus flava, porrectae, corpore breviores.

Caput nigrum palpis, fasciola labii, lineae frontales et orbita luteis.

Thoracis dorsum cum pectore rufum, postice nigrum, lineis ante alas, punctisque sub et in basi alarum luteis.

Scutellum cum fasciola subjecta et apice thoracis pallide luteum.

Abdomen sessile, lineare, elongatum, atrum cingulis septem luteo - albidis.

Aculeus ruber vagina nigra, longitudine corporis.

Pedes lutei femoribus rufescentibus.

ecclipsorius. Joppa obscura. *Fabric.* Piez. p. 123.

dorsatorius. Joppa dorsata. *Fabric.* Piez. p. 120.

emarginatorius. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae. Dom. *Gyllenhal.*

Magnitudine fere I. *persuasorii*, sed angustior, bipollicaris.

Antennae filiformes, porrectae, nigrae, pollicares.

Caput nigrum palpis, lineis frontalibus et pone oculos luteis.

Thorax ater, lineis antice in dorso duabus, puncto utrinque subalari, punctis duobus minutis scutelli cum fasciola adjacente et puncto in ipso apice flavo - albidis.

Abdomen sessile, lineare, totum atrum, laevissimum, segmentis 3, 4, 5, 6, 7 subsulcatis, imprimis apice.

Pedes anteriores rufi, postici nigri.

deliratorius. Ichneumon deliratorius. *Fabric.* Piez. p. 64.

laminatorius. Ichneumon laminatorius. *Fabric.* Piez. p. 60.

edictorius. Cryptus edictorius. *Fabric.* Piez. p. 77.

oculatorius. Cryptus oculatorius. *Fabric.* Piez. p. 78.

tripunctorius. *Habitat* in Uplandia et Vestrogothia Sveciae.

Valde affinis I. *biguttorio.*

Mediae magnitudinis, pollicaris.

Antennae setaceae, totae atrae, corpore dimidio breviores.

Caput atrum palpis, apice maxillarum, punctis duobus labii lineisque frontalibus luteis.

Thorax et abdomen cum pectore et pedibus atra.

Punctum ante et sub alis minimum albidum.

Ad latera scutelli lineola albida.

palpitorius. *Habitat* in Svecia.

Magnitudinis mediae, pollicaris.

Antennae subfiliformes, nigrae, lobo baseos subtus flavo, corporis vix dimidia longitudine.

Capitis nigri palpi, maxillae, labium, punctum centrale, lineaeque oculares flava.

Thorax et abdomen tota atra; punctum ante alas et sub illis flavum minutum; *scutellum* subquadratum, flavum.

Pedes toti rufi tibiis posticis nigris.

fossorius. Ichneumon fossorius. *Fabric.* Piez. p. 65.

curtorius. *Habitat* in Finlandia.

Minores inter, unguicularis.

Atra sunt antennae, caput, thorax, pectus abdomen et apex tibiarum posticarum.

Rufi sunt pedes, excepto apice tibiarum posticarum.

Scutellum cum fasciola subjecta flavum.

depressorius. *Habitat* in Svecia et Finlandia.

Magnitudinis mediae, pollicaris.

Ater capite, palpis, antennis, thorace, pectore, abdomine tibiisque posticis.

Antennae setaceae, corpore breviores.

Lineola et punctum, vix conspicua flava sub singula ala.

Scutellum quadratum, luteum.

Pedes flavi macula femorum atra, tibiis posticis fuscis.

cubitorius. *Habitat* in Svecia.

Paulo infra mediam magnitudinem, vix semipollicaris.
Antennae subfiliformes, totae nigrae, corpore breviores.
Caput atrum palpis, maxillis labioque luteis.
Thorax et abdomen tota atra, immaculata exceptis lineis ante, puncto sub alis et scutello flavis.
Petiolus crassus, costato-angulatus.
Segmenta abdominis 1, 2, 3 sulcis binis a margine antico, ubi coëunt, ad posticum divergentibus exarantur.
Pedes ferruginei, genubus posticorum femorum nigris.
Tibiae posticae nigrae basi annulo albo.

tibiatorius. *Habitat* in Svecia.
E minoribus, vix unguicularis.
Antennae filiformes, obtusae, fuscae, subtus pallidiores, globis baseos obsolete flavis, corpore fere duplo breviores.
Caput atrum oculis glaucis; palpis, maxillis, labio, puncto centrali, lineisque frontalibus flavis.
Thorax et abdomen atra; lineae ante alas punctaque sub alis, cum scutello quadrato ejusque fasciola subjecta flavis.
Abdomen sessile, ovato-lineare, obtusum.
Pedes rufi tibiis posticorum basi albis, apice tarsisque fuscis.

tetragonus. *Habitat* in Vestrogothia Sveciae.
Statura, magnitudo et similitudo summa cum I. *tibiatorio*, a quo differt praecipue pictura capitis.
Antennae, thorax, abdomen et pedes, ut in I. *tibiatorio*.
Capitis palpi, maxillae, labium, macula frontalis magna quadrata connata cum lineis frontalibus lutea.

hortorius. *Habitat* in Svecia prope Upsaliam et Holmiam.
Ad minimos numerandus, semiunguicularis.
Antennae filiformes, supra fuscae, subtus lutescentes, lobo baseos subtus flavo, corpore breviores.
Caput antice ore et fronte flavum.
Thorax et abdomen atra; linea ante alas punctoque alari luteis.

Scutellum luteum cum gutta subjacente.
Pedes toti lutei.

pectoratorius. *Habitat* in Svecia.
Minor, unguicularis.
Antennae supra fuscae, subtus lutescentes lobis baseos subtus luteis, corpore duplo breviores.
Caput nigrum palpis, ore, tota fronte lineisque ocularibus flavis.
Thorax niger lineis ante, punctis sub alis luteis.
Pectoris lobi laterales rufi.
Scutellum flavum uti et fasciola subjacens.
Abdomen immaculatum.
Pedes rufescentes tibiis posticis pallidis, apice nigro.

angustorius. *Habitat* in Svecia.
Minor, unguicularis.
Antennae porrectae, filiformes, atrae, corpore breviores.
Caput nigrum palpis, arcu supra os et lineis interocularibus luteis.
Thorax, pectus, abdomen tota atra; linea ante alas punctumque sub alis lutea.
Scutellum rufescens uti et
Pedes toti, tarsis posticis fuscis, basi pallidis.

ustorius. *Habitat* in Svecia.
Inter minimos, pediculo duplo major.
Antennae filiformes, obtusae, supra fuscae, subtus cinerascentes baseos globis subtus luteis, corpore breviores.
Palpi, os, tota frons, lineaeque oculares luteae.
Thorax et abdomen nigrum, linea ante, punctisque minutis sub alis flavis.
Scutellum luteum cum subjecta gutta.
Pedes rufescentes tibiis posticis basi albis, apice nigris.

tipulatorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.
Minor mediocribus, vix semipollicaris.

Antennae filiformes, supra nigrae, subtus cinereae, lobis baseos subtus flavis, corpore breviores.

Capitis nigri palpi, os et tota frons cum lineis ocularibus flava.

Thorax antice dorso cum lobis pectoris rufus, postice cum antica pectoris parte niger; linea ante punctum sub alis lutea.

Scutelli puncta duo in thoracis apice.

Abdomen lineari-oblongum segmentis transverse sulcatodisjunctis, immaculatum; subtus concavum, lutescens.

Pedes flavescentes.

vexatorius. *Habitat* in Svecia.

Mediae magnitudinis vel paulo infra, semipollicaris.

Antennae filiformes, nigrae, subtus cinerascentes, corpore breviores.

Caput, thorax, pectus, abdomen nigra.

Palpi et lineae frontales luteae.

Linea ante alas, punctum baseos, scutelli fasciola cum macula subjacente flava.

Abdominis petiolus sulcatus; segmenta quoque quasi sulco disjuncta.

Aculeus abdomine duplo brevior.

Pedes rubri; tibiae posticae fuscae basi annulo albo.

bipunctorius. *Habitat* Upsaliae in Svecia.

Infra mediam magnitudinem, semipollicaris.

Antennae totae nigrae, corpore paulo breviores.

Caput nigrum palpis, maxillis labioque luteis.

Thorax cum abdomine et pectore ater; linea ante, punctum sub et in basi alarum lutea.

Scutellum macula lunata cruribus bifidis anteriora spectantibus, et fasciola subjecta lutea.

Abdominis petiolus crassus, costatus; segmenta 1, 2, 3 sulcis divergentibus insignita.

Aculeus abdomine duplo brevior, rufus vagina nigra.

Pedes rufi; tibiae posticae fuscae basi annulo albo.

frontatorius. Bassus frontatorius. *Fabric.* Piez. p. 96.

armillatorius. *Habitat* in Svecia.

Paulo minor mediocribus, semipollicaris.

Antennae filiformes, supra fuscae, subtus luteae totae, corpore fere dimidio breviores.

Palpi, labium, frons tota, lineae oculares flava.

Vertex niger.

Thorax et abdomen tota atra; linea ante alas lineolaeque duae sub ala singula, scutellum cum subjacente gutta lutea.

Abdomen subsessile, lineare, subtus concavum; supra convexum segmentis sulcato-disjunctis.

Pedes antici pallide flavi; postici lobis basibusque rufis; tibiae basi albae, apice nigrae; tarsi albo nigroque annulati.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES À St. PETERSBOURG ANNÉE MDCCCXI.

D'APRÈS LE NOUVEAU STYLE,

PAR

B. PETROW.

Présenté à la Conférence le 1 Mars 1820.

I. BAROMÈTRE.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours, auxquels la hauteur du baromètre a été au-dessus de 28 pouces *de Paris.*

NB. *m.* signifie matin, ou avant midi, *à m.* signifie à midi, ou d'environ 2 heures après midi, *après m.* ou *apr. m.* signifie après midi, et *s.* soir.

Mois	Hauteurs les plus grandes		Hauteurs les plus petites		variation	milieu arithmétique	hauteur moyenne	hauteur au-dessus de 28 pouces
	pouces	jours	pouces	jours	pouces	pouces	pouces	jours
Janv.	28,84	le 24 soir	27,36	le 27 matin	1,48	28,10	28,330	26
Févr.	28,92	le 19 matin	27,13	le 14 a midi	1,79	28,025	28,26	22
Mars	28,75	le 26 à m. et s.	27,55	le 4 matin	1,20	28,15	28,109	25
Avr.	28,85	le 17m. et apr. m.	27,92	le 8 à midi	0,93	28,385	28,426	29
Mai	28,54	le 17 matin	27,78	le 31 soir	0,76	28,16	28,37	29
Juin	28,60	le 24 matin	27,76	le 19 matin	0,84	28,18	28,286	29
Juill.	28,53	le 20 m. à m. et s.	27,58	le 10 à midi	0,95	28,055	28,12	22
Août	28,56	le 20 à midi	27,83	le 10m. à m. et s.	0,73	28,195	28,208	28
Sept.	28,67	le 24 à midi	27,67	le 12 à midi	1,00	28,17	28,150	22
Oct.	28,54	le 17m. et apr. m.	27,54	le 2 matin	1,00	28,04	28,106	23
Nov.	28,69	le 2 à midi	27,00	le 8 apr. m.	1,69	27,845	28,044	23
Déc.	28,35	le 20m. et apr. m.	27,33	le 24 m. et apr. m.	1,02	27,84	27,866	14
A.	28,92	le 10 Févr. m.	27,00	le 8 Nov. apr. m.	1,92	27,96	28,170	292
H.	28,92	le 19 Févr. m.	27,00	le 8 Nov. apr. m.	1,92	27,96	28,209	143
E.	28,67	le 24 Sept. à m.	27,54	le 2 Oct. m.	1,13	28,105	28,168	153

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1811, comprenant les 365 jours de l'année.

H. marque l'intervalle de six mois d'hiver depuis le 1 Novembre 1810 jusqu'au 1 Mai 1811, comprenant 181 jours.

E. marque l'intervalle de six mois d'été depuis le 1 Mai 1811 jusqu'au 1 Novembre 1811, comprenant 184 jours.

Le tableau précédent indique: 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,79 pouce) en Février, et la plus petite (de 0,73 pouce) en Août; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,426 pouces) en Avril, et la plus petite (de 27,866 pouces) au mois de Décembre.

II. THERMOMÈTRE DE Mr. DÉLISLE.

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, milieu arithmétique et températures moyennes pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi et pour chaque mois de l'année 1811:

Mois	Températures extrêmes				leurs différences	leur milieu arithm.	Températures moyennes		
	les plus basses		les plus hautes				pendant les matins et les soirs	à midi ou bientôt après midi	de chaque mois
	degrés	jours	degrés	jours	degrés	degrés	degrés	degrés	degrés
Janv.	185	le 11 matin	148,1	le 21 soir	36,9	166,55	163,55	161,32	162,81
Févr.	198	le 16 matin	147	le 6 à m.	51	172,5	167,81	162,05	165,9
Mars	177	le 31 matin	142	le 20 à m.	35	159,5	154,34	148,33	152,34
Avril	184	le 2 matin	123,8	le 30 à m.	60,2	153,9	154,7	142,24	150,54
Mai	153	le 17 matin	118	le 26 à m.	35	135,5	140,8	131,47	137,68
Juin	151	le 2 matin	104	les 27 et 28 à m.	47	127,5	129,9	117,7	125,8
Juill.	138 8	le 8 matin	107	le 21 à m.	31,8	122,9	129,5	118,7	125,9
Août	140,6	le 2 matin	112,5	le 6 à m.	28,1	126,55	131,97	121,0	128,3
Sept.	152	le 17 matin	125	le 2 à m.	27	138,5	141,65	132,5	138,6
Oct.	170	le 27 matin	134	le 1 m. et à m.	36	152	148,5	143,8	146,9
Nov.	168	le 1 matin	143	le 6 à m.	25	155,5	152,65	150,7	151,99
Déc.	174,4	le 26 soir	142	le 2 m. et à m.	32,4	158,2	157,5	153,87	156,3
A.	198	le 16 Févr. m.	104	les 27 et 28 Juin à m.	94	151	147,74	140,3	145,25
H.	198	le 16 Févr. m.	123,8	le 13 Avr. à m.	74,2	160,9	159,44	154 41	157,73
E.	1 0	le 27 Oct. m.	104	les 27 et 28 Juin à m.	66	137	137,05	127,53	133,86

Ce tableau fait voir: 1) que le plus grand froid (de 198°) eut lieu le 16 Février matin (comme l'année passée); 2) que la plus grande chaleur (de 104°) a été les 27 et 28 Juin à midi; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 60°,2) en Avril, et la plus petite (de 25°) au mois de Novembre; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 167°,81) en Février, et la plus haute (de 129°,5) au mois de Juillet; 5) qu'à midi et bientôt après midi, la température moyenne la plus basse (de 162°,05) se trouve être aussi en Février, et la plus haute (de 117°,7) au mois de Juin.

2) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi et bientôt après midi de chaque mois, au-dessous et au-dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Pendant les matins et les soirs la température a été plus basse que					A midi et bientôt après midi la température a été plus haute que				
	190°	180°	170°	160°	150°	150°	140°	130	120	110°
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janvier		3	10	19	31	1				
Février	2	9	16	20	27	1				
Mars			1	7	25	22				
Avril		1	4	9	16	22	11	2		
Mai					2	31	24	15	2	
Juin					1	30	30	28	17	7
Juillet						31	31	31	16	2
Août						31	31	30	13	
Septembre					1	30	26	9		
Octobre				7	21	22	6			
Novembre				7	22	13				
Décembre			2	11	23	11				
A.	2	13	33	80	169	245	159	115	48	9
H.	2	13	39	85	152	58	11	2		
E.				7	25	175	148	113	48	9

On voit par ce tableau: 1) qu'il a gelé, pendant les matins et les soirs, en A. 169 jours, en H. 152 jours et en E. 25 jours; et 2) qu'il n'a pas gelé, à midi et bientôt après midi, en A. 245 jours, en H. 58 et en E. 175 jours.

Il a commencé à geler le 29 Septembre 1810, c'est-à-dire avant le commencement de l'intervalle H., et il a gelé pour la dernière fois le 2 Juin matin 1811, après un intervalle de 246 jours. En A. et notamment en E. il a recommencé à geler le 17 Septembre 1811, après un intervalle de 106 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte des glaces le 15 Novembre 1810, débâcla le 24 Avril, à 10 heures du matin, 1811, par conséquent après un intervalle de 160 jours. Du 17 au 18 Octobre 1811 elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte pendant 189 jours.

III. VENTS.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1811.

Mois	calme	La force des vents				Rapport de la direction des vents			
		vent très faible et faible	vent médiocre	vent fort	vent très-fort	Nord-est	Nord-ouest	Sud-est	Sud-ouest
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janvier	1	21	15	10	2	6	9	15	15
Février	4	12	13	8	2	9	8	11	9
Mars	3	20	12	9	2	6	12	11	13
Avril	6	20	10	1	0	14	8	12	7
Mai	4	21	19	2	0	10	16	10	9
Juin	2	23	15	4	0	11	9	17	12
Juillet	0	28	17	3	0	14	19	10	7
Août	1	26	15	3	0	9	8	16	18
Septembre	2	22	21	6	0	8	18	11	12
Octobre	0	26	13	3	1	21	8	9	7
Novembre	0	22	14	7	1	4	10	18	14
Décembre	0	23	20	9	0	5	7	13	17
A.	23	264	184	65	8	117	132	153	140
H.	22	102	60	38	10	43	53	81	74
E.	9	145	100	21	1	73	78	73	65

Les mois de Janvier, de Février, de Mars, de Septembre, de Novembre et de Décembre ont été les plus venteux ; ceux d'Avril, de Mars et d'Août les plus calmes.

L'hiver H. a été beaucoup plus venteux que l'été E., qui l'a suivi dans le rapport de $21 + 1 : 38 + 10$, ou de $22 : 48$, ou de $11 : 24$.

IV. L'ÉTAT DE L'ATMOSPHÈRE.

Mois	Ciel			brouillard	pluie	l'arc-en-ciel	tonnerre et éclaire	grêle	gelée blanche	neige	parasélènes
	serein	nuages	couvert								
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	1	5	25	18					5	10	4
Févr.	5	9	14	18	1				8	9	
Mars	4	18	9	12	5				2	11	
Avril	9	18	3	11	4			1	6	5	1
Mai	3	21	7	17	18	3	2		2		
Juin	8	20	2	11	11	3	3		1		
Juillet	4	24	3	16	12	4	3	1			
Août	4	25	2	21	15	2	2				
Sept.	4	20	6	25	18	4	1	7	3		
Oct.	2	11	18	18	9				2	15	1
Nov.	2	5	23	7	10				3	9	2
Déc.	1	5	25	8	6					17	3
A.	47	181	137	18	119	16	11	9	32	76	11
H.	23	63	95	85	18			2	25	64	9
E.	25	121	38	108	83	16	11	8	8	15	1

Le tableau, qui précède, indique: 1) que le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Avril et Juin; 2) qu'en Janvier et Décembre il n'y avait qu'un seul jour serein; 3) qu'en hiver H. il y en avait presqu'autant qu'en été E.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 13 Avril au soir, et pour la première fois le 10 Octobre au matin, après un intervalle de 179 jours.

Il tonna pour la première fois le 26 Mai à 1 heure après midi, et pour la dernière fois le 2 Septembre à 7 heures du soir.

Cette année-ci, ainsi que les 2 dernières années, je n'ai pu remarquer pas une seule aurore boréale, quoique j'y aie toujours été attentif. Il est très-probable, que la cause en est l'exposition

de ma demeure peu favorable à l'observation de ce phénomène très-intéressant.

Je n'ai pu non plus remarquer cette année-ci, aucune parhélie, quoique j'aie prêté beaucoup d'attention à l'observation de ce phénomène.

NB. C'est le dernier extrait des observations météorologiques, que j'avais faites.

NOVA ANALYSIS STEINHEILITI, S. DICHROITAE ORIJÄRVIENSIS.

AUCTORE

P. A. a BONSDORFF.

Conventui exhibuit die 6. Junii 1821.

Circumacti sunt jam aliquot anni a tempore quo *Steinheiliti* Orijärviensis analysin chemicam susceptam perfecit Professor celeberrimus *Gadolin;* et analysis ipsa summo fludio atque labore instituta et unà cum descriptione mineralogica accuratissima a Comite Illustrissimo *Steinheil*, Finlandiae Gubernatore Generali exposita in Actis Academiae Imperialis Scientiarum Petropolitanae pro anno 1814 apparúit. Post aliquot inde annos nobis mandavit cel. *Gadolin*, ut ejusdem fossilis novum scrutinium analyticum aggredieremur; cujus voluntati morem gerentes analysin instituimus, quam hic nobis liceat judicio Academiae Imperialis subjicere.

Characteres externi et formae diversae cristallinae *Steinheiliti*, ut jam monuimus, in tractatu cel. Professoris *Gadolin* plenius sunt expositae; abs re vero forsan hic non erit indolem hujus fossilis tubo ferruminatorio probatam in medium proferre.

Per se in minoris caloris gradu pallescit, rimas et maculas fuscas recipit et intensioris ignis ope ad margines tenues difficile colliquescit.

Solvitur Borace et sale Microcosmico, coloris phaenomena ex oxidulo ferri sub refrigeratione exhibens; frigidi vero globuli expertes sunt coloris et pellucidi. Cum soda vix ac ne vix quidem conjungitur.

Solutio nitratis cobalti fuscum praebet colorem, qui in marginibus colliquefactis in caeruleum vergit.

Primam nostram operam in eo posuimus ut partes volatiles fossilis nostri, vi ignis expulsas determinare possemus, et hunc in finem 1,9785 grammata ex frustis majusculis sumtam in vasculo platineo, tigilis Hessicis incluso, inter carbones candentes igni vehementiori per duas horas exposuimus, residuaque accepimus 1,946 (*) grammata. Jactura igitur haecce ex ignitione orta ad centenarium reducta aequalis erat 1,64 partibus. — Nova iterum ejusdem fere ponderis copia granis parvulis consistens eodem modo et igne candente follis ope sufflato, per horam et quod excurrebat continuato tractabatur; sed hoc experimentum illud tantum confirmabat, ut ex centum partibus hic 1,66 abierunt. Ut vero pro certissimo haberemus, omnes hic fugatas fuisse partes volatiles, eandem portionem ex secundo experimento residuam, igni vehementissimo et folle per unam et dimidiam horam excitato, exposuimus; pondus vero ne tantillum quidem commutatum est. — De cetero color fossilis per ignitionem pallidior factus erat, hicque et illic strigis et maculis fuscis distinctus et frustae ipsae rimas receperant.

Jam vero ad ipsam analysin procedamus:

Steinheiliti violaceo-coerulei frustula purissima electa in incude chalybeo minutius contudimus, acidoque muriatico valde diluto ferrum forsan abtritum immixtumque dissoluimus, et aqua abluimus. Hujus pulveris 2,962 grammata in mortario ex calcedono confecto sub aqua contrivimus, usquedum omnes particulae lapideae in aqua per subtilitatem suspensae lotura (lutriatione) sensim in vas vitreum traductae erant. Aqua post aliquot dies perfecte clarescens decantata

(*) Ex errore graphico sine dubio positum fuit 1,646, loco 1,946: quia jactura secundum illam positionem efficerit 16,75 partes e centerip, ex hac vero nonnisi 1,64 partes, ut etiam computavit auctor.

est, depositumque pollinem exsiccavimus et ad flammulam lucernae spiritus vini leniter percalefactam iterum ponderavimus; nullum vero hic observavimus accrementum, ideoque persuasum nobis habuimus, nullas a mortario detritas fuisse partes.

a) Pulverem lapideum subtilissimum sic praeparatum cum 10 grammatis carbonatis potassae pulverulenti exacte commixtum in tigilo platineo per duas horas ustulavimus. Massam coarctatam, non liquefactam, aqua maceravimus et acido muriatico tractavimus, quo solvebatur illa, suborta ut plerumque fieri solet, parva portione floccorum siliceorum. Solutionem in vase platineo moderati caloris ope ad perfectam siccitatem evaporare fecimus, et deinde acido muriatico et aqua additis, in digestionis calore detenuimus.

Quae intacta remanebat terra, silica erat pura, eamque in filtro collectam, aqua fervida perlutam, siccatam et excandefactem pondere 1,460 grammatis aequantem invenimus.

b) Solutionem a silica separatam ammoniaca caustica paululum excedente, commiscuimus, praecipitatumque in filtro aqua fervida perlutum, madidum adhuc in vase argenteo solutione potassae causticae perfudimus, et per dimidiam horam concoquimus. Mixturam aqua dilutam percolavimus et cum pulverem remanentem aqua exacte lavaverimus, liquori alkalino trajecto acidum muriaticum infudimus, usquedum quae orta erat turbatio iterum evanuerat. Ex hoc liquore sic iterum limpido facto carbonas ammoniacae largam dejecit aluminam, quam aqua fervida exacte lavatam, siccatam et ignitam ponderavimus. In acido sulphurico diluto caloris ope solvebatur haec terra, restante portiuncula silicae, quae rite separata et ignita aequalis erat 0,0144 gr. Solutio vero acida potassae portione, ita ut adhuc excedens esset acor, commixta et in temperatura media paulatim evaporata crystallos dedit aluminis; quorum in fervida aqua solutio carbonate potassae commixta, praecipitatum dedit quod lavatum acido acetico digerebatur. Huic vero tandem carbonate ammonicae ad saturationem addito, pura secreta est alumina

quae aqua fervida perluta, et excandefacta pondere 0,965 gramm. efficiebat.

c) Quae in potassa caustica insolubilis remanserat terra ferruginea, aqua perluta acido muriatico suscipiebatur, et parva portione acidi nitrici addita ad ebullitionem calefaciebatur solutio ejus. Aqua deinde diluebatur haec, et Ammoniacae causticae ope perfecte neutralis reddita succinate Ammoniacae praecipitabatur. Succinas ferri aqua frigida lavatus, siccatus et in vasculo platineo aperto combustus, Oxidum ferri debit 0,148 gr. adaequans.

d) E solutione, Oxido ferri liberata, carbonas Ammoniacae exiguam dejecit terram, quae aqua tractata et ignita 0,010 gr. efficiebat, utque alumina aggnoscebatur. Residuus liquor in vase platineo donec siccum sal formabat evaporabatur, ex quo totus murias Ammoniacae qui aderat vi caloris expulsus est. Residui in aqua solutio, carbonate potassae sub ebullitione praecipitata, et inspissata, terram dedit, quae lavata, siccata et ignita aequalis erat 0,020 gr. Acido sulphurico dilutissimo solvebatur, restante 0,001 gr. oxidi manganesii; reliqua vero portio pura erat magnesia, cujus igitur pondus 0,019 gr. efficiebat.

e) Restabat adhuc ut solutio post praecipitationem, vi ammoniacae causticae peractam residua examinaretur. In scrutinio magis qualitativo antea instituto per Oxalatem ammoniacae palam factum erat nullum in hoc fossile adesse calcis vestigium. Carbonate igitur potassae hanc solutionem ebullientem commiscuimus tanta copia addito, ut murias non solum ammoniacae sed etiam magnesiae perfectae decompositus esset atque dein totam mixtionem ad perfectam siccitatem evaporare fecimus. Aqua fervida in hanc massam infusa terram non solutam reliquit, quae in filtro lavata, siccata et excandefacta pondere 0,208 gr. adaequabat. In acido sulphurico diluto solvebatur magnesia illa, restante portione silicae 0,007 gr. aequali; ideoque magnesiae, ex qua reliquae constabant partes, tum adfuerunt 0,291 gr. Jam haec, quam illa supra jam separata

magnesia et solutione nitratis cobalti colorem rubrum inducente et eo quod salem amarum et facile solubilem cum acido sulphurico formaret tentata est et ut pura recognita.

Ad finem sic perducta analysi, conclusionem ejus exhibeamus, eaque erit:

		In centenario		Oxygenium
Silicae - - -	1,481 . . .	49,95	continentis	25,11
Aluminae - -	0,975 . . .	32,88	— — —	15,35
Magnesiae - -	0,310 . . .	10,45	— — —	4,04
Oxidi Ferri -	0,148 . . .	5,00	— — —	1,53
Oxidi manganesii	0,001 . . .	0,03	— — —	—
Partes volatiles -	. . . . .	1,65	— — —	—
		99,96.		

Si constitutionem chimicam hujus fossilis secundum Theoriam Electro-chemicam et doctrinae de praefinitis proportionibus congruentes consideremus, satis clare apparet quantitatis oxygenii in silica, alumina et magnesia contentas ad proportionem 1 : 4 : 6 propius accedere; ideoque formulam mineralogicam $MS^2 + 4AS$ haberemus. Cum vero oxidum Ferri non nisi cum silica conjunctum ingredi possit, et cum nuperrimo cl. *Mitscherlich* probaverit oxidum ferri eandem habere cristallisationis indolem ac Alumina (*), compositio hujus fossilis rectius exprimetur per formulam $MS^2 + 4\left\{\begin{matrix}A\\F\end{matrix}\right\}S$, quae non mutata quantitate oxidi ferri computatam rationem ita determinat ut sint

Silicae -	49,93
Aluminae	32,60

(*) Cl. *Mitscherlich* per varia cum salibus eorumque forma crystallisationis instituta experimenta eam legem in natura stabilitam invenit, ut bases (corpora oxidata) variae, quae eundem numerum atomorum oxygenii continent cum eodem acido sive oxido Electro negativo in eodem saturationis gradu conjunctae candem habeant formam cristallinam, vel ut Ille id nuncupat, sint *Isomorphae*. Talia ex. gr. corpora sunt Alumina, Oxidum ferri et Oxidum Manganesii.

Magnesiae 10,32
Oxidi Ferri 5,00.

Provenit quidem fossile a nobis hic examinatum praeter quam in Finlandia, etiam in Hispania, in Bavaria, in Grönlandia, et in Svecia prope argentifodinam ad *Salam* recens repertum. Ut vero plerumque evenit, etiam huic fossili varia nomina imposuerunt Mineralogi; praeter *Steinheilitum* nempe appellatum est Peliomus, jolithes, Lazulites Hispanicus, Saphirus aquaria, Bordierites et Dichroites (*). Horum omnium nunc quidem apud plerosque Mineralogos palmam praeripuit nomen *Dichroitae* ex Graecis verbis δις et χροα (color) derivatum. Distinctum enim est hoc fossile ea proprietate ut in diversa directione adversus lucem spectatum duos differentes exhibeat colores; in una scilicet dilutissime cinereus, vel potius coloris expers apparet, et in altera eminens coeruleus. Praesertim hanc coloris mutationem perspicue admodum ostendit Dichroites Hispanicus, sed etiam Fennicus *Steinheitus* hac virtute dignoscitur.

Quae cum ita sint, et cum hoc fossile apud exteros Mineralogos tantum nomine Dichroitae cognitum sit, etiam fossile nostrum Orijärviense forsan non possit non Dichroites appellari, et si liceat nomen *Steinheiliti* alii cuidam fossili tribuere ab Illustrissimo Comite Steinheil detecto, amplam quin etiam nunc habebimus occasionem nomen et memoriam Viri de Mineralogia et Geognosia Fennica optime meriti in scientia conservandi.

(*) Cum jam analysis nostra ad finem perducta esset, in *Annalibus Physicae* a cel. *Gilbert* editis, invenimus, cel. *Stromeyer* analysin Dichroitae Grönlandici, Bavarici et Fennici instituisse; in prima eorum invenit Silicae 49,17, Aluminae 33,1055, Magnesiae 11,48, Oxiduli ferri 4,338, Oxidi Manganesii vestigium et aquae sive jacturae exquitione 1,2042 partes. Affert ulterius cel. *Gilbert* eandem perfecte partium proportionem in Dichroite Bavarico et Fennico a cel. *Stromeyer* obtentam esse.

DE
SPATHO TABULARI PARGASENSI,

AUCTORE

P. A. a BONSDORFF.

Conventui exhibuit die 6. Junii 1821.

Inter alia bene multa rariora et eximia fossilium genera quae in paroecia *Pargas* prope Aboam sita et in montibus hujus calcareis reperiuntur, jam per aliquod tempus distincte dignotum est album et radiatum fossile, quod Tremolithum esse crediderunt. Analysis vero quam hujus lapidis suscepimus veram ejusdem naturam exhibuit, demonstravitque id ad Germanorum *Tafelspath* referendum esse.

Provenit fossile hocce praesertim in fodinis calcareis quae ad pagum *Skräbböle*, in paroecia jam nominata situm, pertinet, ibique comitatur Spatho calcareo granoso, sphene nigricante et fossili quodam compacto rubido Vesuviani vel Granati simillimo.

Color est plus minusve pure albus.

In marginibus est transparens.

Nitor vitreus, mediocris.

Semidurus, vitrum vix scalpere valet.

Malleo contusus dividitur in partes filiformes sive aciculas, quae mitiores sunt contactu.

Ad flammam tubi ferruminatorii intensiori igni expositum, per se ad marginem in vitrum nitens translucens et coloris expers colliquescit.

Cum borace conjungitur facile, globulumque dat pellucidum.

Sale microcosmico etiam solvitur licet lentius et vitrum exhibet transparens.

Cum soda in massam opacam albam colliquescit.

Cum solutione cobaltica excandefactus, colore tingitur coeruleo.

In multas incurrimus difficultates cum ad analysin frusta pura et substantiis peregrinis vacua colligere studuimus; particulae matricis calcareae ubique inter lamellas immixtae erant, et granula viridia, ut videbantur, Actinoti una cum nodulis materiae durae pellucidae Quarzo simillimae hic et illic inspersa erant, hinc et illa tam subtilia fuerunt, ut non nisi oculo armato conspici potuissent. Postquam primum mechanica vi, quantum fieri potuit, has substantias adventitias separare conati eramus, adhaerentem adhuc carbonatum calcis, qui ob similitudinem coloris et duritiei difficillimus ad secernendum fuerat, acidi acetici ope absolvere voluimus. 2 grammata igitur pulveris in mortario sub aqua contriti acido acetico diluto perfudimus et in loco modice calente seposuimus. Tempore quodam praeterlapso saturatum invenimus acidum, quo igitur decantato, novam affudimus acidi portionem. Cito vero observantes magnam pulveris partem adhuc solvi, digestioni finem imposuimus, partes non solutas ponderavimus et solutionem ipsam examinavimus. Tum certis indiciis comperimus, tertiam circiter partem pulveris lapidei jam solutam fuisse, ejusque minimam admodum portionem ex carbonate calcis constitisse. Raram illam igitur hic invenimus proprietatem, fossile (silicatem) acido acetico decomponi. Quod tentamen cum non successerat, separationem carbonatis calcis deinde vi acidi carbonici perficere occupavimus. 2 iterum circiter grammata frustorum selectorum minutius contusa in mortario calcedoneo sub aqua terendo et lavando (lutriatione) in subtilissimum redegimus pulverem. Aqua deinde acido carbonico saturata pulverem hunc in lagena vitrea perfudimus, eamque obturamento clausam saepe concussimus. Aquam hunc cito calce saturatam siphone separavimus, novamque iterum addidimus aquam acido carbonico oneratam. Cum vero haec non

nisi parvam admodum quantitatem ulterius solvere potuerit, eandem decantavimus pulveremque desiccavimus.

a) Ex pulvere ita depurato et deinde excandefacto 1,755 grammata cum triplice et dimidia portione carbonatis potassae commiscuimus, et in vasculo platineo ustulavimus. Massam aqua maceratam acido muriatico perfudimus, quo pars soluta est, pars vero in formam gelatinosam abiit. Hanc studio a solutione separatam in filtro aqua fervida perluimus, siccavimus et excandescere fecimus; pondus ejus erat 0,540 grammatis, quod pura erat silica. Liquor transcolatus in moderato calore ad siccitatem evaporatus, iterumque cum acido muriatico et aqua in digestione tractatus, puram etiam dedit silicam 0,392 gr. efficientem.

b) A silica sejunctam solutionem ammoniaca caustica commiscuimus, qua parvum dijectum est praecipitatum. Hoc cum potassa caustica concoctum aluminae vestigium tantummodo prodidit, et postea lavatnm, siccatum et ignitum 0,023 gr. dedit oxidi ferri, quae 0,020 gr. oxiduli ferri aequiparanda sunt.

c) Solutioni ammoniaca caustica saturatae carbonas ejusdem Alkali infundebatur, quo largum carbonatis calcis dejectum est praecipitatum. Hoc lavatum et siccatum pondere effecit 1,380 gr. ideoque 0,778 gr. calcis purae respondet. Quam terram ut in Gypsum transformaremus, eamque etiam in hac conjunctione recognoscere possemus, carbonatem illum in acido muriatico solutum cum acido sulphurico commiscuimus et evaporatione exsiccavimus. Sulphas calcis excandefactus aequalis erat 1,854 gr., quae purae calcis 0,770 gr, aequivalet. Parva hic orta est differentia inter determinationem ex carbonate et sulphate factam; et convenientissimum forsan erit ut medium teneamus, quo calcis ponenda sunt 0,774 gr. Portiuncula aquae Gypso addita intelliximus nihil in eo sulphatis magnesiae infuisse.

d) Quae post separationem carbonatis calcis restitit solutio carbonate potassae sub ebullitione praecipitabatur, terramque dedit quae excandefacta pondere 0,026 gr. aequabat. Acido sulphurico diluto soluta et inspissata, iterumque parva aquae portione soluta gypsum dedit, cujus igniti pondus erat 0,033 gr., puraeque calcis 0,014 gr. respondet. Quae aqua solvebatur pars Magnesiam continebat metallica quadam substantia conspurcatam, ejusque quantitas erit 0,012 gr.

Quo partes volatiles fossilis, sive jacturam in ignitione determinare possemus, purissima non nulla frusta contudimus et tenues particulas radiatas sive aciculas oculi armati ope elegimus. 0,505 gr. tandem collecta in vasculo platinco per horam excandescere fecimus, quo ad 0,500 gr. diminutum est pondus. Ulterius igni vehementiori et folies ope sufflato exposita eadem portio ne tantulum quidem pondere mutata est. Secundum hoc experimentum jactura ex ignitione orta in centumpondio erit aequalis 0,99 partibus. — Aqua in pulverem excandefactum infusa, cum eadem quassata et post aliquod tempus decanthata, a Carbonate ammoniacae non deturbata est, ideoque videmus carbonatem calcis in hac portione fossilis non inmixtum fuisse.

Ex hac igitur analysi obtinuimus:

		In centenario		Oxigenium
Silicae	0,932	52,58,	continentis	26,45
Calcis	0,788	44,45	— — —	12,49
Magnesiae	0,012	0,68	— — —	0,26
Oxiduli Ferri	0,020	1,13	— — —	0,26
Aluminae vestigium				
Partes volatiles		0,99		
	1,752	99,93.		

Videmus hic portiunculas Magnesiae et Oxiduli ferri non esse nisi mechanicam immixtionem, sed tamen etiam in hoc statu cum quadam silicae parte conjunctae sint, et verisimiliter bisilicatem efficiunt. Tunc $0,26 + 0,26 = 0,52$ et $0,52 \times 2 = 1,04$; si igi-

tur haec quantitas ab oxygenio silicae subtrahitur, restabit 25,41, et si quantitas oxygenii in calce bis sumatur, habebimus 24,98, quod satis prope accedit ad residuum silicae oxygenium; quo simul est observandum, silicam sine dubio nodulis illis Quarzeis forsan adhaerentibus fuisse adauctam. Est igitur hoc fossile Bisilicias Calcis, et formula ejus mineralogica CS^2.

Attulit cel. *Klaproth*, qui primus compositionem Spathi Tabulari determinavit, hoc fossile ex *Dognatzka* in Bannate oriundum in Centenario praeter 50 partes Silicae et 45 Calcis, aquae etiam continere 5 partis. Quam ob causam operam indefessam in id ponere conati sumus, ut quantitatem partium volatilium in nostro fossili certe statuere possemus; eventus vero experimentorum magnam differentiam hac in re inter haec fossilia indicare videbatur. Jam autem scimus examine, quod tubi ferruminatorii ope hujus ejusdem fossilis Bannatensis instituit cel. *Berzelius*, nullam huic fossili inesse aquae portionem; ideoque discrepantia quae apparuit iterum evanuit.

Quum igitur analysi hac demonstratum erat Pargasensem Tremolithum hucusque sic dictum, compositione sua cum Spatho Tabulari congruere, concludi inde potuit, hoc fossile saepius cum Tremolitho permutatum fuisse. Provenit ex. gr. in Finlandiae provincia Kymmenensi ad Perhoniemi eximium albi coloris et radiatae fracturae fossile, quod Tremolithum esse putaverunt; cl. *H. Rose* vero analysi nuperrime instituta hoc fossile in centenario Silicae 51,60 et Calcis 46,41 partes, praeter mechanicam immixtionem Actinoti 1,11 p. efficientem, continere invenit (*); et pari modo comperimus jam, fossile quod ad *Gökum*, haud longe a ferrifodina Dannemora in Uplandia, a Loboite (Wesuviano) comitatus invenitur, etsi Tremolithi nomine antea insignitum, etiam non esse nisi Spathum Tabulare.

(*) Descriptionem mineralogicam hujus Spathi Tabularis invenies in *Bidrag till närmare kännedom af Finlands Mineralier och Geognosie.* 1sta häftet, af *Nils Nordenskiöld.* p. 92.

ARCUS AORTAE BIPARTITIO PRAETERNATURALIS,

OBSERVATA

A

P. ZAGORSKY.

Conventui exhib. die 25 Julii 1821.

In annotationibus meis de insignioribus, in structura humani corporis obviis varietatibus, quarum jam nonulla specima Conventui academico a me exhibita sunt, habeo descriptionem praeparati, casum quam rarissimum et, forsan, unicum in suo genere, sistentis — praeparati scilicet cordis cum aeteria Aorta, cujus arcus praeter naturam bipartitus erat, et per hiatum suum tracheam transmittebat (*).

Singularis illa arcus Aortae varietas, anno 1802 in cadavere hominis adulti, quadragenarii circiter, a me visa et descripta, sic se habebat. — Trunci Aortae portio ascendens, eo loco, ubi e pericardio egressa, sinistrorsum, postrorsum simulque deorsum flectitur et arcum facit, in hoc subjecto non simplici pergebat arcu, sed in duos findebatur ramos, anteriorem et posteriorem, qui, hiatu sat amplo, formae indeterminatae, inter se relicto, ad latus sinistrum vertebrae thoracis quartae, iterum uniti constituebant truncum Aortae descendentis. Et, quod magis mirum est, per hiatum illum, prae-

(*) Praeparatum, varietatem illam sistens, exsiccatum, inter alia praeparata in theatro anatomico Academiae Medico-chirurgicae, quod ad initium usque anni 1803 in aedibus nosocomii generalis militaris Petropolitani pedestris collocatum erat, servabatur: sed oborto, 8 die Januarii illius anni, in nosocomio et ipso theatro incendio deperditum est cum pluribus praeparatis et aliis objectis.

ter naturam formatum, pars inferior tracheae migrabat, eoque superato, in bronchia sueto ordine dividebatur.

Forma hiatus hujus, qui tracheam arcte ampleetebatur undique, erat irregularis, et ipsius tracheae formae perfecte accommodabatur, sic, ut margine, posticitus recto, responderet planitiei partis posterioris musculoso-membranaceae, anticitus vero et lateraliter margine excavato adaptaretur convexitati externae segmentorum cartilagineorum fistulae spiritalis.

Ramis illis, in quos arcus dehiscebat, idem numerus arteriarum ortum suum debebat, ac ipsi arcui in statu normali debet. Nempe a ramo anteriore, qui crassior erat quam posterior, et insignem versus anteriora convexitatem habebat, incipiebant duo trunci majores, id est arteria innominata et carotis lateris sinistri: a posteriore autem, penes illius cum ramo priore in Aortam descendentem confluxum, exoriebatur arteria subclavia ejusdem lateris.

Reliqua omnia nil extraordinarii ostendebant.

Cum hac varietate convenit quodammodo illa arcus Aortae abnormitas, cujus descriptionem et iconem anno 1808 dedi. (*) Convenit saltem in eo, quod in illo casu pariter pars inferior tracheae, circa suam in bronchia bipartitionem, arcu Aortae ab anteriore, a posteriore autem facie arteria subclavia dextra, quae in illo subjecto non, uti solet, ab arteria innominata, sed ab arcus ipsius parte postica et sinistra originem trahebat, intercepta erat.

Epicrisis.

Talis partium, circulationi et respirationi inservientium conformatio et dispositio praeternaturalis, ubi arcus Aortae in medio quasi perfossus, transitum fistulae spiritali per hiatum suum concedebat, eamque parietibus hiatus ceu annulo mobili vel laqueo quodam circumambiebat, num potuit aliquem in respirationem influxum exer-

(*) Memoires de l'Academie des Sciences de St. Petersbourg. T. II. p. 319.

cere? Quaestio haec non facile solvi potest, quia status hominis, in cujus cadavere admiranda illa varietas inventa est, ante obitum ejus penitus incertus erat. Verosimile tamen est, illum, sub leni et quieta sanguinis circulatione, nullis respirationis incommodis fuisse obnoxium. Si autem consideremus, quod sanguis, ab aucta systematis arteriosi actione, rarefit, majus volumen accipit, majore impetu per vasa fertur, ea nimis implet, eoque tempore parietes vasorum plus justo distenduntur, dilatantur et partes vicinas premunt; hinc non sine rationi concludere debemus, ramos arcus Aortae, praeternaturalem hiatum illum pro transitu tracheae formantes, sub exaltata circulatione, tracheam constringere, capacitatem ejus minuere et difficultatem in respirando causari potuisse. Opinionem hanc id adhuc confirmare videtur, quod trachea in casu descripto post mortem etiam, ubi arteriae sanguine jam destitutae et tunicae earum propria elasticitate contractae erant, tam arcte hiatu arcus intercepta fuerat, ut nullum inter parietes tracheae et ambitum hiatus spatium remaneret.

GRYLLI

MONOGRAPHIA, ILLUSTRATA

A

C. P. THUNBERG.

Conventui exhibuit die 6. Aprilis 1821.

Secundum qualitatem alarum illustris à *Linné* in septem ordines ingentem Insectorum multitudinem divisit, qui quidem ordines facillime dignoscuntur ab omnibus, etiam novitiis, qui Entomologiae studium amant, licet, e Zoologia universa, Insectorum amplissima huc usque sit animalium cohors. Ordo alter a magno Scientiae fundatore apellatus fuit *Hemiptera*, cum e quatuor alis duae superiores non sint solum minus crassae et durae, quam in Coleopteris, sed etiam versus apicem tenuiores et saepissime cruciatae, plus vel minus in diversis generibus. — Comprehendebat itaque sub hoc ordine et illa Insecta, quae validis armata maxillis, *maxillosa* dicta, et illa, quae rostro sunt instructa, et *rostrata* ideo fuerunt appellata. Haec *maxillosa* et *rostrata hemiptera Linnaei* deinde tam a *Fabricio*, quam aliis recentioris aevi Entomologis distincta fuerunt, et ad duplicem ordinem amandata.

Fabricius, cujus Systema Entomologicum adeo difficile sequi potest ab omnibus Scientiae novitiis, hemiptera *Linnaei* maxillosa primum ulonata nominavit, et rostrata rhyngota. Recentiores Entomologiae auctores haec ipsa ulonata maxillosa deinde appelarunt orthoptera.

Ex hemipteris suis maxillosis pauciora genera creavit *Linné*, sic ut sub grylli genere retulerit plura dissimilia genera, quae post-

ea, secundum diversam admodum structuram antennarum et alias characteres, ad distincta valde genera relata fuerunt, ut *Phasma*, *Pteropus*, *Gongylus*, *Pneumora*, *Phymateus*, *Pamphagus*, *Dictyophorus*, *Gomphocerus*, *Phyllophora*, *Conocephalus* et *Truxalis*.

Inter haec nova constituta genera, sufficienter ab invicem distincta, gryllus sine dubio efficit genus, numerosissimis constans speciebus earumque varietatibus dignum itaque merito judicatur, quod specialius, et quoque accuratius examinetur, describatur et rite noscatur.

Antennae semper sunt filiformes, mediocres longitudine, plerumque capitis thoracisque, adeoque corpore semper breviores; plerumque pallidae sunt apice obscuriori.

Caput obtusum, inflexum, declive, sulcatum cum frontis costis pluribus.

Hemelytra lanceolata vel sublinearia, deflexa, corpore saepissime longiora, obtusa, apice cruciatim incumbentia.

Alae latissimae, plicatae, hemelytris aequalibus tectae, reticulatae.

Pedes postici semper grandiores, saltatorii. *Femora* compressa, angulata. *Tibiae* elongatae, duplici serie spinosae.

Corpus crassum, oblongum, parum compressum, carnosum.

Thorax saepissime divisus in tres vel quatuor sectiones, saepius cristatus crista vel simplici dorsali, interdum serrata, vel triplici: costis vel magis rectis, vel flexis subcruciatis. Rarius thorax occurrit vel convexus, vel magis planus: laevis praeterea obvenit, vel papillosus, vel varioloso-lacunosus.

Grylli veri, exceptis illis speciebus, quae ad alia genera fuerunt relatae, quos adfert *Linné*, sunt sequentes: *succinctus*, *cristatus*, *lunus*, *squarrosus*, *haematopus*, *tartaricus*, *migratorius*, *variegatus*, *stridulus*, *surinamus*, *italicus*, *coeruleus*, *carolinus*, *obscurus*, *coerulescens*, *flavus*, *biguttulus*, *viridulus*, *grossus*, *pedestris* et *perspicillatus*.

Grylli, quos in entomologia enumerat *Fabricius*, plures sunt, qui ad genera noviter constituta referri debent, e. g. *elephas*, *reticulatus*, *gallinaceus*, *serripes*, *serratus* et *turcicus* ad Pamphagos: *inanis*, *papillosus*, *variolosus* ad Pneumoras: *miliaris*, *morbillosus*, *cinctus*, *leprosus*, *punctatus*, *scabiosus* ad Phymateos: *sibiricus*, *clavicornis* et *rufus* ad Gomphoceros. Veri grylli *Fabricii* erunt sequentes: *lunus*, *squarrosus*, *haematopus*, *flavescens*, *pictus*, *variegatus*, *vocans*, *tuberculatus*, *cisti*, *morio*, *ferrugineus*, *surinamus*, *germanicus*, *thalassinus*, *virginianus*, *coeruleus*, *cinerascens*, *sulphureus*, *rusticus*, *succinctus*, *cristatus*, *dux*, *carinatus*, *flavicornis*, *tartaricus*, *migratorius*, *lineola*, *stridulus*, *italicus*, *carolinus*, *obscurus*, *fasciatus*, *coerulescens*, *flavus*, *lateralis*, *biguttulus*, *viridulus*, *grossus*, *pedestris*. Obscurae species sunt: *ruficornis*, *luridus*, *nervosus*, *musicus*, *cyanipes*, *lateralis*, *velox*, *captivus* et *perspicillatus*, quarum descriptiones minus sunt completae, et quarum alae non sunt descriptae.

Ex centum et sex speciebus amplissimi hujus generis, quas haec illustrare conatur monographia grylli, novae species sexaginta sex a memet sunt allatae, descriptae et entomologis cognitae redditae, scilicet: *scaber*, *laevis*, *rugosus*, *prasinus*, *grandis*, *maculatus*, *sanguineus*, *speciosus*, *purpureus*, *dorsalis*, *ornatus*, *affinis*, *elegans*, *splendens*, *punctulatus*, *rufipes*, *annulatus*, *arcuatus*, *marmoratus*, *sulcatus*, *virescens*, *assimilis*, *cingulatus*, *tansversus*, *abruptus*, *violaceus*, *lineatus*, *obliquus*, *serrulatus*, *guttatus*, *brunneus*, *niger*, *opacus*, *nubecula*, *deustus*, *bimaculatus*, *rufescens*, *virens*, *chinensis*, *tricolor*, *sylvestris*, *dimidiatus*, *humeralis*, *marginalis*, *villosus*, *fuscus*, *discolor*, *bidens*, *pallens*, *capensis*, *didymus*, *serialis*, *nitens*, *maroccanus*, *colombinus*, *pilosus*, *erythropus*, *notatus*, *axillaris*, *ventralis*, *lutescens*, *fimbriatus*, *lividus*, *orientalis*, *occidentalis* et *japonicus*.

Species gryllorum, in Svecia indigenorum, quas descripsit Dr. *Zetterstedt*, sunt sequentes: *migratorius*, *stridulus*, *coerulescens*,

grossus, *dorsatus*, *parallelus*, *viridulus*, *ventralis*, *apricarius*, *biguttulus*, *pedestris* et obscurae notae *aureolus*.

Novarum specierum, numero sexaginta sex, inter otia mea aestivalia anni 1820, descriptiones dedi succinctas et characteres breviores, summa cura electos, ne vel taedium nimis prolixi crearent examinanti, vel inutiliter plus continerent, quam quod ad specierum certam distinctionem foret necesse, et sufficere posset.

SPECIERUM CHARACTERES:

* Alis viridibus:

1. *scaber:* alis viridibus, immaculatis; hemelytris concoloribus: margine dorsali pallido.
2. *laevis:* alis viridibus, intra apicem fuscis; hemelytris viridibus, immaculatis.
3. *carinatus:* alis viridibus: margine maculisque fuscis; hemelytris viridibus.
4. *rugosus:* alis virescentibus; margine venisque rufis, fusco-maculatis; hemelytris rufis.
5. *presinus:* alis virescentibus; apice fuscis; hemelytris fuscis: maculis duabus albis, dorsoque pallidiore.

** Alis rufis:

† *fasciis alarum macularibus nigris:*

6. *cristatus:* alis sanguineis: margine maculisque sparsis nigris; hemelytris cinereis: maculis viridibus.
7. *dux:* alis sanguineis: margine maculisque sparsis, nigris; hemelytris viridibus, fusco-maculatis.
8. *grandis:* alis sanguineis: apice maculisque sparsis, nigris; hemelytris viridibus, immaculatis.
9. *squarrosus:* alis rufis, nigro-punctatis; thoracis articulis spinosis.

†† *Alis nigro-fasciatis :*

10. *cisti :* alis rufis, basi nigro-fasciatis; hemelytris nebulosis; femoribus posticis canaliculatis.
11. *fasciatus :* alis basi rufis : fascia nigra ; hemelytris nebulosis.
12. *maculatus :* alis basi sanguineis: fascia nigra; hemelytris cinereis, margine extimo fuscis : macula alba.
13. *obscurus :* alis basi sanguineis : fascia atra; hemelytris nebulosis.
14. *sanguineus :* alis basi sanguineis: fascia atra ; hemelytris basi nebulosis, apice hyalinis.

††† *Alis apice nigris :*

15. *speciosus :* alis sanguineis, apice nigris: macula duplici rufa.
16. *stridulus :* alis rufis, apice nigris; hemelytris cinereo-irroratis.
17. *purpureus :* alis rufis, margine postico nigris; hemelytris viridibus, margine apiceque purpurascentibus.
18. *dorsalis :* alis basi rufis, apice fuscis; hemelytris brunneis: macula baseos viridi et maculis nigris albisque.
19. *ornatus :* alis sanguineis; apice fuscescente; hemelytris fuscis, albo-lineatis.
20. *ferrugineus :* alis ferrugineis : marginis interioris apice cinereo; hemelytris obscuris, immaculatis.
21. *affinis :* alis basi sanguineis, apice hyalino-cinereis; hemelytris fuscis: fasciis marginalibus cinereo-albidis.
22. *tuberculatus :* alis rufis, apice cinereis ; hemelytris nebulosis; femoribus posticis carinatis.

†††† *Alis immaculatis, apice hyalino :*

23. *germanicus :* alis sanguineis, apice hyalinis; hemelytris testaceis, fusco-maculatis.
24. *flavicornis :* alis basi sanguineis, apice hyalinis; hemelytris virescentibus, dorsi linea pallida.

25. *succinctus :* alis
26. *elegans :* alis basi sanguineis, apice hyalinis ; hemelytris virescentibus, dorso rufis.
27. *italicus :* alis rufis, apice hyalinis; hemelytris cinereis, fusco-irroratis.
28. *pictus :* alis rufis, immaculatis; hemelytris viridibus, albo-punctatis: apice rufescente.
29. *vocans :* alis basi ferrugineis; hemelytris pallidis: maculis ocellaribus fuscis.

*** Alis flavis:

† *Alis immaculatis :*

30. *splendens :* alis flavescentibus, nitidis, immaculatis ; hemelytris fuscis: dorso pallido.
31. *punctulatus :* alis basi flavis, apice hyalinis hemelytris cinereis: punctis nigris plurimis.
32. *rufipes :* alis basi flavescentibus, apice hyalinis ; hemelytris fuscis; femoribus posticis subtus sanguineis.

†† *Alis apice fuscis :*

33. *annulatus :* alis basi flavis, apice fuscis ; hemelytris cinereis: fasciis duabus fuscis.
34. *cinerascens :* alis basi flavescentibus, apice cinereis; hemelytris albo-punctatis.
35. *sulphureus :* alis flavis, apice fuscis; hemelytris cinereis ; femoribus posticis subtus flavo nigroque annulatis.

††† *Alis nigro-fasciatis, apice hyalinis :*

36. *arcuatus :* alis basi flavis, apice hyalinis, medio fascia atra; hemelytris cinereis : fasciis tribus hyalinis.
37. *flavus :* alis basi flavis, apice cinereis, fascia atra; hemelytris cinereis: fasciis duabus punctoque albis.
38. *marmoratus :* alis basi flavis, apice cinereis, fascia atra; hemelytris cinereis, fusco irroratis.

39. *sulcatus :* alis basi flavis, apice hyalinis, medio nigris; hemelytris fusco-brunneis: costa obscura.

40. *virescens :* alis basi flavis, apice hyalinis, medio fascia nigra; hemelytris basi nigris: maculis duabus albis; dorso viridi.

41. *assimilis :* alis basi flavis, apice hyalinis, medio fascia atra; hemelytris fuscis: puncto fasciaque alba.

42. *cingulatus :* alis basi flavis, apice hyalinis, medio fascia atra; hemelytris cinereis: fasciis tribus atris.

43. *flavescens :* alis basi flavescentibus: fascia apicis punctisque fuscis; hemelytris fusco-variis.

44. *transversus :* alis basi flavescentibus, intra apicem hyalinis: fascia apiceque fuscis; hemelytris cinereis: fascia alba.

45. *abruptus :* alis basi flavescentibus, intra apicem cinereis: fascia abrupta apiceque fuscis; hemelytris cinereis, albo irroratis.

**** Alis coeruleis.

46. *surinamus :* alis coeruleis; thorace lineis quatuor flavis.

47. *variegatus :* alis coeruleis; hemelytris viridibus; femoribus posticis flavis.

48. *coerulescens :* alis coeruleis, fascia nigra; apice hyalino.

49. *violaceus :* alis basi coeruleis, apice cyaneis; hemelytris cinereis, immaculatis.

50. *lineatus :* alis basi coeruleis, apice cinereo-hyalinis; hemelytris fuscis: margine interno cinereo.

51. *obliquus :* alis basi coeruleis, apice fuscis; hemelytris cinereis, immaculatis; thoracis linea fusca, obliqua.

52. *serrulatus:* alis coeruleis, apice hyalino; hemelytris fuscis, immaculatis; thoracis margine serrato.

***** Alis nigris.

53. *lunus :* alis nigris totis; thoracis segmento crista semiorbiculata; femoribus nigris: fasciis albis.

54. *morio :* alis atris totis; femoribus posticis flavescentibus.
55. *guttatus:* alis nigris totis; hemelytris nigris: maculis sex flavis.
56. *brunneus :* alis nigris; hemelytris brunneis; capite thoracisque lateribus testaceis.
57. *virginianus :* alis nigris, basi virescentibus; hemelytrorum costa viridi.
58. *carolinus :* alis nigris : margine postico cinereo ; hemelytris obscuris, punctis fuscis irroratis.
59. *niger:* alis nigris, immaculatis, apice albo; hemelytris brunneis.
60. *opacus :* alis nigris ; hemelytris brunneis ; capite thoracisque lateribus testaceis.

****** Alis hyalinis.

† *alis maculatis.*

61. *nubecula :* alis hyalinis: macula disci fusca.
62. *deustus :* alis hyalinis, apice fusco; hemelytris cinereis: fasciis tribus albis.
63. *migratorius :* alis hyalinis, apice fusco ; hemelytris cinereis : maculis fenestratis, fuscis.
64. *bimaculatus:* alis hyalinis, apice atris; hemelytris atris: maculis albo-hyalinis.
65. *thalassinus:* alis hyalinis: latere tenuiori viridibus, apice fuscis.
66. *coerulans :* alis hyalinis: margine tenuiori coerulescentibus.
67. *rufescens :* alis hyalinis, basi rubicundis ; hemelytris hyalinis: maculis fasciisque fuscis fenestratis.
68. *lineola :* alis hyalinis, basi nigris; hemelytris cinereis, fusco-irroratis.

†† *alis immaculatis.*

a. *hemelytris viridibus :*

69. *grossus :* alis hyalinis; hemelytris virescentibus: dorso cinereo, lineaque media fusca.

70. *virens* : alis hyalinis; hemelytris viridibus, flovo - linèatis ; abdominis cingulis tribus luteis.
71. *chinensis :* alis hyalinis ; hemelytris viridibus ; thoracis linea laterali purpurea.
72. *tricolor :* alis hyalinis; hemelytris viridibus: linea baseos saturatiori; dorso cinereo; thoracis linea duplici brunnea.
73. *sylvestris :* alis hyalinis ; hemelytris viridibus : dorso cinereo; capite thoraceque viridibus, supra purpureis.
74. *dorsatus :* alis hyalinis ; hemelytris viridibus : linea baseos fusca; thorace viridi, tricarinato.
75. *viridulus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis margine viridi; thorace viridi, tricarinato.
76. *dimidiatus :* alis hyalinis ; hemelytris cinereis, dorso viridi ; thorace tricarinato.

b. *hemelytris brunneis :*

77. *humeralis :* alis hyalinis ; hemelytris brunneis : macula baseos oblonga nigra.
78. *marginalis :* alis hyalinis; hemelytris brunneis; margine viridi; thorace fusco, albo trilineato.
79. *villosus :* alis hyalinis ; hemelytris basi brunneis, apice hyalinis; thorace cristato.

c. *hemelytris fuscis vel cinereis :*

80. *fuscus :* alis fusco - hyalinis, basi pallide flavescentibus; hemelytris fuscis: basi macula alba.
81. *discolor :* alis hyalinis, basi pallide flavis; hemelytris cinereo - fuscis, apice hyalinis.
82. *bidens :* alis fusco - hyalinis, basi flavis ; hemelytris cinereis, immaculatis.
83. *pallens :* alis hyalinis, basi albis ; hemelytris cinereis: maculis oblongis fuscis.
84. *haematopus :* alis hyalinis, nigrovenosis; thorace carinato scabro; hemelytris cinereis.

85. *rusticus :* alis cinereis, fusco-reticulatis; hemelytris flavomaculatis.
86. *tataricus:* alis fusco-hyalinis; hemelytris fuscis: margine utroque maculisque albis.
87. *capensis :* alis hyalinis; hemelytris cinereis; maculis nigris, sparsis.
88. *didymus :* alis hyalinis; hemelytris fuscis: dorso maculisque albidis sparsis.
89. *serialis :* alis hyalinis; hemelytris fuscis: linea maculisque duabus nigris; margine utroque pallido.
90. *nitens :* alis hyalinis, nitidis; hemelytris cinereis: dorso pallidiore.
91. *marocceanus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: maculis atris duplici serie.
92. *columbinus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: maculis fuscis fenestratis; thorace convexo, brunneo.
93. *pilosus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: maculis rotundis, fuscis, fenestratis; thorace cristato.
94. *erythropus :* alis hyalinis; hemelytris cinereo-hyalinis: maculis fuscis fenestratis; thorace cristato.
95. *notatus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: linea punctorum nigrorum.
96. *axillaris :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: macula baseos dorsoque albidis.
97. *ventralis:* alis hyalinis; hemelytris fuscis: macula hyalina; ventre pallido.
98. *biguttulus :* alis hyalinis; hemelytris cinereis: maculis fuscis hyalinisque.
99. *lutescens:* alis hyalinis; hemelytris cinereis: margine purpureo; thorace purpureo: linea duplici saturatiori.
100. *apricarius :* alis hyalinis; hemelytris pallidis, fusco-maculatis; thorace tricarinato.

101. *fimbriatus:* alis hyalinis; hemelytris cinereis: lineola baseos dorsali et marginali abbreviatis, albidis.
102. *lividus:* alis hyalinis; hemelytris cinereis; thorace varioloso.
103. *orientalis:* alis hyalinis; hemelytris corporeque toto cinereis; femoribus posticis subtus macula atra.
104. *occidentalis:* alis hyalinis; hemelytris fuscis, nigro-immaculatis; thorace albido: punctis impressis; femoribus posticorum angulis atris.
105. *japonicus:* alis hyalinis; hemelytris fuscis, excisis; femoribus posticis luteis.

******* Apteri.

106. *pedestris:* saepissime apterus; raro alatus, brunneus.

SPECIERUM DESCRIPTIONES.

Gr. Scaber.

Habitat in Brasilia.

Inter majores, sed gryllo cristato paulo brevior, totus viridis, alis pallidioribus.

Antennae basi paulo crassiores, capite thoraceque breviores.

Thorax cristatus, crista parum elevata, convexa: totus tectus papillis asperis. Lobus posticus magis cristatus, rugosus et scaber.

Hemelytra saturate viridia, immaculata, tenuissime reticulata, abdominis longitudine; dorsum pallidius, rufescens.

Alae pallide virescentes, margine exteriori subflavescentes, abdomine et hemelytris breviores.

Abdomen et pedes virescentes spinis validis, apice nigris.

Gr. laevis.

Habitat in Brasilia.

Paulo major gryllo stridulo, totus fere viridis.

Caput et thorax flavovirentia.

Thorax plano-convexus, laevis, obsolete unicristatus, quadrifidus; lobus posticus rotundatus.

Hemelytra viridia, tenuissime reticulata, immaculata, longitudine abdominis.

Alae virides, reticulatae, a medio ad apicem fusco-maculatae, hemelytris aequales.

Pedes antici et femora postica rubra nigroque irrorata.

Tibiae posticorum supra nigrae, subtus flavescentes spiris apice nigris.

Gr. carinatus.

Gryllus carinatus. *Fabric.* Entomol. Systemat. 2. p. 47.

Gryllus crystatus. *Roes.* 2. tab. 5 fig. 1. 2.

Maximus, plus quam digitalis, crassus.

Caput obtusum, flavescens, rufo-reticulatum.

Thorax varioloso-lacunosus, cristatus, crista trifida, acuta, elevata, quadrisulcata; lobus posticus triangularis, planus carina obsoleta.

Hemelytra linearia, cinerea, fasciis undatis e maculis fenestratis, viridibus picta, abdomine longiora.

Alae hyalinae, basi viridi-coerulescentes e maculis sparsis; apice et margine postico nigrae maculis sparsis, fuscis, hemelytris aequales.

Abdomen nigrum cingulis rubris.

Gr. rugosus.

Habitat in Brasilia.

Magnitudine Grylli cristati, adeoque inter majores.

Antennae pallidae.

Oculi protuberantes, brunnei.

Caput, thorax, pedes viridia.

Thorax cristatus crista elevata, sulcato-quadrifida; lobus posticus triangularis, marginatus, variolosus.

Hemelytra rufescentia, eleganter nervoso-reticulata, immaculata, abdomine longiora.

Alae virescentes, pulchre nervosa nervis rufescentibus, maculis rotundatis quadratis et oblongis nigris; hemelytrorum longitudine.

Tibiae pallidae, spinosae.

Gr. prasinus.

Duplo minor gryllo stridulo, testaceus.

Caput, thorax, pectus immaculata.

Hemelytra nigra, margine superiori testaceo. Maculae duae albidae in medio. Apex hyalinus, reticulatus.

Alae virescentes, apice fuscae.

Femora postica extus parum nigro-punctata; iutus atro-bifasciata.

Tibiae sanguineae, spinis nigris.

Gr. cristatus.

Gryllus cristatus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 47.

Maximus, plus quam digitalis.

Thorax papilllosus, papillis albis; antice cristatus, crista quadrifida, compressa, sulcata. Lobus posticus planus, carina minori, serrulata, parum rugosus.

Hemelytra linearia, obtusa, pallida maculis quadratis et oblongis viridibus, longitudine abdominis.

Alae obtusae, excisae, sanguineae, maculatae, hemelytris aequales. Maculae sparsae, inaequales, fasciaeque undatae in margine postico, laete nigrae.

Gr. dux.

Gryllus dux. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 47.

Maximus, plus quam digitalis, crassus.

Thorax viridis, papillis albis; cristatus, crista antice quadrifido-serrata, compressa. Lobus posticus rugosus crista minori, serrulata.

Hemelytra linearia, obtusa, cinerea.

Alae obtusae, oblique parum excisae, sanguineae maculis sparsis, inaequalibus, fasciis et margine postico late nigris.

Pedum posticorum tibiae virescentes spinis concoloribus, annulo supra tarsos tarsisque sanguineis.

Gr. grandis.

Inter maximos in hoc genere, totus, exceptis alis, plus vel minus saturate viridis, digito longior et crassior.

Caput, thorax et hemelytra saturate viridia.

Oculi prominerantes, olivacei.

Thorax cristatus crista acuta, quadrifida, quadrisulcata, scabrida. Lobus posticus triangularis, valde variolosus.

Hemelytra immaculata, viridia, abdomine longiora.

Alae sanguineae, apice nigro-maculatae, hemelytris aequales.

Tibiae pallidiores.

Gr. squarrosus.

Gryllus squarrosus. *Fabric.* Entom Syst. 2. p. 52.

Gr. cisti.

Gryllus cisti. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 55.

Gr. fasciatus.

Gryllus fasciatus. *Fabric.* Ent. System. 2. p. 87.

Magnitudine grylli striduli, cui similis, totus cinereus.

Thorax carinatus, rugoso-scaber, uti et caput.

Hemelytra cinerea, obsolete fusco-irrorata.

Alae rubrae basi, medio fascia nigra dentem antice exserens, apice fuscae macula hyalina.

Tibiae posticae virescentes.

Gr. maculatus.

Minor gryllo stridulo, cinereus, antennis apice fuscis.

Thorax carinatus, immaculatus.

Hemelytra cinerea, margine extimo fusca cum macula albida.

Alae basi sanguineae, apice hyalinae, medio fascia nigra.

Gr. obscurus.

Gryllus obscurus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 58.

Habitat in capite bonae spei et alibi in Africa.

Paulo major gryllo stridulo, cinereus.

Antennae apice fuscae, basi nigro-annulatae.

Thorax subscabridus, carina obsoleta.

Hemelytra linearia, oblique obtusa, cinerea, obsolete fusco fasciata et maculata, apice hyalina.

Alae basi sanguineae, apice hyalina, medio fascia lata arcuata nigra.

Femora postica subtus atra, genu atro.

Tibiae pedum posticorum sanguineae.

Pectus et abdomen cinerea, glabra; anus niger.

Gr. sanguineus.

Duplo fere minor gryllo stridulo, totus fuliginosus.

Thorax carinatus, rugosus

Hemelytra basi atra, albo irrorata; apice hyalina.

Alae basi sanguineae, apice hyalinae, medio atrae.

Femora postica cinerea, nigro lineata et irrorata.

Tibiae pedum posticorum obscurae virescentes, spinis albis apice atris.

Annulus albus prope genu in femoribus et tibiis.

Tab. XIV. Fig. 1. *Gr. speciosus.* (fig. 1.).

Habitat in Brasilia.

Paulo minor locusta viridissima, magnitudine varians usque duplo minori.

Antennae nigrae, capite thoraceque paulo longiores.

Caput et thorax nigra, flavomaculata.

Thorax cristatus crista quadrifida, quadrisulcata; lobus primus subcordatus, bilacunosus; lobi postici carina angustior.

Hemelytra viridia vel fusco-virescentia, immaculata.

Alae rufae, margine extimo et postico late atris; intra apicem maculae duae magnae rufae. Apex excisus.
Pedes nigri fasciis flavescentibus.

Gr. stridulus.

Gryllus stridulus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 56. *Zetterstedt* Orthoptera. p. 78.

Gr. purpureus.

Inter minimos, unguicularis, totus viridis.
A fronte ad basin thoracis linea lata, rubra.
Thorax quinquecarinatus lineis viridibus saturatioribus juxta lineam rubram, et margo posticus saturate viridis.
Hemelytra viridia marginibus apiceque purpurascentibus.
Alae purpureae margine postico nigro.
Tibiae posticae rufescentes.

Gr. dorsalis.

Inter minores, semipollicaris, purpurascens.
Caput antice trisulcatum, totum cum antennis purpurascens.
Thorax cruciatus, tricarinatus, supra purpurascens, lateribus virescens macula fusca.
Hemelytra dorso laete purpurea, deinde fusca cum linea baseos viridi, et in medio marginis inferioris maculis duabus albis.
Alae basi rufae, apice fuscae.
Abdomen et femora postica cinerascentia, tibiis basi albo-annulatis.

Gr. ornatus.

Minor gryllo stridulo, totus niger, flavovariegatus.
Antennae sublineares, nigrae, capitis thoracisque longitudtne.
Caput inter oculos prominens, lineis quatuor flavis.
Thorax medio depressus, obsolete carinatus, margine infimo macula magna, lineis duabus et punctis quatuor, parvis, flavis.
Hemelytra fusca, striis variis angustis longitudinalibus picta.
Alae sanguineae ultimo apice fuscescente.

Abdomen flavum cingulis punctisque atris.

Femora postica nigro flavoque variegata; *tibiae* obscure sanguineae spinis pallidis, apice nigris.

Gr. ferrugineus.

Gryllus ferrugineus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 56.

Gr. affinis.

Duplo major gryllo stridulo, totus cinereus, varie fusco-maculatus.

Capitis latera albida.

Thorax planiusculus, crista laevi exigua, ater; lineae duae laterales, albae continuatae ad apicem hemelytrorum.

Hemelytra fusca linea-humerali maculisque seu fasciis abruptis in margine cinereo-albidis.

Alae sanguineae, apice hyalino-cinereae.

Gr. tuberculatus.

Gryllus tuberculatus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 55.

Gr. germanicus.

Gryllus germanicus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 57.

Gr. flavicornis.

Gryllus flavicornis. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 52.

Habitat in China, Indiis et promontorio bonae spei.

Inter majores, digitalis, fusco-virescens.

Antennae flavescentes, capite thoraceque longiores.

Thorax papilloso-scaber, rugosus. Carina quadriarticulata, pallidior, laevis.

Hemelytra immaculata, viridia; dorsi linea pallidior bascos a capite fere ad apicem ducta.

Alae basi late sanguineae.

Femora postica cinerea, viridi-lineata.

Tibiae posticae sanguineae spinis albis.

Varietates plures hujus speciei occurrunt, scilicet:

α. hemelytris totis viridibus, pallidioribus; thoracis lineis latis saturate viridibus.

β. hemelytris totis saturate viridibus, uti et lineae thoracis.

γ. similis variet. α, sed duplo minor.

δ. hemelytris fuscis, uti et thorax, carina, linea capitis, dorsumque hemelytrorum flavoviridibus.

ε. hemelytris fuscis, dorso, thorace, lineaque capitis viridi-flavis; thoracis lineae latae, subundulatae, nigrae.

ζ. similis variet. ε., sed quadruplo minor, et femoribus posticis nigro-bifasciatis.

Gr. succinctus.

Gryllus succinctus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 46.

Gr. elegans. (fig. 2.) Tab. XIV. Fig. 2.

Habitat in Brasilia.

Paulo major gryllo stridulo, fere duplo.

Caput nigrum maculis rufis.

Antennae rufo nigroque annulatae.

Thorax convexo-cylindricus absque carina et incisuris; margo anticus rufus, infimus flavus. Lobus posticus rotundatus.

Hemelytra nervoso-rugosa, basi rufa, apice virescentia, margine infimo viridia.

Alae basi sanguineae, apice hyalino.

Abdomen nigrum fasciis flavescentibus.

Femora postica rubra, nigro-maculata.

Tibiae posticorum pedum nigrae, subtus pallidae.

Spinae pallidae apice nigro.

Pedes anteriores fusci, rubro flavoque maculati.

Gr. italicus.

Gryllus italicus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 57.

Habitat in Europa australi et in Barbaria prope Algir.

Duplo minor gryllo stridulo, cinereus.
Caput lacunosum.
Thorax laevis, tricarinatus.
Hemelytra cinerea, margine extimo fusco - irrorato.
Alae basi sanguineae, apice hyalinae.
Femora postica nigro - striata et punctata. *Tibiae* sanguineae spinis nigris.

Gr. pictus.

Gryllus pictus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 53.

Gr. vocans.

Gryllus vocans. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 54.

Gr. splendens.

Minor paulo locusta viridissima, corpore toto testaceo.
Thorax convexus, obsolete carinatus, lateribus fuscolineatus.
Hemelytra dorso testacea, basi magis fusca, immaculata.
Alae reticulatae, flavescentes, auro nitentes, basi luteae.
Femora postica intus sanguinea margine supremo nigro, extus flavescentia linea media atra.
Tibiae posticae sanguineae spinis albis, apice atris.
Variet. β. e China duplo minor, gryllo stridulo paulo major.

Gr. punctulatus.

Habitat in Brasilia.
Inter minimos, magnitudine unguiculari, totus fere fuscus.
Thorax parum cristatus.
Hemelytra cinerea punctis minutissimis plurimis sparsis tecta, longitudine abdominis.
Alae basi flavescentes, apice hyalinae, hemelytris aequales.
Femora postica fusca tibiis sanguineis.

Gr. rufipes.

Habitat in Brasilia.
Magnitudine grylli biguttuli, totus cinereo - fuscus.

Thorax convexo - planus, minime cristatus.
Hemelytra fusca, immaculata, abdomine paulo longiora.
Alae basi flavescentes, apice fusco - hyalinae, hemelytris aequales.
Pedes anteriores fusci.
Femora postica supra pallida, subtus sanguinea. *Tibiae* sanguineae spinulis nigris.

Gr. annulatus.

Duplo minor gryllo stridulo, totus testaceus, varie atro pictus.
Thorax scaber carina antice bidentata, postice obsolata.
Hemelytra apice fusco - hyalina, fasciis duabus obsoletis fuscis.
Alae basi flavae, apice atrae.
Femora postica intus nigra genu testaceo, extus testacea macula sesquialtera atra. *Tibiae* nigro annulo duplici albo.
Abdomen pallidum.

Gr. cinerascens.

Gryllus cinerascens. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 59.

Gr. sulphureus.

Gryllus sulphureus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 59.

Gr. arcuatus.

Magnitudine circiter grylli striduli, cinereus, atromaculatus.
Antennae basi pallidae, apice fuscae.
Caput supra laeve, brunneum, antice tricarinatum.
Thorax cruciato - carinatus, fuscus.
Hemelytra dorso cinerea, lateribus atra: fasciis tribus hyalinis, quarum prima e punctis duobus et postica arcuata; apice hyalina maculis reticulatis fuscis.
Alae basi flavae, apice hyalinae, medio fascia atra.
Abdomen pallidum.
Femora postica cinerea maculis atris. *Tibiae* pallidae.

Gr. flavus.

Gryllus flavus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 59.

Habitat in America; in capite bonae spei vulgaris.

Pollicaris, crassiusculus, cinereus fasciis duabus hemelytrorum albis, alisque elegantissimis flavis: fascia arcuata atra.

Antennae virescentes.

Thorax carinatus, fuscus carina et linea utrinque obliqua, pallida.

Hemelytra basi opaca, cinerea, apice hyalina, reticulata, parum fusco irrorata; in medio fasciae duae, latae, abruptae, albidae, cum puncto minimo antico.

Alae basi laete flavae, in medio fascia arcuata, atra; apex hyalinus, reticulatus, immaculatus.

Femora postica cinerea, fusco fasciata et irrorata. *Tibiae* sanguineae spinis nigris.

Tab. XIV. Fig. 3.

Gr. marmoratus. (fig. 3.)

Habitat in Africes promontorio bonae spei.

Similis valde gryllo flavo, sed duplo major et minus elegans coloribus pallidioribus; digitalis, totus cinereus et fusco marmoratus.

Thorax carinatus carina acuta, linea duplici nigra.

Hemelytra basi cinerea: fasciis duabus punctisque albis; apice hyalina maculis sparsis fuscis.

Alae basi pallide flavae, medio fascia arcuata nigra, apice hyalinae.

Tibiae posticae rufescentes.

Variet. α. thorace margineque hemelytrorum interno cinereis.

β. capite, thorace margineque interiori hemelytrorum viridi.

Gr. sulcatus.

Longitudine grylli striduli, sed duplo angustior, totus ferrugineus.

Thorax carinatus, multisulcatus angulo infimo pallido, supra quem macula quadrata atra.

Hemelytra basi fusco-brunnea, apice hyalina, margine extimo obscuro.

Alae basi flavae, medio nigrae, apice fuscohyalinae.

Gr. virescens. (fig. 4.) Tab. XIV. Fig. 4.

Duplo minor gryllo migratorio, cui similis, licet satis distinctus et diversus.

Viridia sunt caput, thorax, pectoris latera, et dorsum hemelytrorum.

Caput prope oculos notatur linea rufa, nigromarginata.

Thoracis carina acuta, cinerea; linea utrinque atra marginem posticum non attingens; sub hac macula oblonga albida et infra hanc macula major nigra.

Hemelytra nigricantia basi maculis obsoletis binis albis; apice cinereo-hyalina maculis fuscis sparsis.

Alae basi flavae, ultimo apice fuscae; in medio fascia arcuata, atra.

Abdomen flavum.

Obs. Valde similes in multis conveniunt gr. marmoratus, flavus, virescens et assimilis.

Gr. assimilis.

Simillimus gryllo virescenti, sed duplo fere minor.

Caput viride ore pallido lineisque duabus dorsalibus rufis, nigro-marginatis.

Antennae flavescentes.

Thorax viridis, carinatus carina pallida; lineae duae atrae marginem non attingentes; sub his macula alba, et infra hanc macula magna atra.

Pectoris latera viridia.

Hemelytra supra viridia ad medium dorsi, deinde nigra, apice fusco-hyalina; pone basin punctum minimum album, et ante medium fascia angusta alba.

Alae basi flavae, apice hyalinae, medio fascia atra.

Abdomen rufescens, glabrum punctis lateralibus minimis nigris.

Femora postica supra viridia, subtus rufescentia, latere interiori nigropunctata. *Tibiae* rufae basi annulo pallido, spinis apice atris.

Gr. cingulatus.

Gryllo stridulo minor, totus cinereus, varie fusco-maculatus.
Capitis frons tricarinata.
Thorax carinatus, scabridus.
Hemelytra fasciis tribus latis atris, apice hyalina, abdomine longiora, alisque aequalia.
Alae basi flavae, medio atrae, apice hyalinae.
Femora postica subtus atra.

Gr. flavescens.

Gryllus flavescens. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 52.

Gr. transversus.

Habitat in China.
Gryllo flavo similis, sed dimidio minor, et diversus.
Antennae fuscae, basi rufescentes.
Thorax carinatus linea utrinque nigra.
Hemelytra cinerea dorso viridi, intra apicem parum hyalino-maculata; infra basin punctum minimum album; in medio fasciae duae angustissimae albae.
Alae basi pallide flavescentes, in medio fascia arcuata nigra; apex hyalinus angulo fusco.
Tibiae posticae sanguineae.
Variet. α. capite thoraceque cinereis.
β. capite thoraceque viridibus.

Tab. XIV. Fig. 5.

Gr. abruptus. (fig. 5.).

Habitat in China.
Similis gryllo flavo, sed multoties minor.
Antennae fusco-ferrugineae.
Thorax carinatus utrinque linea albida, abrupta, cruciata.

Hemelytra cinerea, apice hyalina; infra basin punctum, tum fasciae tres hyalinae marginis exterioris dimidiatae.

Alae basi pallide flavescentes, in medio fascia lata fusca marginis posterioris, anteriorem parum fuscescentem, non attingens: ipse apex fuscescit.

Abdomen et femora postica brunnea.

Tibiae posticae pallide virescentes spinis apice nigris.

Gr. surinamus.

Gryllus surinamus. *Fabric.* Ent. Syst. 2. p. 57.

Gr. variegatus.

Gryllus variegatus. *Fabric.* Ent. System. 2. p. 54.

Gr. coerulescens.

Gryllus coerulescens. *Fabric.* Entom. Systematic. 2. p. 59.

Gr. violaceus.

Habitat in Brasilia.

Magnitudine grylli striduli, totus fusco-cinereus.

Frons sulcata.

Thorax parum cristatus.

Hemelytra immaculata, abdomine longiora.

Alae basi coeruleae, apice cinereae hyalinae, hemelytris aequales.

Femora postica supra infraque atra margine albido

Abdomen nigrum.

Antennae rufescentes apice nigro.

Gr. lineatus.

Habitat cum priori in Brasilia.

Longitudine grylli striduli, sed duplo angustior.

Antennae rufescentes.

Frons flavescens, quadrisulcata.

Thorax convexus, obsoletissime cristatus, supra brunneus, lateribus flavis cum linea utrinque fusco-purpurascente.

Hemelytra fusco-purpurascentia dorso cinereo-virescente, immaculata, abdomine longiora.

Alae basi coerulescentes, apice hyalino-fuscae.

Pedes omnes virescentes.

Gr. Obliquus.

Habitat in Brasilia.

Inter minimos, magnitudine grylli apricarii.

Caput cinereum oculis olivaceis.

Thorax absque crista planus, cinereus linea utrinque obliqua, fusco-purpurea.

Hemelytra cinerea, immaculata, abdomine longiora.

Alae basi coeruleae, medio hyalinae, apice nigrae.

Pedes omnes cinerei femoribus posticis fascia duplici obliqua nigra; subtus basi linea, in medio et prope genu macula nigris.

Tibiae posticorum virescentes spinis nigris.

Gr. serrulatus.

Habitat in Brasilia cum prioribus.

Magnitudine grylli striduli, totus fere, magis vel minus fusco-brunneus.

Oculi valde prominuli.

Thorax cristatus crista abbreviata, dentibus inaequalibus; lobus posticus rotundatus margine serrato.

Hemelytra fusca vel potius nigra, immaculata, longitudine abdominis, alisque aequalia.

Alae saturate coeruleae ultimo apice vix hyalino.

Abdomen fuscum lateribus rufescentibus.

Singularis est haec species crista et serraturis thoracis.

Gr. lunus.

Gryllus lunus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 47.

Dignoscitur alis nigris, immaculatis, hemelytrisque nigris: fasciis albis.

Gr. morio.

Gryllus morio. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 56.

Gr. guttatus.

Magnitudine grylli striduli, totus fere ater.

Caput, thorax, pectus, venter, pedes fusca.

Thorax cylindricus, minime cristatus. Lobus posticus elevatior, rotundatus, integer.

Hemelytra atra, reticulata: maculis rotundis, sex, laete flavis, longitudine abdominis.

Alae totae atrae, immaculatae, hemelytris aequales.

Pedes qnatuor anteriores nigri.

Femora postica supra nigra, subtus sanguinea; *genu* atrum. *Tibiae* sanguineae. *Tarsi* nigri.

Gr. brunneus.

Habitat in Svecia.

Inter minores, totus bicolor, immaculatus, supra capite, thorace, elytrisque fuscis; subtus capite, thoracis lateribus, abdomine pedibusque ferrugineis.

Thorax obsolete tricarinatus, subcruciatus.

Hemelytra fusca, immaculata, abdomine paulo longiora.

Alae fuscae, reticulatae; hemelytris aequales.

Pedes omnes testacei, *tibiis* posticis magis sanguineis.

Gr. virginianus.

Gryllus virginianus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 57.

Gr. carolinus.

Gryllus carolinus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 58.

Gr. niger.

Habitat in Brasilia.

Magnitudine grylli striduli.

Corpus totum, caput, antennae, thorax, pectus, abdomen, pedes atra.
Thorax convexus sulcis circiter duobus transversis, non cristatus.
Hemelytra potius brunnea, quam fusca, immaculata, longitudine abdominis.
Alae totae atrae ultimo tantum apice transparentes immaculatae, hemelytris aequales.
Abdomen paulisper in coeruleum resplendens.
Femora postica in medio macula parva alba.

Gr. opacus.

Habitat cum priori in Brasilia.
Magnitudine grylli striduli, totus fuscus seu fuliginosus, non ater, opacus, immaculatus exceptis femoribus posticis extus nigro-marmoratis, intus rufescentibus macula baseos media et genu atris.
Thorax convexus carina obsoleta. *Lobus* posticus rotundatus, convexus.
Hemelytra immaculata, abdomine paulo longiora.
Alae immaculatae, hemelytris concolores et aequales.

Gr. rubecula.

Habitat in Brasilia.
Fere digitalis, totus ferrugineus, glaber.
Thorocis carina quadriarticulata, rufa.
Hemelytra cinerea, immaculata.
Alae hyalinae, reticulatae; in medio macula seu fascia lata, fusca, marginem posticum non attingens.
Femorum posticorum anguli nigri; spinae albae apice nigro.

Gr. deustus.

Gryllo stridulo paulo minor, cinereus seu subferrugineus.
Thorax fusco-maculatus.
Hemelytra ferruginea margine exteriori fusco; intra apicem fasciae tres fenestratae; in medio versus marginem crassiorem pun-

eta tria parva et versus basin circiter sex puncta minutissima, fenestrata.

Alae hyalinae, apice atrae.

Gr. migratorius.

Gryllus migratorius. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 53.

Habitat in Tartaria, et Japonia, migrans interdum in Europam, imprimis in Germaniam et Poloniam, rarius in Sveciam.

Inter majores, digitalis, totus cinereus.

Frons in medio stemmate unico.

Thorax laevis carina integra.

Hemelytra linearia, obtusa, cinereo-alba maculis transversalibus fenestratis fuscis; margo dorsalis immaculatus.

Femora postica cinereo nigroque varia annulo albo ante genu. *Tibiae* cinereae spinis fuscis.

Alae hyalinae, reticulatae maculis obsoletis fuscis intra apicem.

Variat varie atomis hemelytrorum.

α. cinereus hemelytris totis maculatis.

β. fusco-cinereus capite thoracisque lateribus albo-variegatis; hemelytris totis maculatis.

γ. capite thoraceque virescentibus, bilineatis nigroque variegatis; elytris cinereis maculatis totis.

δ. capite thoraceque viridibus; hemelytris maculatis totis.

ε. capite thoraceque viridibus: lineis maculisque obsoletis fuscis; hemelytris cinereis maculatis totis.

ζ. cinereus totus hemelytris a medio ad apicem maculis magnis subtransversis fuscis fenestratis.

η. cinereus totus hemelytrorum striis fuscis obsoletis.

Gr. bimaculatus.

Duplo minor gryllo stridulo. totus ater.

Antennae capite thoraceque longiores.

Thoracis carina obsoleta lateribus cinereis.

Hemelytra atra, hyalino-maculata, apice tenuiora, abdomine longiora.
Alae nigrae, basi hyalino-albidae, hemelytris aequales.
Abdomen lividum.
Femora postica cinerea, fusco-punctata fasciis binis et genu atris. *Tibiae* violaceae annulo tarsisque albis.

Gr. thalassinus.

Gryllus thalassinus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 57.

Gr. coerulans.

Gryllus coerulans. *Fabric.* Entomol. Syst. 2. p. 58.

Gr. rufescens.

Summa similitudo grylli migratorii, sed hic totus dilute rufus valde diversus est, magnitudine inter majores.
Thoracis carina obsoleta, quadriarticulata.
Antennae flavescentes.
Hemelytra a basi ad medium rufa maculis majoribus et minoribus sparsis, subquadratis et oblongis nigris picta; deinde cinereo-hyalina fasciis fuscis fenestratis.
Alae hyalinae, reticulatae, immaculatae, infima basi rufescentes.
Tibiae posticae purpurascentes spinis albis, apice nigris.

Gr. lineola.

Gryllus lineola. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 54.
Habitat in Europa australi et Barbaria juxta Algir.
Inter majores, digitalis, totus cinereo-fuscus.
Caput trisulcatum.
Thorax carinatus, scaber; carina quadriarticulata, rufa.
Hemelytra cinerea, obsolete fusco-irrorata.
Alae fusco-hyalinae, basi nigrae, immaculatae.
Femora postica cinerea, extus linea duplici atra, intus margine inferiori sanguinea. *Tibiae* coeruleae spinis albis, apice atris.

Gr. grossus.

Gryllus grossus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 61. *Roesel* Tom. 2. tab. 22. fig. 1. 2. *Zetterstedt* Orthopter. 80.

Gr. virens.

Habitat in Insula Americes Barthelemy. *Fahlberg.*
Paulo minor gryllo stridulo, totus viridis.
Antennae fuscae, capite thoraceque longiores.
Thorax convexus carina obsoleta, rugoso - variolosus margine pallidiore.
Hemelytra striato - nervosa, tota coriacea et viridia, immaculata.
Alae hyalinae, subvirescentes, reticulatae, immaculatae.
Abdomen flavo - cingulatum.
Pedes obscure virescentes. *Femorum* posticorum anguli flavescentes. *Tibiae* sanguineae, spinis tarsisque nigris.

Gr. chinensis.

Habitat in China.
Duplo minor locusta viridissima, totus lutescenti - viridis.
Linea fusca et oculis ad basin thoracis ducta.
Thoracis carina obsoleta, vix perspicua.
Hemelytra basi dilatata, viridius apice pallidiora, immaculata.
Alae hyalinae, reticulatae.
Spinae tibiarum apice nigrae.

Gr. tricolor.

Habitat in China.
Duplo fere major gryllo stridulo, virescens.
Caput viride, antice trisulcatum vertice flavescente.
Thoracis lineae duae fuscae carina obsoleta.
Hemelytra supra cinerea, margine interiori viridia, medio linea fusca, abbreviata.
Alae hyalinae, immaculatae.
Femora postica viridia, tibiis sanguineis.

Gr. sylvestris.

L minoribus, subpollicaris, viridis abdomine pedibusque cinereis.
Caput supra, thoracis et hemelytrorum dorsum rufescentia.
Thorax carinatus linea duplici nigra.
Hemelytra medio et apice hyalina.
Alae immaculatae.

Gr. dorsatus.

Gryllus dorsatus. *Zetterstedt* Orthopt. 82.

Gr. viridulus.

Gryllus viridulus. *Linn.* Faun. Svec. p. 238. *Fabric.* Entomol. System. 2. p. 61. *Zetterstedt* Orthopt. p. 86.
Habitat in Sveciae pluribus provinciis, in Uplandia et prope Upsaliam vulgaris.
Semipollicaris, adeoque inter minimos.
Antennae, caput, pectus, abdomen et pedes ferruginea.
Thorax tricostatus, supra viridis.
Hemelytra tota viridia; intra marginem infimum prope basin linea abbreviata, tenuissima, albida.

Gr. dimidiatus.

Habitat in Svecia; in Uplandia *Ipse;* in Vestrogothia *Gyllenhal.*
Gryllus nigroterminatus. *de Geer?* et forsan idem cum rufomarginato *de Geer.*
Unguicularis, totus cinereo-fuscus.
Antennae pallidae, apice fuscae.
Caput, thorax, abdomen, pedes rufescentia.
Thorax tricarinatus, cristatus, maculis fuscis.
Hemelytra fusca dorsali margine viridi.
Alae basi hyalinovirescentes, apice fuscae.

Gr. humeralis.

Duplo minor gryllo stridulo, supra ferrugineo-fuscus.
Thorax obsolete carinatus: macula laterali, quadrata, nigra.

Hemelytrorum basis macula oblonga, nigra.
Alae hyalinae, immaculatae.
Abdominis carina lutea.
Femora postica supra ferruginea, nigro-bimaculata; intus macula subabrupta, atra; extus linea atra; subtus flavescentia. Tibiae violaceae.

Gr. marginalis.

Gryllus rufo-marginatus? *de Geer.*
Habitat in Sveciae variis provinciis, Uplandia, Vestrogothia, alibi.
Vix pollicaris corpore fusco-rufescente.
Antennae apice magis fuscae.
Caput et thorax fusca: costis tribus albis.
Hemelytra viridia, immaculata, margine exteriori rufescentia, interiori viridia, apice hyalina.
Alae fusco-hyalinae, reticulatae.
Abdomen fuscescens carina rufa.
Femora postica rufescentia, plus minus fuscescentia, uti et tibiae.
Valde affines videntur marginalis, viridulus, dorsalis et dimiatus.

Gr. villosus.

Habitat in China.
Magnitudine grylli striduli, totus cinereo-testaceus, subtus villosus.
Antennae apice fuscae.
Thorax carinatus, scaber.
Hemelytra cinerea, apice hyalina.
Alae fusco-hyalinae, immaculatae.
Pectus, femora et tibiae villosae.
Femora postica nigro-trifasciata. *Tibiae* basi annulo albo, apice virescentes, spinarum apice nigro.

Gr. fuscus.

Habitat in Nova Cambria.
Inter minimos, unguicularis, supra totus fusco-ferrugineus, subtus pallidus.

Thoracis carina obsoleta, lateribus albidis.
Hemelytra fusca, basi macula minima pallida.
Alae fuscae, basi pallide flavescentes.
Femora postica subtus ferruginea; intus sanguinea maculis tribus atris; extus atra: lineis binis, obliquis, albidis.
Tibiae posticae sanguineae, apice violaceae.

Gr. discolor.

Mediocris, sesquipollicaris magnitudinis, flavovirescens.
Caput obtusum, virescens.
Thorax viridis carina, lineisque duabus fuscis.
Hemelytra basi cinereo-fusca, apice hyalina.
Alae hyalinae, basi pallide flavae.
Femora postica virescentia, intus fasciis binis genuque atris.
Tibiae posticae sanguineae, spinis apice nigris.

Gr. bidens.

Duplo minor gryllo stridulo, cinereus.
Antennae basi pallidae, apice sensim incrassatae, fuscae.
Thorax carinatus: carinis serratis antice dente duplici.
Hemelytra cinerea, immaculata.
Alae basi flavae, apice fuscae.
Femora postica nigrobifasciata.
Tibiae posticae fuscae fascia duplici alba.
Spinae albae, apice nigro.

Gr. pallens.

Paulo minor locusta viridissima, angustus, supra testaceus, subtus brunneus.
Caput notatur lineis duabus, nigris, continuatis paulo latioribus per thoracem et basin elytrorum.
Thorax obsolete carinatus; in utroque latere macula didyma, fusca.
Hemelytra cinerea basi maculis oblongis, fuscis; deinde hyalina maculis fenestratis.

Alae hyalinae, basi albicantes.

Femora postica brunneo-fusca, uti et tibiae cum spinis nigricantibus.

Gr. haematopus.

Gryllus haematopus. *Fabric.* Eotom. Syst. 2. p. 52.

Gr. rusticus.

Gryllus rusticus. *Fabric.* Entom. System. 2. p. 60.

Gr. tataricus.

Habitat in campis Africes australis seu promontorii bonae spei vulgatissimus, magnitudine varians, et coloribus.

Inter majores, digitalis, vel ultra, cinereo-flavescens, varie maculatus.

Caput pallidum.

Thoracis carina obsoleta, quadriarticulata, pallida. Lineae duae, latae, fuscae et infra macula fusca.

Pectus et basis femorum linea alba notata.

Hemelytra fusca, dorsi linea flava; margo inferior albidus, nigro-maculatus; ante medium maculae duae, nigrae; deinde fasciae obliquae et maculae fuscae, fenestratae.

Alae hyalinae infima basi albida.

Abdomen pallidum cingulis fuscis.

Femora postica inferne albida, angulo superiori nigra; *tibiae* violaceae vel sanguineae.

Gr. capensis. (fig. 6.) Tab. XV. Fig. 6.

Gryllus tartaricus. *Fabric.* Entom. syst. 2. 53.

Habitat etiam in Africa.

Inter majores, digitalis, cinereo-fuscus.

Thorax laevis, obsolete carinatus carina quadrifida. A capite ad medium hemelytrorum utrinque linea alba, quae in hemelytrorum dorso coit.

Capitis latera juxta oculos albicant.

Hemelytra fusco-cinerea, saepe maculis nigris, subquadratis, sparsis.
Alae hyalinae, immaculatae.
Femora postica cinerea. *Tibiae* sanguineae spinis pallidis.

Gr. didymus.

Habitat in capite bonae spei Africes.
Paulo minor et angustior Gryllo capensi.
Caput et antennae pallidae.
Thorax pallidus, supra fuscus costis tribus margineque omni pallidis.
Hemelytra fusca, apice hyalina, fenestrata. A basi ultra medium linea pallida; prope basin in medio puncta quatuor subquadrata albida; deinde fasciae plures, circiter sex, obliquae, hyalinae.
Alae immaculatae.
Femora postica pallida, uti et tibiae; angulus femorum supremus spinaeque nigrae.

Gr. serialis.

Habitat in Insula Barthelemi, Americes.
Corpus locusta viridissima paulo minus et brevius, totum testaceo-flavescens, varie maculatum.
Thoracis carina obsoleta, lineis duabus latis maculisque lateralibus fuscis.
Hemelytra margine supremo et infimo lutescentia, medio fusca, apice hyalina. In linea fusca maculae tres, inaequales, albae; intra apicem maculae fuscae, fenestratae.
Alae hyalinae, immaculatae.
Abdomen pallidum; supra in singulo segmento fascia et puncta, nigra, parva.
Femora postica nigropunctata et maculata; spinis apice nigris.

Gr. nitens

Simillimus gryllo splendido, totus cinereus.

Thorax et caput lineis duabus, approximatis, nigris.
Hemelytra cinerea dorso pallidiore.
Alae reticulatae, cinereo-hyalinae, nitidae, basi pallidiores.
Femora posticorum tibiae rubro-virescentes, spinis albis apice atro.

Gr. maroccanus.

Habitat prope Marocco in Barbaria Africes.
Magnitudine circiter grylli striduli, sed paulo angustior, totus cinereus, et magnitudine varians.
Thorax obsolete cristatus, lineis albidis divergentibus cruciatus.
Hemelytra reticulata nervis longitudinalibus crassis, inter quos series duplex vel triplex plurium macularum fuscarum.
Alae hyalinae, immaculatae.
Femora postica supra maculis tribus et genu nigris. *Tibiae* sanguineae spinis atris.

Gr. columbinus.

Habitat in Barthelemi, insula Americes. *Fahlberg.*
Magnitudine fere grylli migratorii.
Antennae flavae.
Caput brunneum.
Thorax convexus, non cristatus, quadrisectus, brunneus. *Lobus* posticus magis fuscus, triangularis, variolosus.
Hemelytra basi cinerea, fusco-maculata; apice hyalina fusco-fenestrato; dorso pallidiora, abdomine longiora.
Alae hyalinae, immaculatae, reticulatae, hemelytris aequales.
Abdomen cinereo-pallidum, glabrum.

Gr. pillosus.

Paulo major gryllo erythropo, cui simillimus, totus cinereus.

Caput lacunosum.
Thorax carinatus carina dorsali trifida, rugoso - scaber.
Hemelytra cinerea maculis rotundis fuscis, punctisque fenestratis referta.
Alae hyalinae, reticulatae, immaculatae.
Femora postica fusco - irrorata, intus atra macula rufa supra genu, supra infraque ciliata.
Tibiae posticae sanguineae spinis apice nigris.

Gr. erythropus.

Vix pollicaris, crassus, cinereo - fuscus.
Thorax carinatus tribus, rugoso - scaber.
Hemelytra cinerea maculis rotundatis, pluribus, fenestratis.
Alae fusco - hyalinae, immaculatae.
Femora postica fusco - striata. *Tibiae* sanguineae spinis nigris.

Gr. notatus.

Habitat in Sudermannia Sveciae.
Unguicularis, totus ferrugineus, gryllo biguttulo similis.
Caput supra viride.
Thorax tricarinato - cruciatus, maculis fuscis lateralibus; latera fusco - maculata.
Hemelytra dorso viridia, lateribus cinerascentia, in medio linea abrupta e punctis parvis et oblongis atris, apex hyalinus.
Alae hyalinae, reticulatae, immaculatae.

Gr. axillaris.

Bipollicaris, totus cinereo - testaceus.
Thorax laevis, parum carinatus.
Hemelytra cinereo - fusca, basi dorsali testacea cum lineola albida; in costa macula triangularis, testacea.
Alae hyalinae, fuscescentes, immaculatae.
Femora extus macula parva, intus fasciis tribus atris notata.

Gr. ventralis.

Gryllus ventralis. *Zetterstedt.* Orthopt. Svec. p. 89.

Gr. biguttulus.

Gryllus biguttulus. *Fabric.* Entom. Syst. 2. p. 61. *Zetterstedt* Orthopt. p. 94.

Habitat in Sveciae provinciis, satis frequens.

Vix pollicaris, totus fusco-ferrugineus.

Thorax carinatus lineis duabus fuscis et cruciatus carinis lateralibus, fractis, pallidis.

Hemelytra cinereo-hyalina, lineis maculisque variis, fuscis irrorata, linea albida in margine inferiori abbreviata; intra apicem macula, major, albida, obliqua, utrinque, nigromaculata.

Alae immaculatae, reticulatae.

Carina abdominis lutea.

Femora postica subtus et tibiae pallidae.

Gr. lutescens.

Habitat in China.

Magnitudine grylli striduli, sed angustior, subtus laete luteus, supra cinerascens.

Caput et thorax supra brunnea. Linea purpurascens ab oculis ad basin thoracis ducta, latiuscula. Carina thoracis obsoleta, vix ulla. Antennae ferrugineae.

Hemelytra basi cinerascentia, apice hyalina, immaculata, infra basin parum dilatata.

Alae hyalinae, immaculatae.

Tibiae posticae virescentes.

Variat magnitudine et thorace bilineato.

Gr. apricarius.

Gryllus apricarius. *Zetterstedt* Orthopt. Svec. p. 91.

Gr. fimbriatus.

Habitat in Brasilia.

Duplo minor gryllo capensi, totus cinereus, corpore angusto, vix digitali.

Antennae flavescentes, capite thoraceque paulo longiores.

Caput fuscum dorso linea albida.

Thorax fuscus, convexus, minime carinatus, in basi dorsi lineola albida; margo lateralis albo-fimbriatus.

Hemelytra cinerea, immaculata, lineola baseos dorsali et marginali abbreviatis albidis.

Alae hyalinae, immaculatae, hemelytris aequales, abdomine longiores.

Femora postica immaculata.

Gr. lividus.

Habitat in Brasilia.

Magnitudine locustae viridissimae, totus pallide cinereus, immaculatus, antennis solis, genubus pedum posticorum, tarsis et spinarum apicibus nigris.

Thorax cristatus, tenuissime variolosus. Crista trifida, obtusa.

Hemelytra videntur exarata e basi lineola obsoleta, divaricata, fusca, ad medium fere extensa.

Femora postica immaculata, supra infraque genu arcu nigro notata.

Alae hyalinae, immaculatae, rarius fuscescentes, hemelytris aequales, abdomine longiores.

Gr. orientalis.

Habitat in Insula Isle de France.

Magnitudine, statura et colore omnino cum gryllo livido convenit; sed

Caput et thorax in hac specie non variolosa, sed potuis tenuissime nigro-punctata et scabriuscula, crista fere obsoleta.

Femora postica cinerea subtus macula magna atra. Genu quoque circulo nigro notatur.
Tibiae posticae pallide rufescentes.

Gr. occidentalis.

Habitat in Americae meridionalis insula Barthelemi.
Sesquilongior gryllo stridulo, totus plus minus fuscus.
Antennae cinereae, capite thoraceque paulo longiores.
Thorax albidus punctis minutis, impressis, frequentissimis, fuscis; convexus, non carinatus.
Hemelytra fusca, abdomine longiora, in medio linea macularum fuscarum et albidarum, obsoletarum.
Alae immaculatae, hyalinae, hemelytris aequales.
Abdomen olivaceum.
Pedes cinereo-albidi lineis fuscis.
Femora postica cinerea omnibus angulis atris; genu arcu nigro.

Gr. japonicus.

Habitat in Japonia.
Magnitudine circiter grylli striduli, totus cinereo-fuscus.
Antennae basi pallidae, apice fuscae, capitis thoracisque longitudine.
Caput laeve, fuscum.
Thorax planus, vix carinatus, postice rotundatus.
Hemelytra fusca, immaculata, infra basin exciso-angustata, abdomine paulo longiora.
Alae cinereo-hyalinae, immaculatae, hemelytris aequales.
Femora postica subtus lutea, annulo genu nigro.

Gr. pedestris.

Gryllus pedestris. *Linn.* Faun. Svec. p. 239. *Fabric.* Ent. Syst. vol. 2. p. 62. *Zetterst.* Orthopt. Svec. p. 102.
Habitat in Europa; in Sveciae variis provinciis, saepius apterus, rarissime alatus.

Paulo minor gryllo stridulo, saepe duplo, corpore fusco-ferrugineo, abdomine femoribusque latere interiori magis rufis.

Thorax convexus, quadriarticulatus, carinatus lineis lateralibus binis nigris.

Hemelytra in completo fusca; in larva dimidiata, abdomine quadruplo breviora.

Abdomen subtus flavescens.

Femora postica subtus sanguinea.

Tibiae posticae violaceae spinis albis.

OBSERVATIONES NONNULLAE

CIRCA FABRICAM DELPHINI PHOCAENAE AETATIS NONDUM PROVECTAE

AUCTORE

Dre. E. EICHWALD.

Conventui exhibuit die 21. Augusti 1822.

Inter omnes nimirum nunc quidem constat, zoologicum studium nullis, quae securiora sint, suffulcris niti posse, nisi externae animalium descriptioni internam eorum fabricam, ulteriori submissam examini, addamus. Veruntamen ejusmodi examen fabricae animalium aetatis nondum provectae majoris procul dubio momenti sit, necesse est, propterea quod ea est, quae consensum et conspriationem omnium quorunlibet ordinum animalium perspicue nobis suppeditet, praesertim si animalia haecce quadam gaudent ambiguitate, adeo idonea mutuo animalium transitui explicando. Quae cum ita sint, vix dubitare in animo est, quin observationes circa fabricam *delphini phocaenae aetatis nondum provectae*, licet in animali per totum et quod excurrit annum, in spiritu vini servato institutae, operae pretium penitus fugerent.

De quo scilicet agimus, *delphinus* mas, ex baltico mari allatus, duo pedes et ultra in longitudinem patens, eam normalem vixdum ex tertia parte attigerat, cum adultus quinque ad octo pedes esse solet. Eum vero brevem adhuc vitam degisse, non habemus, quod dicamus, cum ejus evolutio adeo lente proeedat, ut pullus per longum temporis spatium a matre lactatus, eam per integrum annum sequatur. Quapropter haud mirum esset, si delphinus

hujus aetatis ossa cranii inter se invicem sejuncta, nec non in ipsas primarias partes soluta, quin immo foramen atriorum cordis pervium ductumque arteriosum hiantem prae se ferret, quae scilicet probarent, eum non solum esse animal, iufimo omnium mammalium loco collocatum, verum etiam prima ejus aetate foetalem statum appropinquare, qui et ipse ex ejus fabrica penitus evoluta nec unquam ex toto disparet. Haecce autem ut melius pateant, seorsum describenda est fabrica praecipuorum organorum.

Cranium igitur delphini, ad septem digitos longum, suturas omnium ossium pervias, inter singula ossa magnos fonticulos perhibuit; suturae vero aut sagittales, aut frequentius occurrentes squamosae, aut laevibus omnino instructae marginibus, ita ut bina ossa integro margine se appropinquarent. Fonticuli occurrebant inter os parietale, superiorem ossis occipitis partem, (cristam ejus vertebrae capitis exhibentem,) et condyloideam, (arcum ejus dextrum,) inter quam nimirum utramque et ipse alter fonticulus minor apparuit, multo denique major inter alam ossis sphenoidei majorem et processum ensiformem, qui aliorum fonticulorum instar dura meninge claudebatur. Tum demum cranium hiabat inter frontis ossa, ita ut ille processus ensiformis nondum magnum fonticulum clauderet, exteriore facie hic infra ossa nasi, et supra vomerem comparuit, eique antepositum erat spiraculum: hoc scilicet cranium in duas dirimit partes aequales, faciei ossibus tantum cranii anferentibus, quantum ossa calvariae; alia tamen proportio in delphini delphidis cranio occurrit, cujus rostrum magis elongatum multoque amplius maximam ejus partem sibi vindicat.

Os occipitis componitur ex *basi*, utroque *arcu* et *crista*, quae omnes amplius dimidiam cranii partem auferunt, dodrantem fere occupantes, quocirca ea imprimis cerebro osseum praebent velamen. *Basis* inferiorem nimirum partem cranii mediam occupans, intus convexa, extus concava est, ita ut latae sellae formam aemuletur, quae in posticam partem triangulo procursu utrumque arcum accedit, in

anticam vero ossi sphenoideali confluere incepit; superiori faciei lateris utriusque deflexi os tympanicum et petrosum superstrata sunt. *Arcus* porro occipitis uterque os obtuse triangulum, extus impari-fornicatum, intus parum concavum refert, cujus inferior processus et exterior robustissimus mastoideum efficit, qui plerisque in animalibus huic ossis occipitis parti laterali inhaeret. Quo locorum intus cerebellum situm est, osseus procursus confinii instar enascitur, ad latera cujus altera fovea parvula obvenit, lobos cerebri posteriores excipienda. Inferiore parte arcus alter alterum accedit condylorum ope occipitalium, squamosa sutura basi ossis occipitis ossibusque parietalibus conjunctus; cristam denique occipitis sagittalis suturae ope appropinquant, licet jam dextro latere interior margo superior ei confluueret, qua condylus occipitalis incipiebat, ad ipsum igitur foramen occipitale magnum. *Crista* denique occipitis pars omnium maxima et latior et longior est; superiorem scilicet partem cranii et posteriorem constituens in parte antica in acutum surgit. Foramen ex parte occipitale coëfficiens ad ossa parietalia et interparietalia accedit, quibus jam ex toto fere confluxit, quapropter haec extrinsecus contemplata partes potius et processus cristae occipitalis haberentur, cum mutuum eorum confinium nulla praevia sutura asperum tantum appareat. In cranii autem cavo a crista occipitali satis distincte sejuncta sunt, quocirca libeat, ea peculiaria ossa habere, iis cranio omnium fere mammalium praesentibus, quare modo seorsum commemoranda venient. Exterior facies cristae occipitis laevis est fereque convexa; ad latera duae striae asperae semicirculares loca procul dubio designant, e quibus ossificatio praecessit. Margini ejus posteriori exteriori Wormianum ossiculum occurrit adeo confusum, ut confinium utriusque latitet. Interna facies cristae occipitis forti procursu osseo insignis, qui cristae sic dictae sub nomine venit, eamque in duas partes concavas satis aequales dirimit, cujus scilicet basis fere triangularis, deorsum attenuatur. —

Ossa porro *interparietalia* in delphino, de quo agimus, adeo confusa offeruntur, ut confinium utriusque parva incisura anteriore

excepta, acgrius percipiatur; forma eorum, licet sejunctorum triangularis esset. Externa facies laevis, interna vero forti crista praedita, quae in longitudinem sulcata illam cristae occipitis appropinquat, quanquam in eam nondum delituit. Situs interparietalis ossis maxime memorabilis est; supremam partem cranii et intermediam occupat, et suturis squamosis apice ossium parietalium, frontis, et nasi jungitur; unicae vero parti occipitis planae seu cristae extrinsecus toto confusum est. Cranium contra, quod praesto habemus, delphini delphidis nec interparietalium nec partium singularum occipipitis limites demonstrat, cum omnia haecce et inter se invicem et ossibus frontis et parietalibus confluxerint.

Os sphenoideum plura deinde offert, memoratu dignissima, cum quidem auctore *Bojano* (*), expertissimo viro, ex hisce componitur ossibus vel partibus, ex corpore, processubus pterygoideis cum alis majoribus, quae ex iis sursum adscendentibus evolvuntur, ex ossibus pterygoideis, cuique processui pterygoideo in antica parte insidentibus, nec non ex processubus ensiformibus, alis minoribus cognominatis.

Omne vero os anteriorem cranii basin, sicuti posteriorem os occipitis occupat, et teste quidem illust. *Cuviero* (**) in cetaceorum ordine diutius ab aliis ossibus sejunctum, quin in plures partes semper diremtum esse dicitur: sed hocce expertissimi viri argumentum non in omnibus cetaceis locum habere, inter alia etiam ex nostro delphino patet, in cujus cranio corpus ossis sphenoidei jam ex toto fere inferiore parte ossi occipitis confuserit, licet in ipso cranii cavo amplius paululum distet, cum contra processus pterygoidei delituerint ac non nisi processus ensiformis ab eo sejunctus sit. Multo dein minus illud ipsum quadrat in cranium delphidis, cujus os sphenoideum et singulis sui ipsius partibus et aliis ossibus

(*) *Isis*, Heft XII, 1821. p. 1149.

(**) *Cuvier*, Vorles. üb. vergl. Anatom. etc. II. p. 19.

finitimis adeo confusum est, ut nullibi fere limitibus distinctioribus circumscribatur. — Primo igitur loco corpus sphenoidei commemorandum; intus ex toto planum et canalibus caroticis exceptis nihil quod commemoretur superest; nec ibi ullae adsunt foveae vel eminentiae, quin planitiem potius magnam sistit, quae ex cunctis simul aliis ossibus conflata in toto cranii fundo dominat. Extus parum fornicatum occipitis basi fere omnino confusum, nec nisi interiore facie sutura confinium utriusque confirmat.

Antica parte in cranii cavo processus ensiformis occurrit, magna sutura ab ossis corpore diremtus, cujus dein extensio eam corporis ipsius ex toto adaequat; facies interna laevis ad latus utrumque in duos processus, intermedium tertium includentes exit, cui magnus superstratus fonticulus, inter ossa frontis maximopere pervius, nec nisi dura meninge obtectus. In cranio vero delphidis jam ex toto disparuit fonticulus, cum et ossa frontis, cum ensiformi processu ab interna facie, et ossa nasi cum vomere ab externa, ut clauderetur, suum contulerint. Loco inferiore processus ensiformis, anterius quasi os contemplandum, in rostrum exit sphenoideale, magis nimirum et fortius, at vomere penitus tectum, ita ut per duas tantum aperturas laterales hujus ossis transpareat, cum hic locorum vomer nondum penitus ossificatus sit. Quod processus porro pterygoideos attinet, in antica parte sphenoidei corporis laterali exorti, ex initio statim laminas referunt tenues, aequaliter latas, quae denique choanas accedentes angustiores evadunt sibique ossa pterygoidea in hamulum desinentia apposita demonstrant, magna sutura ab osse palatino diremta. Quo vero locorum a corpore sphenoidei exoriuntur, majorem utrinque alam sursum evolvendam demittunt, quae angustior et brevior lamina evolutionem vixdum incipientem denotat, quo quidem patet, processui pterygoideo penitus evoluto eam esse coordinatam, quae sensim tantum sensimque adscendens ipsa amplius evolvitur, ut prae aliis ex ovis (*) cranio palam fit. Tenuius

(*) *Isis* l. c. p. 1166. tab. VIII. fig. 4. f. α, fig. 5.

os planum sursum potissimum ex adverso accedit processum latiorem ossis frontis, qui supra ejus faciem internam extenditur idque ex dimidio obtegit; neutiquam autem a latere illum processum tangit, quare inter eum et processum ensiformem, aeque ab eo amotum, fonticulus exoritur, cujus fines ala major postice circumscribit.

Media cranii *ossa parietalia* sunt, extrinsecus maxime convexa, intrinsecus concava, quae latiore basi exorta medio derepenter adeo attenuantur, ut angustissima lamina assurgant, et in ipso vertice os interparietale accedant. Suturis tantummodo squamosis cum aliis ossibus junguntur, ita ut mobilem fere situm inter occipitis os et frontis occupantia deorsum latiore baseos parte, alae sphenoidei ossis majori superstrata sint. Affirmat quidem illustr. *Cuvier* (*) ossa parietalia tenera jam aetate finitimis ossibus confluere, at in nostri delphini cranio, rem hujusmodi sese habere, non observavimus, etiamsi ex aliis ejus ossibus inter se invicem conflatis concluderemus, ossa parietalia tardius, quam alia confluere, praesertim cum adeo mobilia sint, ut vix aliqua vi externa iis illata e suo loco deciderent.

Alia deinde ossa mollibus partibus et tendinosis et musculosis a finitimis sejuncta, ita ut de suturis nullus sermo esse possit, *ossa temporum* sistunt, proprio omnino modo in delphino, veluti in omnibus cetaceis elaborata, ut in iis primariam fabricam imumque evolutionis gradum animadvertere liceat. Partes scilicet, ex quibus tenera aetate confluunt, hic maxime perspicuae sunt; auctore expertiss. *Bojano* (**) ea quidem componuntur ex *osse petroso*, *tympanico* (vel annulo tympani), et *squamoso* (vel quadrato); quorum omnium interpretationem quantopere recta naturaeque consentanea sit, non habemus, quod repetamus, cum omnia haecce eximia animi perspicuitate ab eo exposita sint. Quam vero nunc adgredi in

(*) *Cuvier* l. c. p. 19.
(**) *Isis* l. c. p. 1146.

animo est ossium descriptionem delphini, rei ipsi inservire posset, ut magis confirmetur, ne ullus dubitet, quin vera naturaeque congrua sit, cum animal tenerae aetatis ob ancipitem vitam aquatilem, intermediam prorsus evolutionem exhibeat, quid quod potissimum fabricae partium quarunlibet exponendae aptissimum sit. Ut situm ossium temporum antea exponamus, ea a latere cranii utrumque inter os occipitis, sphenoideum et parietale foveam satis amplam licet non penitus replent, iis per tendinosas et musculosas partes annexa. Antica nimirum et postica parte inter os petrosum et alam ossis sphenoidei majorem et arcum ossis occipitis apertura remanet, quae dura meninge obducta molles partes superpositas exhibuit. Os autem squamosum omnino non inservit cavo cranii occludendo, quod tantum ossi petroso supersratum est, adeo ut basin ossis parietalis obtegat, neutiquam cavum cranii aggrediatur, quae quidem fabrica *Cuviero* teste in ruminantibus tenerae aetatis animalibus locum habet.

Os tympanicum infimum occupat locum veramque efficit bullam vel laminam osseam, circa se ipsam revolutam, cujus crassior pars intus vergit, margine praedita rotundata, exterior vero tenuior margine irregulari insignis membranam tympani intra duos processus recipit; confluit enim cum osse petroso, posteriore margine et tenui processu anterioris marginis. Omnis facies externa superposita est laterali parti deflexae baseos ossis occipitis, interna autem proclivitati ossis sphenoidei corporis. *Os* autem *petrosum* externo jam margine cum tympanico confluit, ita ut hic una eademque massa esse videatur, licet tenerae sit aetatis animal; sed ne mirum sit, propterea, quod ossa temporum ea sunt, quae omnium fere prima confluant. Internam dein partem concha peculiaris fabricae sibi vindicat, cum excellens magnitudine maxime quidem evoluta, spiralem exhibeat lineam in eadem planitie situm, una tantum cum dimidia ambage facta; et canales ipsi semicirculares adeo exigui sunt, ut extrinsecus aegre percipiantur: aquaeductus vero uterque labyrinthi adeo magno ore in cranii cavum hiat, ut primo intuitu in conspectum veniat. Quod denique *os*

squamosum spectat, id maximopere primariam avium ossis quadrati formam accedere patet, cum triangulum fere corpus sistat, cujus vero processus duo in anticam et posticam partem, tertius paullo altius sursum ad processum temporalem ossis frontis oblique adsurgit, iis et alam majorem sphenoidei et arcum occipitis ossis accedentibus. Ad basin tertii processus fovea articularis animadvertitur, cujus ope maxilla inferior ei jungitur, quare etiam maxime patet, eum esse merum processum articularem, ex quo vix ac ne vix quidem pars ipsa squamosa emergit, ita ut tenuis tantum lamina ad interiorem faciem baseos processus articularis palam fiat, quae amplius vixdum evolvitur. In aliis vero mammalibus adeo sensim excellit evolutione, ut magnitudine summopere processum articularem superet, quocirca proprium os haberi solet, licet tenera aetate nec non in animalibus exiguae evolutionis gradus semper pars sit secundaria, ex ipso articulari processu evolvenda.

Neque minus dein *ossa frontis* fabrica eminent magnoque excellunt ambitu; sunt enim osse occipitis excepto maxima cranii ossa, ejusque partem anticam occupant. Media fronte se invicem appropinquant, sed non tota longitudine, cum supra et infra inter se spatium obtusangulum derelinquant, illis scilicet ossibus interparietalibus intromissis, hic autem fonticulo, de quo jam diximus, obveniente, cujus quidem locum in aliis mammalibus os ethmoideum occupare solet. Quod cum delphino penitus deest, una cum aliis organorum olfactus, quin nervorum olfactoriorum vestigiis, non possumus, quin ei penitus sensum huncce denegemus; neque mirum, nam inter omnes constat, in ipsa aqua sensum odoris locum habere non posse; quapropter auctore cel. *Caro* (*) piscibus nullam odorum perceptionem, quin potius facultatem sagiendi in distans [Witterungsvermögen in die Ferne,] adscriberemus. Constat pariter, animalia supre-

(*) *Carus*, Zootomie. Dresden.

ma, si in aqua vel terrae gremio vitam degunt, luci erepta, parum evoluta vel abolita sensuum quorundam organa prae se ferre, ut de mure typhlo cuiquam notum est, inter quorum igitur numerum delphinus ponendus. — Cum ab osse frontis tectum orbitae formandum est, magnum iter ad eam usque conficere animadvertimus, in toto suo ambitu ab osse maxillae superioris superstratum; qui alias enim regnare solet ordo, ossium situm spectans, penitus perversus est, illo tantum in annectendis iis dominante, illaeso, quare alter alteri cedat necesse est. A maxilla superiore penitus fere obtectum os frontis vix laminam angustissimam orbicularem utrumque ad marginem illius emittit, cujus ope in parte postica os parietale et interparietale finitima ossa sibi vindicat.

Quo vero loco ossa frontis in media parte se invicem approximata adparent, *ossa nasi*, inter ea posita, demonstrant illum fonticulum, ad faciem spiraculi posteriorem. Haec quidem figuram irregulariter oblongam prae se ferunt, et in cranio delphidis adeo cum finitimis ossibus confluxerunt, ut nusquam nec intus nec extus limites eorum videre liceat, quapropter nihil obfactus organo conferre possent.

Superest, ut de nonnullis ossis frontis processubus loquamur; latiorem illum ad alam majorem ossis sphenoidei ad partem posticam et internam descendentem, jam commemoravimus; eadem deinde directione licet extrinsecus processum orbitae temporalem conspicimus, qui cum processu zygomatico ossis squamosi adeo intimum consortium iniit, ut in cranio delphidis penitus cum eo confluueret, quamquam in delphino tenerae aetatis eum nondum penitus attigerat. Tertius autem multo major et fortior anticam partem spectat, infra os maxillare superius extensus, superiorem orbitae partem vel tectum format. Anteriori margini hujus processus adhaeret sutura diremtum utrinque *os lacrymale* latiore basi canaliculata, quacum processum recipit, in anticam partem dum extenditur, derepenter processum styloideum tenuissimum, satis longum a se in posticam demittit, adeo

ut ab interiore latere et inferiore orbita ab eo osse circumscribatur et formetur; os vero totum cartilaginosis partibus et musculosis situ suo tenetur.

Jam ad ipsa igitur *faciei ossa* pervenimus, quorum potissimum *os maxillare superius* excellit, quod utrumque una cum osse intermaxillari in rostrum planum et latius transit. Exoritur vero ambitu lato lamelliformi, adeo tenui, ut transpareat; quo sub ipso exordio, ut supra monuimus, ossa frontis obtegit; tunc angustatum inter orbitam et os intermaxillare utrumque derepenter descendit in attenuatam maxillam superiorem, in cujus margine externo sulcus longus, parvulis, conicis, applanatis dentibus numerosissimis stipatus conspicitur. Trans spiraculum eique superposita ab osse maxillari ossa nasi includuntur; at citra id per totum ejus decursum vergunt in maxilla ipsa *ossa intermaxillaria*, quae scilicet ab ipso spiraculo exorta inter ossa maxillaria superiori loco, toto ambitu adparent, cum contra infra vix in media ea emergant, vel potius ad apicem propius; nam inter ea hic angusta pars longior maxillae superioris surgit, quod quidem in cetaceis fere omnibus locum habere dicitur. (*) Os intermaxillare delphidis cum maxilla superiore penitus conflatum, paullo altius ad spiraculum adscendit, ita ut id etiam a lateribus ipsis circumscribat.

Duo demum ossa faciei nobis supersunt, *os palatinum* scilicet ipseque *vomer*, quorum jam situs maximopere memorabilis est, cum ossa palatina ante vomerem conspiciantur. Vomer nempe e duabus laminis ad margines quidem coalitis adeo constructus est, ut cum cavitate intra laminas rostrum sphenoidei corporis recipiat, illis hoc loco distantibus; tunc vero adsurgens ipsum septum spiraculi efficit. Adsurgens igitur vomer extenditur utrinque in laminam quadrangulam, et ad ossa processusque pterygoideos a latere accedentem, et processum ensiformem facie anteriore obtegentem; tunc vero spiraculi parietem posteriorem format et ad fonticulum usque inter

(*) G. *Fischer*, üb. d. Intermaxillarknochen b. d. vierfüßigen Thieren.

ossa frontis emergit. Anterior denique pars spiraculi ab osse palatino efficitur, margini posteriori maxillae superioris apposito, quod cum basi plana apicem versus attenuata exortum in suo decursu sensim ampliatur.

Sunt igitur haec potissimum ossa, quae cum vomere spiraculum osseum in duos meatus divisum constituunt; superiore enim loco ossa, quae accedunt, vix ad id efformandum quaedam conferunt; ossa scilicet nasi, maxillare os superius nec non intermaxillare non possunt contemplari ossa illud constituentia, cum vix marginem ejus superiorem conscribant.

Inferiorem quae attinent *maxillam*, peculiari ejus forma excepta, vix quaedam haberemus, quae de ea commemoremus. E duabus partibus conflata apicem versus jam confusa erat, et recta linea ambitu postrorsum semper augebatur, ita ut processus condyloideus et coronoideus vix ex ea emergerent. Tenuem laminam refert, quam mediam magnus et amplus canalis percurrit. Processus coronoideus parvulus in anticam partem et externam, condyloideus vero crassior recta directione in posticam vergebat; isque superiori maxillae parti posteriori insertus, cum hocce deorsum in latam laminam tenuissimam descenderet. Dentes etiam ei numerosissimi.

Cranio igitur paucis commemorato, ut quaedam de ipsa *columna vertebrali* dicamus, superest. Haec ter longitudine cranium superans septem vertebras colli, quatuordecim dorsi et quadraginta quinque lumbares, sacrales et caudales, inter se invicem non rite distinguendas exhibuit; intelleximus quidem ex *Cuvieri*, accuratissimi observatoris cumputatione (*), vertebrarum colli numerum in delphino phocaena nec non delphide ad tredecim (**), lumbarium vero, sacralium et caudalium simul ad sexaginta sex definitum fuisse; del-

(*) *Cuvier* l. c. I. p. 137.

(**) *Cuvier* l. c. *Oken* Nat. Gesch. II. p. 682.

phinus autem, de quo agimus, tenerae quidem aetatis accuratissima harum omnium computatione habita haud amplius quam quadraginta quinque exhibuit; veluti iste numerus minor in nostro specimine, sic alter vertebrarum dorsi illum una vertebra antecellebat; nam aderant etiam quotuordecim costae, quare tantus evasit illarum numerus. Formam quod spectat omnium, vertebrae primum dorsi adeo inter se confluebant, primaque excepta adeo tenues et parum evolutae erant, ut vix ac ne vix quidem septenum numerum earum colligere liceret; atlas scilicet omnium maximus, latissima facie anteriore excavatus, fovea satis conspicua condylum utrumque occipitalem excepit, supra vero arcus ejus in partem latam horizontalem abiens alias omnes tecti instar obtegit. Hae laminas osseas tenuissimas vix perspicuas, confusas inter se, exhibuerunt. — Primae deinde vertebrae dorsi corpus tenue, laminam referens, arcu quidem ampliore, magis conspicuo primae costae inserendae adoptato gaudebat. Arcus cujusque vertebrae e duabus partibus conflatus laminam dextram et sinistram exhibuit, quae sursum in angulum excurrentes cartilagineum tantummodo processum spinosum, veluti inferior earum margo processubus articularibus exceptis cartilagineum processum transversum ostendit. Cartilagini intercostali cuiquam affixus erat utrinque discus osseus tenuis cum binarum vertebrarum corpore confluens, non solum in dorsi vertebris, sed etiam in aliis omnibus; in posterum procul dubio harum corporis, quocum ex toto forsitan confluat, ambitum auget.

Quae dein sequuntur vertebrae lumbares primum magnitudine crescunt, tunc autem caudam versus denuo decrescunt, postremis nimirum minimis depressis unam alteramve vix lineam in latitudine superantibus. Satis memorabile est, margini inferiori vertebrarum lumbarium, a quinta decima incipientes, arcus insidere, eorum ad modum, quos supra vertebras conspeximus, postremis solis exceptis caudalibus; sed arcus illi superiorum instar fabricati nullis gaudent processubus et a se invicem distant, quare et superioribus

arcubus a se invicem amotis processus et ipsi articulares desunt, ne de transversis et spinosis loquamur, cartilagineis relictis.

Quaedam demum ab extremitatibus commemoranda supersunt. *Scapula* sursum et postrorsum in marginem semicircularem abiens ambitu gaudet satis magno; post marginem concavum anteriorem spina statim prosilit, in processum latiorem obtusum abiens. Condylus scapulae cavitatem glenoideam exhibens angulo insidet haud parum procurrenti ab anteriore et inferiore margine formato. *Clavicula* deest.

Sternum autem ex tribus componitur ossibus, quorum maximum supremum vel anticum formam habet fere semilunarem, ita ut concava facies antrorsum spectet; et in margine antico medio et postico striatura animadvertitur, quae priorem forsitan disjunctionem indicat. Posteriora duo ei annexa ossicula latere convexo se invicem spectant. — Primae quinque *costae* normalis solitaeque formae cartilaginum ope costalium sterno adnectuntur; reliquae spuriae nominandae.

Cum posteriores desint extremitates, de anterioribus solummodo quaedam proferenda.

Brachium planum est os, sed crassius et breviusculum, supra multo angustius, infra latius; caput ejus cavitatem scapulae glenoidealem intrat.

Ulna porro multo latior est *radio*, quem ter fere latitudine superat, haudquaquam vero longitudine, quae utriusque eadem est; alter ad alterum positus, cartilagine solo dirimitur; uterque planum refert os vel depressum. Ulna supra latior quam infra; radius utrinque latior quam in media parte. Capitibus utriusque ossis disci insident ossei vel capitula, quae vero similiter in posterum cum iis confluunt, quod quidem etiam in brachii osse observare licuit.

Carpi ossium duae adsunt series, in qualibet ossicula tria (*) invicem situ alternantia, ita ut medium superioris seriei, et dein anticum maximum sit.

Quae ipsam denique pinnam constituunt, ossicula *metacarpi* ipsaeque *phalanges* sunt, aliorum instar plana plerumque longiora quam latiora; prima vix aderant vestigia ossea phalangum; quapropter earum numerum rite definire non contigit.

Peculiarem, quam modo exposuimus fabricam ossium et cranii et vertebralis columnae cum extremis partibus organa interna *pectoris* et *abdominis* magis magisque confirmant, quae scilicet alia memoratu dignissima demonstrant.

Organa igitur pectoris ea *circulationis* et *respirationis* spectant. Ut horum fabricam primo loco exponamus, *pulmo* uterque ejusdem fere magnitudinis est, quod nimirum de universa forma locum habet; dexter quidem parum amplius sursum extenditur, quam sinister, sed eo multo minus abdominis cavitatem adgreditur. Utriusque forma fere haec est, ut pars, quae diaphragma spectat, excavata appareat, quae vero costas et vertebras dorsi vergit convexa. Dextro apicem versus parumper inciso, hic aeque ac sinister ex toto indivisus, ne incisus quidem est. Constipato ac solido fere parenchymate uterque gaudet, fabricam hepatis fere accedente, sed forsitan ex spiritu vini, in quo delphinus adeo longum asservatus erat, parenchyma pulmonum condensatum est; nihilo vero minus negari non posset, delphini pulmones et ob vitam in aqua et ob teneram ejus aetatem minus cellulosam fabricam, ad solidam potius spectantem prae se ferre posse.

Peculiari deinde figura *cor* gaudet, latiore fere quam longiore, saltem eadem latitudine quam longitudine; ob formam compressam longe abest a rotunda. Situs ejus pericardio inclusi in ipso medio

(*) *Cuvier* l. c. p. 275. duo observavit in secunda serie.

inter utrumque pulmonem obliquus fere est, et potius dextrum pectoris latus quam sinistrum spectans; basis a dextro sinistrorsum vergit, sed ita ut totus dexter ventriculus cum ipsius sinistri apice dextrorsum spectet, cum tantum ventriculus sinister minor dextrum latus occupet, neque id totum. Apex solummodo diaphragma adgreditur eique pericardii ope adnectitur. Veluti dexter cordis ventriculus parum major est sinistro, sic iste parum crassior (1) est illo, licet fortiores papillares musculos contineat. — Auriculae cordis et atria satis ampla erant proportione totius cordis, fortibusque musculosis parietibus instructae. Foramen ovale septi atriorum in specimine nostro adhuc maximopere pervium, summa erat attentione dignum, cum ossa nonnulla cranii, ut os sphenoideum cum eo occipitis, os petrosum cum tympanico, intermaxillare cum superiore maxilla ex parte jam confusa erant, qua ex re patere videtur, foramen ovale et post partum longum tempus in pullo hiare. Neque tamen in adultis delphinis desunt exempla, quae probent, id veluti ductum arteriosum Botalli clausum inventum esse, ut ex observationibus virorum expertissimorum, *Cuvieri* (2), *Bartholini* (3), *Majoris* (4), nec non *Albersii* (5) patet. Sed nihilominus exempla non desunt, quae et in aliis cetaceis ovale foramen cum ductu arterioso pervium probaverint, ut in phoca vitulina illustr. viri *Portal* (6), *Perault* (7), *Steller* (8), qui et ipse nec unquam in phoca jubata et ursina id foramen aliter nisi pervium observavit. Alii autem contra id om-

---

(1) *Cuvier* l. c. IV. p. 47. Parietis dextri cordis ventriculi crassitudinem ad sinistrum veluti 1 : 2 habet, ex specimine nostro vix proportio 1 : 1½ adscenderet.

(2) *Cuvier* l. c.

(3) Hist. anat. cent. II. p. 25.

(4) Ephem. nat. cur. D. II. an. III. p. 28.

(5) Beyträge zur vergl. Anat. p. 10.

(6) Mém. de l'Acad. des sc. 1770. p. 414.

(7) Mém. pour servir à l'Hist. des anim. I. p. 196.

(8) Novi comment. Petropol. II. p. 343.

nino clausum invenerunt, ut prae aliis ex illustr. *Meckelii* (*) observationibus tribus satis luculenter patet. Major tamen observationum pars nostrae, quam modo attulimus, favet, quare concludere in animo esset, ovale foramen in aetate jam provectiore cetaceorum posse pervium esse, et circuitum sanguinis non tantopere per id orificium, quantopere per illud venosum ventriculi dextri locum habere; nam in nostro tenerae aetatis delphino ovale foramen conspeximus valvula instructum, adeo in atrium sinistrum introspectante, ut ea margini superiori ejusdem inserta omnem sanguinis affluxum ex dextro atrio in sinistrum magnopere debuerit coërcere. Sanguinem in nostro autem delphino adhuc ex parte per ovale foramen iter fecisse, ex pervio ductu arterioso nec minus perspicue patere videtur, licet is ut statim commemorabimus, evanescere jam inceperit. Quo scilicet loco aorta descendens in abdominis cavum deflectebatur, hic occurrebat; arteria pulmonalis sub exordio ex atrio sinistro amplissima erat satisque muscularis, quae haud prius quam in pulmonem deflectens ductum arteriosum deorsum in aortam demisit; parietes hujus quidem ductus musculares erant, at tela cellulosa adeo stipati, ut ipsi ad volumen ductus nimis fortes clarius demonstrarent, eum jam claudi coepisse. Nihilominus vero sanguis hunc permeare potuit, sicuti per ipsum foramen ovale, sed circuitus per orificium venosum ventriculi dextri procul dubio multo major erat, quapropter vita incolumi in aetate jam profectiore uterque circuitus, altero nempe alterum dominante, locum habere potest.

Antequam ad alia transeamus organa, non possumus, quin paucis tantummodo commemoremus, peculiarem penitus distributionem vasorum arteriosorum ex arcu aortae emergentium; duo scilicet adsunt trunci anonymi, ex quorum quolibet subclavia et carotis sui lateris exoritur, rarissimum quidem in mammalibus exemplum normalis fabricae, cum eadem vasorum distributio licet abnormis se-

(*) *Cuvier* vergl. Anat. IV. p. 37., in nota, a *Meckelio* addita, quo loco plures alii auctores citati sunt.

mel in talpa europaea observare contigit illustr. *Cuviero* (*), cui delphini phocaenae exempla ejusmodi neutiquam deerant.

Pulmonibus deinde egreditur *aspera arteria*, quae ex duabus bronchiis e medio pulmone utroque dorsum versus provenit, modoque ramus uterque in unum confluens, ipsam constituit asperam arteriam extra pulmonum ambitum, quam hic demum e supremo pulmone dextro tertius ramus accedit. Ex integris annulis sibi invicem approximatis conflata, avium fabricam spectat, quarum transitum ad infimos cetaceorum ordines in internis tantum organis quaerendum magis magisque confirmat.

Supremae asperae arteriae parti *larynx* insidet, cujus cartilago thyreoidea cornubus posterioribus longissimis et latioribus, brevissimis autem anterioribus insignis, nec non cartilago cricoidea multo ea angustior antice concava ante oesophagum solitum occupant locum. Quemnam autem cartilagines arytaenoideae cum epiglottide? Constituunt hae scilicet glottidem et fistulae instar parietes oesophagi perforantes, in hujus superiore parte in conspectum veniunt, et ita quidem, ut ab oesophago circa fistulam plica circularis, laquei instar, formetur, quae tunc revolvitur et in cavum expanditur, in quo glottis conspicitur, illi fistulae superstructa. Ampliatum vero cavum ex ipso oesophagi pariete superiore extus revoluto formatum sensim in anticam partem attenuatur et veli palatini instar ipsas nares intrat, quo locorum per septum earum in duos dividitur canales, qui sursum demum in unum confluunt, ut delphini *spiraculum* constituant. Fabrica omnium partium istarum ab ea aliorum mammalium summopere nimirum discrepat, propterea quod delphinus naribus utitur, non ad adorandum, sed ad aquam ex ore cum cibis nimia copia receptam rejiciendam. Redeamus nunc demum ad cartilagines arytaenoideas; oblongiores nempe hae extremis partibus sursum in acu-

(*) *Cuvier* l. c. IV. p. 699.

tum angulum connectuntur, summae illi fistulae insidentes et ante se analogon vel rudimentum illud epiglottidis vixdum evolutae collocatum patefaciunt; quod torulum rotundatum efficiens nullo modo usum epiglottidis nec compensare valet, nec suppleat opus est, glottide non in ipsum oesophagum hiante. Cum vero omnia rimae glottidis ligamenta desint, eaque ipsa a vera epiglottide ut opus esset, et tegi et claudi non possit, haudquaquam huic animali marino vox adesse potest.

Tunica potissimum interna oesophagi, quae revoluta in cavum illud fistulae progreditur, vario modo mutatur; maxime quidem muscularis sub exordio est, fibras et longitudinales et circulares ostendens, tunicae oesophagi muscularis continuatas; tunc in ipso autem cavo ampliato circa fistulam (*) multae glandulae muciparae obveniunt, laticem mucosum perplurimis orificiis excernentes, quibus ipsa facies interna reticularis adparet. Antrorsum deinde vergens orificia glandularum minus conspicua sensim penitus evanescunt, ac in ipsis naribus tunica alia omnino occurrit, arida, tenuis, nigri coloris, omnibus glandulis muciparis orbata, quare insensibilis adversus aquam salsam marinam neque magis olfactui adaptata esse potest. In ipsis naribus ductus ille, ut antea diximus, septo vomeris in duos dirimitur canales vel meatus, qui supra vomerem confluentes unico spiraculo substrati sunt. Quod quidem sub exordio rima est semicircularis a valvula verticali antrorsum concava claudenda; qua vero spiraculum extus emergit semicircularis quidem formae est, postrorsum vero concavae. Ejus denique cavum per rimam altera valvula claudendam in duas satis amplas cavitates ducit, illi antepositas supra os intermaxillare. Eae septo membranaceo disjunctae sacculos ovales constituunt maximopere plicatos; nulla vel exigua aqua in iis praesente plicatae adparent cavitates, quae multa ea recepta adeo explicari possunt, ut a magnitudine juglandis ad eam poculi perve-

(*) *Cuvier* l. c. II. p. 657. eam pyramidi comparat, sed perperam.

niant. Plicae et ipsae aeque ac spiraculum omne tunica illa nigerrima arida obducuntur. Ipsum jam animalis respirandi mechanismum paucis exponamus necesse est. Si delphinus aquam nimia copia assumptam per spiraculum ejicere vult, linguae ope eam hucusque deglutit, quo larynx oesophagum perforans ex eo emergit; haecce ejus pars contrahitur, quo aqua non ventriculum ipsum adire potest, sed per aperturam circa laryngem cavitatem superstructam aggreditur; larynge ipso plicae circularis ope coarctato aqua nares ipsas intrat, contractionibus semper fortioribus tunicae ductus istius muscularis. Affluxu aquae valvula tollitur, spiraculum claudens, et per rimam alterius valvulae amotae antrorsum in cavitates plicatas pervenit, ipsi spiraculo antepositas. In iis copia aquae sensim nimis accumulata denuo per rimam hujus valvulae amotae in spiraculum redit, et priore valvula viam in laryngem occludente, vi et insigni musculorum actione eas comprimentium externo spiraculi orificio ejicitur. Numerosi certe et fortissimi quidem musculi omnem huncce apparatum ab exteriore latere obruunt, ita ut eorum vi aqua saepius ad plurium pedum altitudinem ejici possit.

Quod demum *organa abdominis* spectat, et *assimilationis* et *generationis*, nonnulla haud minoris momenti circa eorum fabricam commemoranda. Sunt supra jam exposuimus, oesophagum a larynge perforatum in duos meatus in hoc scilicet loco divisum, tum vero veluti antea simplicem exhiberi, eumque paulopost pervio orificio, nulla igitur cardiae constrictione occurente, in *ventriculum* abire, qui maxime memorabilis saepius illi ruminantium, sed perperam comparatus (*) est. Quatuor quidem ex partibus constat, sed singuli ventriculi nullam prae se ferunt similitudinem cum illo ruminantium; primum nempe et secundum, veluti tertium et quartum sibi invicem adeo similes invenimus, ut hoc nec ullo modo in ru-

(*) *Cuvier* l. c. III. p. 411. Etiamsi optimam dederit descriptionem, neutiquam delphini ventriculum ad modum illius ruminantium fabricatum esse judicaremus.

minantium ventriculo obvenit; quare in delphino quatuor ventriculi ex divisione potius externa, quam ex propria cujusvis fabrica peculiari, veluti in ruminantibus repetendi. Primus scilicet ventriculus, amplissimus omnium, refert utriculum, qui collo latiore exortus modo in coecam basin exit; deinde subito dilatatus, orificium ejus, quocum in secundum hiat, sub ipsa cardia ad dextram partem incipit. Fibris circularibus exceptis strata musculorum magnas fibras longitudinales formant, quae in interna tunica ventriculi rugarum vel plicarum sub forma frequentissime obveniunt, praecipueque circa orificium stipatae orbiculum rugosum constituunt, in cujus medio hoc secundum adgreditur ventriculum. Angustum hujus orificium modo in saccum coecum abit, medio praesertim latiorem, paullo supra basin dextrorsum orificium in tertium ventriculum, cum priore igitur alternans demonstrantem. Fabrica musculari insigni gaudet, quin plicis muscularibus intus emergentibus fortioribus quam primus ventriculus, quo vix minor est; nec non alias ei aequiponendus. Tertius dein ventriculus multo longior, sed et angustior et tenuior jam intestinum quoad fabricam refert; orificium ejus inter priores plicas longitudinales, incipit; primo tenuem offert tunicam, in canalem conjunctam, intime basi secundi ventriculi coalitam; tunc demum infra ab eo sejunctus sursum adscendit, denuo deflectitur et parumper adsurgens modo per torulum muscularem angustatum in quartum abit ventriculum, ita ut dimidio fere secundi longitudinem superet, sed quoad longitudinem haudquaquam ei comparari possit. Tenuis ejus tunica nullis rugis gaudet, at intus laevissimus maximam latitudinem exhibet, qua ex secundo oritur ventriculo. Quartus denique re vera appendix tertii appellandus; vix longior quam latior, ita ut jam intestini duodeni pars haberi possit, nisi crassitudine eum superaret; fabrica enim ejus aeque ac tertii eadem est cum duodeno. Qua vero cum eo communicat, valvula nulla praesente, hiat in hoc sicuti oesophagus in primum ventriculum; nihilominus tamen orificium ejus multo arctius est. *Duodenum* denique tenuibus tunicis instructum pari ambitu ad rectum usque intestinum, perpluribus

curvaturis factis, descendit, ita ut teste *Cuviero* (*) longitudo animalis proportionem veluti 1 : 11. exhibeat. Dense stipatis villis obsita tunica intima 4 — 5 plicas longitudinales latas efficit, quae extremam intestini partem versus numerosiores et irregulariores evadunt; tunica haec crassior quidem est, sed villis omnino fere destituta.

Hepar vix peculiaris aliquid offert: lobi duo majores simplicissimi; vix in alterutro supra sulcus animadvertitur, qui lobulum tertium conscriberet, si profundior esset.

Renes contra multo insignioris sunt fabricae; racemosi scilicet ex pluribus renculis variae multangulae formae conflati catervatim alter alteri adnexi sunt, et sensim majores semper racemos componunt; singulorum autem renculorum numeros ad ducentos accedere dicitur. Quisque renculus e massa corticali et medullari conflatus proprio gaudet calice renali, quem una alterave papilla renalis intrat. E singulis calicibus ductus descendnnt et in pelvem communicant, pluribus renculis communem, donec majorem sensim pelvim pluribus renculorum racemis adnexam intrant, et demum in ureterem abeunt, qui singulas pelves colligit, et in *vesicam urinariam* deducit. Haecce vero densissimae muscularis structurae oblonga est ac utrinque attenuata quatuor digitorum fere longitudinis, unius vixdum latitudinis. Obtusum apicem ureteres intrant, ipsaque dein vesica cum altera parte extrema supra intestinum rectum, et infra ductus deferentes mediam prostatam aggreditur et in urethram abit. Cavum vesicae satis angustum est, sed verosimiliter ob muscularem ejus structuram amplius extendi potest.

Testes oblonga sunt corpora, minora autem *epididymidibus*, quae utrumque testem a latere circumambire videntur, ita ut partes extremas testium ipsas adeant. Testis cum epididymide ligamenti ope albescentis, corporis sic dicti Highmori adnectitur, a tunica al-

(*) *Cuvier* l. c. III. p. 459.

buginea tecti. Ex inferiore epididymidis parte *ductus deferens* evolvitur, sub exordio majores et numerosiores ambages exhibens, quam exitum versus, quo paucioribus ambagibus gaudens rectus potius mediam intrat prostatam, supra intestinum rectum et infra vesicam urinariam.

Prostata autem glandula est satis magnae amplitudinis, quae basin potissimum bulbi cavernosi penis circumdat; ad latera ejus duo ossicula longiora, intus versa facie concava, conspiciuntur, quae rudimenta pelvis constituunt, cum non solum prostata, verum etiam maxima musculorum strata, varii penis musculi, iis inseruntur. Referunt certe ossa ischii, quae in rudioribus elementis hic occurrunt. Ipse denique *penis* peculiaris fabricae est; sub ejus exordio statim a latere sinistro dextrorsum circumvolvitur et deinde descendens antrorsum vergit, sensim attenuatus. Intus penis os exhibuit cartilagineae adhuc et mollioris structurae; non ex toto teres est, sed facie inferiore sulcus adparet, in quo urethra decurrit. Glans basi parum intumescit, at modo in apicem tenuem et longum abit, quem urethra oblique perforat.

OBSERVATIONES NONNULLAE CIRCA FABRICAM PHYSALIAE.

AUCTORE

Dre. E. EICHWALD.

Conventui exhibuit die 11. Dec. 1822.

Physaliae cum affinibus rhizophysis, physsophoris, velellis, porpitis *radiatorum* animalium classi, ejusque quidem infimo ordini *malacodermorum*, pertinent, quorum multa, si de fabrica sermo est, superant; supremum ordinem *echinoderma*, asteriae, echini tenent.

Cum haec polypis, stirpe calcarea praeditis, respondeant, malacoderma infimi instar ordinis cujusque classis animalium non vertebratorum infusoria sistant necesse est, ita ut ea haud sine jure infusoria cum corporis forma magis evoluta dici possint; quare non habemus, quod pluribus ostendamus, animalia haec gelatinosa, polypis ipsis intermediis, adeo arcte infusoriis jungi, ut nec ullus animalium ordo iis sit propior vel affinior.

Ne de cysticis, classis entozoorum infimis, veris infusoriis, generatione spontanea exoriundis, dicamus, in superiore jam ostracodermorum classe pyrosoma, salpam, botryllum pluraque alia infimum ordinem tenere animadvertimus, quorum pleraque gelatinosae moli aggregatim insidentia infusoriis summopere respondent; quantum vero hic infimus eorum ordo ab illo acephalorum, gasteropodum, vel a veris mollibus, sepiis discrepat?

Eadem scilicet ratio in articulatis animalibus pari modo occurrit; nam acarorum ordo infusoria arachnidarum, aptera ea insectorum, branchiopoda ea crustaceorum appellanda. Talia vero infusoria, in altiore animalium classe repetita, altioris nimirum fabricae socia majore utplurimum partium omnium evolutione vera infusoria antecellunt.

Quocirca malacoderma, licet infusoriis adeo finitima, plurium organorum magis evolutorum fabrica peculiari ea superent necesse est.

At *physaliae* nulla ratione infimum malacodermorum gradum tenent, neque tamen supremum, licet huic magis finitimae sint. Optimum scilicet transitum alterius generis ad alterum parant, et mutuis affinitatibus genera satis aliena conjungunt, quapropter earum fabrica, quae hucusque (*) vixdum innotuit, summo studio persequenda. Optimi quidem fructus ex disquisitione physaliarum viventium vel recens servatarum colligendi: parvulam tamen, quam equidem messem facere potui, licet in speciminibus in spiritu vini diu servatis, publico examini subjicere in animo est; nam unam alteramve observationem facere mihi fortasse contigit, quae priores aut confirmaret aut refelleret.

E vesica componitur *physalia* oblonga, quae ex variis motibus animalis formam maxime variam assumere potest; aëre repleta

(*) Ne de veteribus observatoribus, fabricam physaliarum utplurimum parvi facientibus dicamus, ii tantum commemorandi, qui novissimis temporibus earum studium excitarunt:

Bosc, histoire naturelle des vers. Paris, an X.

Tilesius, naturhist. Früchte der ersten Kaiserlichen Russischen Erdumseglung. Petersb. 1813, mit Kupfern.

Lamarck, histoire naturelle des animaux sans vertèbres Paris. 1815.

Cuvier, regne animal, Paris 1817.

Péron, voyage aux terres australes. Atlas par Mr. *Lesueur*. Paris.

Eysenhardt, Verhandlungen der Kaiserl. Leopold. Carolin. Akad. d. Naturforscher. Bonn. 1821. Band X. Tom. 2.

ad maris superficiem circumagitur, licet inferioris partis appendices et formae et longitudinis variae eam fundum versus trahant.

Si figuram vesicae respexeris, plures partes distinguendae sunt; *anticam* nimirum eam cognominemus, quae sensim attenuatur, quam cel. *Tilesius* minus recte rostrum appellavit; ejus apex ostio pertusus est, quod plerosque tamen observatores fugisse videtur, a nobis vero observatum in speciminibus et provectae aetatis et tenerae, magni faciendum in ratione dijudicanda, qua physaliae spiritubus ducendis vesicam aëre distentam vacuam reddant. Est scilicet unicum ostium, quod cavum vesicae intrat; de papillis quibusdam, quae perviae aliis visae sunt, posthac disseramus. *Postica* vesicae pars magis dilatata in fundum transit, quem appendices variae indolis, *tubuli* scilicet *suctorii*, (tentacula parva, *Okenio* germanice *Sauger*, *Tilesio Fänger* audiunt), et *funiculi proliferi*, (tentacula majora, cirrhi vel *Fühlfäden Tilesio* audiunt), majore quam alicubi copia obsident, iis nimirum totum vesicae marginem posticum inferiorem aeque ac superiorem occupantibus. In superiore vesicae margine nulla peculiaris conformatio obvenit; inter eum vero et inferiorem dextro latere, apice vesicae pervio sinistrum versus spectante, crista occurrit, quae vera branchia est; lata basi exorta e duabus laminis conflata in semicircularem partem sursum exit; tota autem branchia longitudinem vesicae tenet, extrema tamen utraque ejus parte ab illa non occupata, (v. Tab. XV. fig. 3.).

Marginem igitur inferiorem *appendices* tenent, quae insigni fabrica musculari excellentes organa et deglutitionis et generationis contemplandae. Illa scilicet ex *tubulis* (Tab. XV. fig. 3. *a*) consistunt, qui mirum in modum elongari et dilatari, apiceque in suctorium catillum expandi possunt, quo praedam succi corrodentis ope exsugunt, quare *tubuli suctorii* aptissime cognominantur, propterea quod tentaculorum denominatio maxime dubia non unius significationis est. Haec autem organa generationis ex *moniliformibus filis*

(Tab. XV. fig. 3. *b.*) sensim per medios gradus in *funiculos* dense *fimbratos* exeunt, ita vero ut alter ex altero exoriatur (Tab. XV. fig. 3. *c.*). Ejusdem tabulae *fig. 4.* funiculum moniliformem et *fig.* 5. fimbriatum summopere auctos offert; *fig.* 6. funiculum autem fimbriatum derepenter in moniliformem exeuntem, quo potissimum elucet, ex nimia dilatatione capitulorum approximatorum fimbrias funiculorum exoriri. Qui vero cum potissimum proli procreandae definiti sunt, *funiculos proliferos* (*) cognominare liceat, cum scilicet exorta prole eaque satis evoluta cum materno corpore adhuc continui disrumpere et pullo umbilicalis funiculi instar adhaerere videantur.

Seorsum tamen describendae *vesica* et *appendices* ejus.

Vesica, quam *externam* vocamus, *internam* minorem includit, ita tamen, ut haec cum illa in solo, quo ostium occurrit, apice cohaereat. Externa vesica hoc loco replicari et sui ipsius cavum intrare videtur; multo vero haec crassior est et densior, quam illa, quae tenuis et pellucidior est; quare alia potius vesica contemplanda esset, quae cum ea tantum ad ostium connectitur; hic scilicet annulus, sphincteris instar, densae fabricae cellulosae occurrit, qui ostium et dilatare et coarctare valet. Externae vesicae cavum non penitus ab interna repletur, inferiore enim et superiore parte ab ea spatium vacuum derelinquitur; illic fundum versus illa plicata apparet, densissima excellens fabrica cellulosa, ad ipsam tendinosam spectante; inter plicas foveae occurrunt et ostia, intus ore hiant saepenumero magno, inter plicatum utplurimum fundum sito; extus autem exeunt vel in *tendinosos pedunculos*, quibus funiculi proliferi insident vel in tubulos suctorios; massa scilicet injectionis ex cavo vesicae externae in appendices utriusque generis infertur. Haec ex pedunculis illis funiculos et moniliformes et fimbriatos aggreditur ipsas-

(*) Amiciss. *Eysenhardt* l. c. eos genitales appendices cognominat, tubuli vero suctorii etiam sunt appendices vesicae, et major mihi visa est analogia eorum cum funiculo umbilicali; prodeunt deinde ex *funiculis* moniliformibus.

que fimbrias replet, neque vero extus prodit nisi per tubulum proprium, cuique utplurimum funiculo prolifero adhaerentem, vel per tubulos, fundo vesicae ipsi adcretos, suctorios.

Jam ad *branchiam* describendam pervenimus. Surgit ea dextro vesicae latere e lata basi, ita ut triangularis formae cristam formet longitudinalem; transit in eam formandam ipsa externa vesica, quae tamen hac parte multo tenuior et granulis perpluribus adspersa exhibetur, licet in parvulis physaliis, quas habeo pullos, vix ab externae vesicae habitu differat, neque granulosa igitur adpareat. Continet branchia magna magnam vasorum copiam, eaque margine potissimum superiore, quod quidem ejus functionem magis confirmat. Intus ea septis pellucidis transversis iisque triangularibus sedecim circiter in plures loculos dirimitur, binis septis majoribus altero semper minore sejunctis. Margo eorum inferior vel basis libera est, ad vesicam internam conversa; laterales autem cum branchiae lateribus cohaerent. Lata sunt vasa branchialia, velut in medusis, quarum vasa majore ambitu et lumine excellunt. Superior branchiae margo magna copia parvulorum vasorum et maximorum ita cingitur, ut acuto angulo exorta bina laterales branchiae partes teneant, et maxima vasa latera triangulorum septorum circumlambant, qua cum branchia contigua sunt, cum iis exceptis basin cujusque septi alterum vas cum lateralibus communicans, circumeat. Alia dein vasa superiorem marginem branchiae aggrediuntur, interna, antea pluries dichotomice divisa. Haec vero ex interna vesica pellucida originem ita ducunt, ut bina vasa satis approximata ex hujus margine superiore exorta sursum adscendant, modo in duo dirimantur, quorum deinde quodque denuo in duo dividitur; quo facto bina eorum, unumquodque septum minus amplectentia superiorem branchiae marginem intrant, quam ob rem ea numerosis vasis abundat, quae ob insignem ambitum et fuscum colorem facili negotio cognoscuntur.

Internae vesicae pars postica numerosioribus vasis gaudere videtur; in ea albida macula rotunda occurrit, granulosa, quae branchiae aversa quodammodo porosa apparet, ita ut exinde aër ex interna vesica, qua vasorum branchialium ope secernitur, in externam pervenire verosimile videatur. Interna denique vesica tenuissimae fabricae natatoriae vesicae piscium ex toto respondere probabile est, ita ut et natando et spiritibus ducendis inserviat. Aëre intus accumulato vesica expanditur animalque ad superficiem aquarum circumagitur; contracta vero vesica aërem ex ostio attenuatae partis emitti non habemus, quod pluribus moneamus.

Haec igitur interna vesicae fabrica est. Omnem igitur physaliae natantis e superficie aquarum emergentem partem, totam scilicet vesicam, pneumatico apparatui cum cel. *Tilesio* (*) adscriberemus, nec in ea aliam functionem nisi illam aërem a branchia secretum servandi quaereremus.

In externa vesica duae commemorantur papillae, quae cel. *Tilesio* (**) teste fibris contractilibus circumdatae in extrema parte

---

(*) *Tilesius* l. c. p. 81.
Plures observatores afferunt, vesicam physaliae aliorumque affinium animalium aëre esse distentam, ut cel. *Lamarck* l. c. p. 480, de ea dicit, „si l'on marche dessus, lorsque cet animal est à terre, il se crève et rend un bruit semblable à celui d'une vessie de carpe, que l'on écrase avec le pied.“ Et alio loco p. 476 de physsophoris commemorat: „ils ont la faculté de chasser l'air de leur vessie terminale, lorsqu'ils veulent s'enfoncer dans les eaux, et ils peuvent la remplire d'air, dès qu'ils veulent flotter à la surface.
Chamisso (v. *Eysenhardt* l. c) affert, rhizophysam ex orificio cavi aëriferi bullas aëreas quandoque emittere; zona obscura, quam iridi comparat, respirationis organon, veram igitur branchiam sisteret, visicam vero natatoriam sphaera ipsa, orificio praedita.
Tilesius p. 49 l. c. An den kürzern senkrechten Adern des Kamms bemerkte ich vorzüglich viele Luftblasen, wenn sich das Thier umwaelzte, und mit dem Kamm unter Wasser tauchte.

(**) *Tilesius* l. c. p. 80. 89.
Oken l. c. p. 128 papillas pervias sese observasse affert, quod vix verosimile esse potest, nisi de aliis ostiis loquitur. Eodem etiam loco cit. ostium respira-

utraque situm occupare dicuntur; orificia earum licet ei non contigerit observare, tamen ea et adesse sibi habet persuasum et ex iis aërem ex vesica extus posse emitti. Sed mihi alio omnino modo visae sunt papillae, quae maculas potius rotundas obscure coloratas supra branchiam constituunt et numero quidem tres ita locatae sunt, ut duae ad lateralem vesicae partem, unaque intermedia altiore loco, trianguli irregularis instar dispositae animadvertantur. At perviae omnino non apparent; neque id requiritur, aërem extus emittendo, propterea quod ostium apicis vesicae eum ex hac educat oportet.

Quod dein *appendices* vesicae spectat, primum ne de varia earum forma loquamur, peculiaris fabrica muscularis commemoranda. Velut enim vesica fundum versus musculari fabrica vel si mavis tendinosa excellit, sic illa praesertim in *tubulis suctoriis* et *funiculis proliferis* occurrit; ex horum videlicet insigni contractione et dilatatione muscularem iis fabricam adesse jam concludendum est. Constat enim, tubulos suctorios, quibus physaliae nutrimentum captant, maxime attenuari et apicem versus in discum dilatatos expandi posse, pariter ac funiculi proliferi, vel capitulis pedunculatis vel fimbris instructi summo dilatationis gradu excellunt, ita ut a latiore taenia in tenuissima fila abeant; ex microscopica scilicet disquisitione (v. Tab. XV. fig. 4–6) patet, taeniam, quae dorsalem funiculorum partem constituit, longitudinalibus musculis gaudere, qui in iis dilatandis et coarctandis maximi sint ponderis necesse est. Quibus vero exceptis in fimbriis saepenumero crassis et capitulis funiculorum musculares fibrae transversales ac fortes obveniunt, quae dense plicatae marginem anticum funiculorum in crispas plicas undulatas convertunt. Ex variis his fibris, quae in funiculis transcissis fortes apparent, elucet, funiculos, capitulis saepenumero peduncalatis ornatos seu *monilifor-*

---

torium os suctorium habet, quod vero, ut infra monebimus, in tubulis suctoriis quaerendum est. Neque amiciss. *Eysenhardt* l. c. hoc ostium rite cognovisse vel dijudicasse videtur.

mes primum fimbriatorum gradum esse, ut ex intermediis funiculis, transitum mutuum confirmantibus aperte videre licuit. Moniliformes enim funiculi tenuissimum saepius ac longissimum filum offerunt, cui certis intervallis capitula breviter pedunculata insident, cum et filum et capitula forti musculari fabrica excellant.

Et in uno eodemque funiculo moniliformi saepenumero licuit observare, quod capitula illa seu noduli sibi invicem approximata modo tenuiora modoque latiora appareant et in tenues plicas crassioresve abeant, dum ipsum filum in taeniam expanditur eoque ipso crassiore et fortiore fabrica excellit. Tunc plicae ob nimiam contractionem dorsalis partis funiculi taeniaeformis in undulosam plicaturam transeunt, qua dein propria *fimbriata* conformatio exoritur; licet fortes et crassissimae eae fimbriae sint, breves tamen saepenumero permanent. In singulis passim funiculis transitus maxime singularis obvenit, cum ii fortissimis fimbriis ornati musculari fabrica crassissima excellentes derepenter in tenue abeunt filum, tenuissimis fimbriis ornatum, ex quo scilicet pariter pateret, funiculos subito contrahi posse, cum alicubi eodem tempore summa dilatatione excellant. Cum singuli funiculi proliferi alter ab altero adeo sint absimiles, ut si intermedios mutuam affinitatem confirmantes amoveris, vix duos invenires, qui sibi invicem pares sint, facilius potuit evadere, quod varias funiculorum species varii naturae scrutatores (*) numerarent. Sunt moniliformes tantum et fimbriati funiculi proliferi ii, qui utramque partem extremam occupant, ita ut ex illis alii omnes prodeant, hi vero omnium agmen claudant vel summum contractionis eorum gradum constituant.

Memorabilis in physalia arethusa provectioris aetatis videbatur funiculus prolifer, qui pedunculo suo tendineo insidens, ex initio-

(*) cel. *Bosc* perperam quinque eorum species, *Tilesius* majore jure, tubulis suctoriis omissis, duas numerat. Jam ab appendicibus genitalibus medusarum seu sic dictis brachiis notum est, eas in variis speciebus varia aetate varias esse.

statim grosse fimbriatus mediam partem excedebat, tunc autem tenuiter fimbriatus dorsalem partem taeniaeformem, ductu longitudinali praeditam maxime excultam exhibuit; grossae fimbriae in tenues hic et parvulas commutatae sunt. Sed parumper ulterius decurrens dorsalis pars tenuis et angusta facta, fimbriis tenuissimis ornata, funiculum ex toto alienum exhibuit, adeo tenuem, ut disruptus sit.

Alter funiculus grossis fimbriis exornatus, privus ex fundo vesicae ortus, aliis scilicet omnibus ab eo distantibus, in filum sensim decurrebat, adeo tenue, ut extrema parte prioris instar disruptus esset. Exiguum ostium in vesicae fundo habuit, nullumque tubulum (*) basi suae affixum, sed aliorum instar pedunculo tendineo insedit. Tali pedunculo fasciculi plures tubulorum suctoriorum et moniliformium funiculorum maxima quandoque copia insident, ita quidem ut ex communi petiolo unus alterve tubulus exoriatur, qui pluries deinde divisus in novos abit, et proprium sic fasciculum constituit, cui saepius moniliformes tubuli admiscentur, ex propriis tamen pedunculis exorti; haud raro in tali fasciculo moniliformes in fimbriatos transire visi sunt, tunc scilicet ex triplice ordine appendicum, ex tubulis suctoriis summopere divisis et ex fimbriatis nec non moniliformibus funiculis proliferis conflatus erat. Fig. 7. tab. XV. fasciculum tubulorum suctoriorum naturalis magnitudinis physaliae arethusae offert; extremi tubuli utplurimum vel globuliformes vel racemi instar coacervati sunt, quo proprius eorum habitus exoritur. Vix scilicet globulos illos racemosos tubulos suctorios haberes, nisi per gradus intermedios transitus eorum in formas plus minus elongatas

(*) Amiciss. *Eysenhardt* l. c. ex observatione cel. a *Chamissonis* affert, quemque tubulum suctorium funiculo gaudere, prolifero, ei affixo; licet haec observatio in eadem specie, quam equidem dissecavi, physaliae arethusae, instituta sit, nihilo tamen minus eam confirmare nequeo. Nec unquam vero contigit inter magnam tubulorum suctoriorum copiam idem observare, quare haud adeo e regula esse potest, ut amico doctissimo persuasum videtur. Funiculi nimirum sejuncti a tubulis illis pedunculo forti tendi: eo, quo peculiarem processum tubuliformem sibi affixum ostendunt, insidere solent.

videre liceret, quo demum ipsi veri tubuli enascantur necesse est. Globuliformes plerumque massa brunnea granulari repleti sunt, quae e cibis digestis in iis remansisse videtur, et ex ea in veris tubulis obvia in globulos illos racemosos concludere licet, quod ii potissimum cibis digerendis definiti, suctoriorum tubulorum origines sint (*).

In eo, quo branchia occurrit, latere vesicae physaliae et maximi et crassissimi pedunculi proliferorum funiculorum apparebant, inde ab ejus apice mediam partem et posteriorem penitus occupantes. Postica vero parte summopere rari et tenues erant; moniliformium funiculorum plurimi et tenuiter plicati situm hac parte tenent, cum vero anticae parti et infimae crassiores, omnium maxime plicati insideant; inter eos promiscue illi fasciculi et tubulorum divisorum et funiculorum occurrunt; postica tamen ii sunt frequentiores, eo, quo branchia deest latere; in parvulis eminentiis, ex fundo vesicae certis intervallis exortis hic insident.

Superest denique, ut physiologicam harum partium interpretationem addamus; cum omnes autem appendices in tubulos suctorios et funiculos proliferos reducendae sint, de utriusque hujus partis usu potissimum disserendum est.

Tubuli igitur *suctorii* sunt organa, quibus physalia nutrimentum captant; quamobrem eae non unico ore, sed perpluribus gaudent; quodque autem os suae, cui affixum est, corporis parti nutrimentum adducit. Veluti polypi, hydrae, cum qualibet corporis parte et interna et externa digerunt, propterea quod cuilibet parti vis inest et se nutriendi et vivendi, sic in physaliis primum partes quaedam tubuliformes a reliqua corporis mole sejunguntur, et facultatem, victum assumendi et digerendi in se suscipiunt. Hac de re in iis

(*) Ejusmodi fasciculi, in physaliis antea non observati, in aliis nimirum generibus affinibus, ut stephanomiis, physsophoris frequentiores occurrunt varioque colore excellunt, v. *Péron*, l. c. *Tab.* XXIX, ubi in iis ejusmodi fasciculi delineati sunt.

adeo copiosae sunt. In hydris tota corporis superficies nutrimentum assumit, in physaliis, physsophoris, rhizophysis, stephanomiis, velellis, porpitis magna copia tubulorum, acri succo praeditorum evolvitur, quibus cibi assumpti rite digerantur. Cetérum non habeo, quod moneam, in animalibus inferiorum ordinum organon, quod primum evolvitur, in plura semper singula disjuncta animadverti, cum in superioribus animalibus sensim simplex evadat; veluti in physaliis maximus numerus suctoriorum tubulorum vel ductuum alimentariorum occurrit, sic duplicem triplicemque ventriculum haud raro in inferioribus animalibus animadvertimus; et quibusnam animalibus plurimi musculi, plurima motus organa, quibusnam plurima sunt ossa et capitis et vertebrarum columnae, quibusnam maxima oculorum copia, nisi inferioribus?

Ad basin illorum tubulorum, qua fundo vesicae inhaerent, vasa (*) occurrunt, quae ex animalculis praedatis succum in se suscipiunt et ad omnes partes corporis deducunt. Qui igitur de unico physaliae ore locuti sunt (**) auctores, errorem commiserunt; totidem potius ora assumenda, quot iis sunt tubuli suctorii.

Physaliam cum rhizophysis, physsophoris, stephanomiis amiciss. *Eysenhardt* (***) comparavit, at nimis parum aptas me judice analogias in medium proferre ei contigit. Ob multos suctorios tubulos, qui ei ventriculi audiunt, physalia ex ejus interpretatione est aggregatio rhizophysarum, quare eam animalibus compositis affinem habet. Sed non habemus, quod rhizophysam in eo variam definiamus a physalia. Vesica in omnibus illis animalibus respiratorium organon contemplanda, neutiquam igitur ea in physsophora ventriculus est; is dein tubulorum innumerorum sub forma in rhizophysa ad latus fili occurrit, suprema a vesica exeuntis; differt igitur physalia eo, quod

(*) *Tilesius* l. c. p. 75.

(**) *Lamarck* l. c. perperam physaliae os inferum subcentrale adscribit.

(***) *Eysenhardt* l. c.

tubuli suctorii singuli fundo vesicae inseruntur, cum rhizophysae, intercedente filo, cui singuli insident, adnectantur. Neque magis recte physsophora ab amico interpretatur, quae non unico gaudet ore vel ventriculo, sed pluribus, tubulis scilicet suctoriis usquequaque eam cingentibus; bullae quae aggregatae subter terminalem supremam obveniunt, organa sunt respiratoria, quae igitur multiplice numero adsunt, cum in physalia et rhizophysa simplice occurrant. Ne stephanomiam transeam, hoc tantum dicere liceat, eam physsophorae instar, ex perplurimis vesicis respiratoriis, si folia ejusmodi interpretari possunt, et pluribus tubulis suctoriis seu oribus compositam esse.

Jam demum ad *funiculos proliferos* descendere licet. Adeo peculiaris formae partes proteiformes, peculiari nimirum functione gaudeant oportet. Nihil certe facilius erat, quam in iis propagationis functionem assumere, quam quidem jam a *Tilesio* (1) iis adscriptam esse videmus licet sententiam suam haud pluris faceret. Est etiam *Cuvieri* (2) ipsius sententia, in iis ovaria esse quaerenda, etiamsi pluribus eam non confirmaret. Cel. vir *Kuhl* (3), rerum naturae studiosissimus, quem matura nimis morte litteris ereptum summopere dolemus, eas partes ex propriis observationibus in viventibus animalibus institutis functioni generativae dicatas esse pronuntiavit, et amiciss. *Eysenhardt* (4) funiculos proliferos rite recognitos affinibus medusarum et rhizophysarum partibus contulit.

Cum tamen observationes majoris momenti indagatissimi *Kuhlii* nedum publici juris factae sint, quod iterum atque iterum dolendum, et amiciss. *Eysenhardt* ex analogia tantum functionem illarum

---

(1) *Tilesius* p 34. So wie die Ernährung durch die Fänger geschieht, so wird auch die Fortpflanzung durch eine gewisse andre Art solcher Fühlfäden bewirkt.

(2) *Cuvier* l. c. p. 63. À ces parties vesiculeuses se joignent des appendices singulièrement nombreux et variés pour les formes, dont les uns servent probablement de suçoirs, les autres peut-être d'ovaires, et quelques uns plus longs, que les autres de tentacules.

(3) v. *Isis* von *Oken*, f. 1822. Heft I.

(4) *Eysenhardt*, l. c.

partium perspexerit, non possumus, quin proprias commemoremus observationes, quibus nobis videbatur sententia illa pluribus confirmari.

In classe et infusoriorum et polyporum propagatio stirpis aut scissione spontanea aut producendis gemmis procedit; in infimo radiatorum ordine, in medusis, physaliis haud adeo absimilis generandi modus esset exspectandus. Genera haec adeo altera in altera transeunt, ut omnes fere classis utriusque limites tollant; noli igitur multo majorem evolutionem harum partium exspectare. Accurata observatio hucusque modum propagationis in ocyrrhoe tantum aurita docuit; praeeunte *O. F. Müllero* amicissimo *Gaede* (*) contigit, egregias observationes circa ejus appendices genitales seu brachia vulgo dicta instituere, in quibus scilicet ovula perspicue observavit. Eae nimirum ovaria dicendae sunt, eaeque igitur sufficerent ad producenda ovula; non habemus, quod interna ovaria quaeramus, ut in medusis et physaliis doctissimi amici *Gaede* et *Eysenhardt* conati sunt. Corpuscula quidem inter ventriculum et cavitatem respiratoriam detegerunt; sed nec ea vera fuisse ovula, nec ex intestinulis coecis, quae commemorant, satis perspicue patebat, ovula progigni, quae posthac in genitales appendices pervenire dicuntur, ut in iis penitus evolvantur. Ne de loco dicamus, quem derelinquunt, ut ad appendices illas perveniant, viam angustiis quam maxime plenam, — in rhizostomate scilicet per vasa nutrientia, quod in nullo alio animali occurrit, iis extus perveniendum esset, — non habemus, quod externis ovariis praesentibus alia interna in eodem animali quaeramus. Nec in ullo alio animali ovaria simul et externa et interna occurrunt; si scilicet genitales medusarum appendices ovariis re vera respondent, iis procul dubio vis quaedam prolis procreandae insit oportet, et non haberemus, quod eam vim alteri parti internae adscriberemus. Nam organa talia, quae servandae speciei vel sui ipsius corpori praesunt, in animalibus infimis ad ex-

(*) *Gaede*, Anatomie der Medusen, Berlin 1816 mit Kupfern.

ternam corporis superficiem collocata intelligimus; non habeo, quod de infusoriis et polypis dicam; in medusis autem, physaliis, physsophoris et aliis affinibus ea haud amplius omnem corporis superficiem tenent, sed propriis externis organis elaboratis appendices variae indolis et formae occupant, quae eandem semper organorum digestionis et generationis dignitatem et evolutionem, aliam tamen omnino fabricam, procul dubio altiorem designant. Medusae pariter ac physaliae et physsophorae infusoria sistunt, altiore fabrica donata, in radiatorum classe repetita, cum echinoderma polypis respondeant. Non possumus hac de causa, quin iis interna ovaria, externis scilicet addita, negemus. Haec scilicet prima in echinis, asteriis evolvuntur; tunc vero externa desunt ovaria, polyporum supremorum instar, in quibus jam internorum ovariorum stamina, ut in anthelia, xenia evolvi conantur, quae idcirco in hisce polypis repetitis, in echinodermis penitus jam evoluta sint necesse est

Peculiaris etiam vesicae physaliae fabrica impedit, quo minus interna ovaria in ejus cavo exoriri possint, quoniam omnis haec vesica supra aquam natans soli respirationis functioni dicata est. Ea de re nulla organa alia nisi respirationis in ea detegeres, et quae amiciss. *Eysenhardt* genitales partes internas habet, facili refellemus negotio; amicus scilicet ex analogia parum forsitan bene applicata concludit, nos vero ex ipsa observatione, quae nimirum majoris sit ponderis in repugnanda sententia de physaliarum ovariis internis. Quae nempe amicus interna ovaria habet, vasa sunt physaliae pluries dichotomice divisa, satis lata, quae ex interna vesica externam summam adscendunt, et quae antea respiratoria interpretati sumus. Quorum vero denominatio, a *Cuviero* (*) usa, intestinula coeca ei audiunt, amicum opinione praejudicata captum, a vera recta-

(*) *Cuvier* l. c. p. 64, à l'interieur on ne trouve pour tout intestin qu'une autre vessie, à parois plus minces, et qui a des coecums, se prolongeant en partie dans les cavités de la crête.

que interpretationis via aversisse videtur; nullo enim modo ea cum intestinulorum coecorum torulo medusarum comparare liceret, cum statim sola fugax contemplatio docere oporteat, ea vasa esse satis magni luminis, ut solent in medusis, quare noli mirari, nullo adhibito microscopio ea, quae aperte patent, observata esse. Neque magis apta est comparatio vesicae internae physaliae cum membrana inter ventriculum et cava respiratoria medusarum; nam illa vera vesica est natatoria, quae aërem ope vasorum illorum ex branchia allatum intra se recipit, extenditur, atque ex parte oxygenium cum cavo vesicae externae communicat, ut assimilatio assumptorum ciborum rite intret, ex parte vero physaliae ad natandum inservit.

Quod si mihi contigit, propria observatione ovariis physaliarum internis repugnare, nonne aliis contingeret, quas genitales partes internas medusarum nominant, naturae rei magis consentanea ratione interpretari?

Noli autem propriam ostracodermorum, acephalorum scilicet fabricam argumentum, sententiae meae quasi minus favens, objicere; folia illa prolifera, quae vulgo in iis branchiae dicuntur, externum eorum quasi uterum sistunt, neutiquam vero ovaria, qualia in malacodermorum appendicibus genitalibus occurrunt. Ovaria enim illorum, ut anodontis cygnei in cavo abdominis latent; cum autem pulli testa calcarea in matris sinu interno circumvelentur eorumque maxima adsit copia, matre incolumi non possent evolvi; quaenam enim molestiae e tali magna pullorum testatorum cohorte matri non enascerentur? In ovariis idcirco proles exoritur, in foliis hisce proliferis amplius evolvitur.

In physaliarum, et verosimiliter in medusarum appendicibus genitalibus proles gemmae polyporum instar exoritur et evolvitur, donec vitam suam propriam degere potest. Semper scilicet ut explicemus fabricam animalium absconditam, inferiora animalia respicienda sunt; ea causam et fontem ipsius cujusque absconditissimae fabricae superiorum animalium facili negotio suppeditant.

Ut denique probemus, funiculis physaliarum proliferis, medusarum igitur appendicibus genitalibus, seu veris ovariis extus positis respondentibus, pullos gemmarum instar enasci, observationem afferre in animo est, quam quidem facere nobis contigit, quae tamen adhuc plura gravioris momenti desideranda relinquit.

Primum igitur de ovulo, quod mihi saltem ita visum est, dicendum; hoc in ipso margine dorsali funiculi crassi, licet brevioris, at maxime fimbriati, pedunculo suo tendineo affixi, inhaerebat quasi cum eo continuum. Adspectus ejus haud absimilis fuit a physaliae vel rhizophysae vesicula; ad latus transiit in filum pluries divisum, ita ut rhizophysae pedunculum prae se ferret; alter vero tenuis funiculus ex vesicula exortus simplissimus erat; uterque forsitan tubulis suctoriis posset respondere, quibuscum scilicet proles nutrimentum assumsisset, licet tamen ob nimiam parvitatem apicem eorum pervium observare non licuit. Vesicula haec cum facie, qua appendices prodierunt, prolifero funiculo magnae physaliae arethusae insedit, quare etiam illius denominatio a nobis hac ex re desumpta; intus parvula fusca granula obvenerunt, quae reliquiae assumptorum ciborum esse videbantur.

Hisce forsitan concludendum, physalias veluti infusoria seu polypos hydriformes prolem gemmae instar in funiculis proliferis progignere, qui tunc per fimbrias ei nutrimentum adducerent, donec tubuli suctorii ab initio filis tenuibus comparandi ei evolverentur.

Si pullus ad majus corporis volumen pervenerit, ejus sejunctio a funiculo, cujus ope cum materno corpore cohaeret, intrat et procul dubio peculiari modo, licet analogia in superioribus animalibus haud deesset.

Funiculus scilicet talis disrumpit, et pullus fundo vesicae adhaerentem funiculum fimbriatum disruptum, funiculi umbilicaris instar, secum portat, eoque intercedente primum nutrimentum eum assumere verosimile est. Tubulis tunc suctoriis evolutis proliferi funi-

culi pars a pullo sponte sua sejungitur et decidit. Sic quidem in parvulis speciminibus physaliae arethusae, a nobis pulli habitis, quos delineatos Tab. XV. fig. 1 — 3. sistit, res visa est. Eos vero in appendicibus ejus summa confusione volutos invenimus, ita ut nulla certitudo adesset, alienos eos et extraneos fuisse; licet quidem conjunctionem eorum cum appendicibus illis haud omni, qua par esset, cura animadvertere contigerit, ex ipso tamen, quod modo afferemus, accuratiore examine maxime verosimilis statuenda est. In tali enim gordio ut ita dicam, nodo, quem, nisi gladio, vix solvere potuisses, violenta pullorum sejunctio a funiculis proliferis matris facilius potuit fieri; viginti nimirum et quod excurrit annos appendices et magnae physaliae et parvularum in deformem nodum convolutas fuisse verosimile est, ita ut arachnideo filo ad eum extricandum opus fuisset.

In his igitur pullorum speciminibus magni momenti visa est conjunctio funiculi proliferi saepius longissimi et crassissimi cum longiore quodam processu tubuliformi, suctorio tubulo haud absimili, ita ut ille quasi corporis materni, hic veluti pulli corporis continuus esset, nec nisi vi aut maturitatis tempore sejunctus videretur. Materno autem corpori pullum hujus funiculi ope adhaesisse, ex ipsa parte patuit, quae adeo longa erat et crassa, ut si eam cum pulli corpore tenui et parvulo contuleris non habeas, quod alienam fuisse neges. Sunt quidem physaliae species, quibus, a *Tilesio* pictis, parvulis unicus funiculus fimbriatus longus adscribitur, sed ratio hujus crassissimi funiculi et multo longioris cum pulli corpusculo multo minore comparati alia omnino est, et quis ea, qua opus sit, fide nos certiores posset reddere, species, quas *Tilesius* eas habet et depingit, re vera tales fuisse, cum ex omnibus patet, virum celeberrimum non semper accuratissimum observatorem et pictorem fuisse.

Primum autem pullorum specimen (Tab. XV. fig. 1.) oblongae erat formae, medio parum constrictae; fundus ut in omnibus fere aliis in longiorem transit pedunculum, qui ad latus utrinque

suctorios tubulos sibi affixos habuit, cum perplurimis proliferis funiculis moniliformibus commixtos. Ei processus in apicem a funiculo crasso utpote fimbriato aversum excurrens adhaerebat; at dorsali hujus funiculi parti ita affixus erat, ut conjunctio vix telae cellulosae tenuis ope facta esse videretur. Quare haud multum abfuit, quin funiculus ab illo processu sejunctus esset, si tantum pullus longius aliquod tempus a matre fuisset nutritus. Non alteri scilicet explicationi meliori locus est; funiculus enim crassissimo longissimoque habitu fimbriato insignis non nisi in physalia provectioris nimirum aetatis ejusmodi occurrere potest. Omnia cum funiculorum functionem, ovarii vices agentem confirment, non secus ac in provectis speciminibus eos excultos videre liceret; quod quidem ad assem observare contigit in physalia provectioris aetatis, cum ei moniliformes funiculi, fimbriatorum origo utplurimum deessent, cum ex magna scilicet copia jam in fimbriatos transierint; sed moniliformes, in omnibus pullis multo majore copia praesentes locum funiculorum fimbriatorum, quos generationi dicatos iis deesse oportet, tenebant.

Alter deinde pullus (Tab. XV. fig. 2.) forma potius in longitudinem tracta gaudebat, ita ut inferiore parte dextro latere derepenter in processum quasi rostriformem, sinistro vero in pedunculum transiret longiorem, qui uterque tubulis multis suctoriis obsidebatur, posterior tamen copiosioribus et quidem moniliformibus tubulis associatis. Hac parte igitur ex eo longior exiit tubulus, ad basin cum lato, crasso, ipsoque longissimo funiculo prolifero fimbriato continuus; multo iste longior multoque crassior fuit, quam qui in priore descriptus est, ita ut omni jure eum alienum habeas necesse sit; cum materno quidem corpore antea continuus derepenter disruptus umbilicaris funiculi instar pullari adhuc corpori adhaesit, ita scilicet ut tubuli hujus apex, via satis longa confecta, filo quodam intercedente, in eum immersus appareret, et inter apicem ejus et basin illius rima longior animadverteretur, qua mutua sejunctio sensim facta est et parum certe temporis ut ex toto intraverit, defuisset.

Ex hoc scilicet specimine potissimum concludendum erat, alia omnia, hujus ad modum, pullos esse, funiculis proliferis matris paullo antea connexos, et vi quadam ab iis solutos. Illius et longissimi et crassissimi funiculi ope ad aquarum superficiem assurgere ibique aëream suam vesicam circumagere possunt, licet matri adhuc juncti, quare haec vesica funiculo materno prolifero cum fundo suo insidet, et materno corpori hujus umbilicaris funiculi ope concatenata ex aqua emersa ad ejus superficiem natat.

In utroque pullo branchia parvula vix rite evoluta occurrebat, ita ut orificium respiratorium penitus lateret, at magna erat et suctoriorum et moniliformium funiculorum copia; illi duobus locis, ut solent, occurrebant, majore scilicet processum tubuliformem circumdante, minore vero superiorem vesicae partem.

Tertius denique major erat pullus (Tab. XV. fig. 3.) duploque fere ambitum priorum superans, formam nimirum peculiarem, ut omnes pulli alter ab altero differebant, exhibuit, altera vesicae parte oblonga in parvulum processum excurrente, tubulis nonnullis suctoriis praedita, altera vero latiore orificium respiratorium exhibente: inferiore loco, vel fundo, a tubulis suctoriis et moniliformibus funiculis occupato, longior apparuit processus tubuliformis, proprio omnino modo cum fimbriato funiculo communicans; pedunculo enim baseos vesicae et funiculus hic et processus ille, intercedente quodam filo, ab hoc in funiculum abeunte, annexi erant. Funiculus autem superiore parte fimbriatus, dein nodulis vel capitulis exornatus moniliformis et tenuis evasit, quare fere statuendum esset, funiculum talem, licet antea materno corpori annexum, tunc a pullo veluti proprius contemplari, et contrahi et expandi posse, quin immo ei in posterum ligamenti umbilicaris instar remansurum esse; posthac fortasse extrema parte moniliformis funiculus evolvitur, sensim is in fimbriatum excurrit et sic provectiore aetate denuo ovarii instar pullos progignit.

Quod vero quartum pullum spectat, hujus forma satis similis erat antecedenti, altera extrema parte obtusa ostium respiratorium offerente, altera vero in processum excurrente, tubulis copiosissimis exornatum, qui totum etiam fundum tenebant; hac scilicet parte tubuliformis processus exortus sensim attenuatus cum funiculo tenui moniliformi cohaerebat, qui demum fimbriatus evasit. Utriusque conjunctio satis intima videbatur, licet parti dorsali funiculi moniliformis ille processus potissimum affixus sit, cum apex utriusque a se invicem aversus videretur; si pullus longius tempus cum matris funiculo prolifero conjunctus fuisset, non potuisset non fieri prima exorta occasione mutua eorum sejunctio; propriaque pulli evolutio, quae ad vitam peculiarem degendam requiritur, locum habuisset.

Ejusmodi igitur nobis visa sunt interpretanda parvula haecce specimina physaliarum; alio scilicet modo, ex iis saltem, quae adhuc innotuerunt, observationibus, me judice generatio earum vix explicari posset. Num rectam viam naturaeque rei congruam ingressus sim, nec ne, aliis dijudicandum derelinquo, penes quos arbitrium est, et quibus Corinthum adire ipsaque naturae rerum penetralia aperire contigit.

DE CHITONE GIGANTEO CAMTSCHATICO

ADDITAMENTUM AD ZOOGRAPHIAM ROSSO-ASIATICAM.

AUCTORE

TILESIO.

Conventui exhibuit die 19. Martii 1823.

Chitones sunt animalia limacina reptantia marina, a Francogallis Gasteropoda testacea dicta, testis octo per longitudinem dorsi dispositis imbricatis tecta, Francogallis Oscabriones, Germanis inepto nomine *Käfermuscheln*, quasi ex scarabaeo et conchis composita essent, appellantur. Nomen *Chiton* ex graeco Χίτων lorica seu paludamentum significante derivatum est, quoniam limax eodem insignitus testis octo in dorso quasi loricatus est et quia testae dorso incumbentes fornicatae sunt et testudinem formant mobilem, articulatam, intestina mollia subtus reposita defendentem. Margines testarum semicirculares musculo ovato robusto totum animal ambienti et formam testarum induenti inseruntur. Testae impositae semicircularibus vel elevationes illarum nudae, ascendentes, medio carinatae, transversales, fasciatae posteriorem partem testarum occupant, anterior enim musculis inseritur et a posteriore sequentis testae nuda imbricatim obtegitur, quae in diversis speciebus diversimode inscripta, mox striata, punctato granulata, mox muricata est.

Species nostra nunc describenda, quae occasione circumnavigationis terrae, gubernante celeberrimo de *Krusenstern*, feliciter

peractae ad littora Camtschatica lecta est, omnium hujus generis maximam sistit, duae hucusque innotuerunt, quippe quae saepe in longitudinem sex pollicum Anglicorum excrescit, jam a *Pallasio* celeberrimo in Tomo II. Novorum Actorum Petropolit. p. 241. cui inter minores plures quadripollicares exsiccati Chitones e Curillis insulis ab Argonauta *Billings* et *Merkio* medico expeditionis allati sunt, descripta; sed male delineata, ita ut viva ex icone *Pallasii* Tab. VII. l. c. fig. 26 — 28. vix ac ne vix quidem recognosci possit.

Memorabile est inter congenericas species integumentum gelatinoso-coriaceum testarum, pallium a *Cuviero* dictum et margine ejusdem latissimo musculoso totum corpus ambiens perquam extensile et robustum, a *Pallasio* in specimine sicco non observabile nec observatum. Sic etiam branchiae ob magnitudinem et structurae clarioris et insertionis regularis dispositionem in venam et arteriam branchialem memoriae dignae. In memoriam revocat haec Chitonis species Mollusca varia marina testam intus habentia v. g Aplysiam, Sepiam, Dolabellam, Parmacellam, Testacellam, Bullaeam apertam, ampullam, *lobatam* (*), quam Molluscorum Japonicorum coloribus nitidissimis condecoratam speciem descripsi, lignariam, hydatidem et alia limacina a *Cuviero* (in Memoires sur les Mollusques et leur anatomie. Paris in 4^to^ 1817. pag. 156. Planche XII. etc.) descripta, nec non Trilobitem cum partibus gelatinosis petrificatum et in primis margine latiusculo, ut in Chitone nostro, totum corpus ambiente distinctum, nuperrime in circulo Bohoemico-Pragensi prope *Cochelbad* in nucleo calcareo nigro cinereo, Escharis ferrugineis incrustato repertum, quem in Epistola singulari ad Celeberrimum Academiae Mineralogum Equitem de *Severguine* describo et ex argumentis adjectis non amplius Entomolithum, sed Helmintholithum paradoxum voco. Ex structura granulata limbi in hocce petrifacto

(*) In v. *Krusensterns* Atlasse Tab. 88. fig. 12. 13.

partem corporis animalculi deperditi posteriorem ambientis microscopio indagata demonstravi, gelatinosam fuisse, instar Chitonis, et simili musculorum, sed pro copia testarum majori, plurium apparatu instructum fuisse. Ex quibus omnibus vero conclusi, Trilobitem non Entomolithum, ut fertur, sed Helmintholithum Mollusci testacei multivalvis, Chitonis instar, fuisse.

Chiton igitur noster, ad quem revertendum est, testas suas octo imbricatas integumento partim cartilagineo - coriaceo, partim gelatinoso - membranaceo indutas vel obvolutas gerit adeoque ab omni parte margine gelatinoso latissimo et validissimo circumdatas. Pondere semi libram aequat et, gigas sui generis et insolitae magnitudinis Oceani orientalis civis, longitudine quinque ad sexpollicari, latitudine bipollicari, interdum et semipollicari aucta ac denique altitudine pollicari quandoque cum semipollice aucta distinguitur.

Variis positionibus eandem delineavi in Tabulae XVI. nempe figura prima a superiore parte vel a dorso inspectum, in secunda flexum, a latere inspectum, ita ut ab anteriori parte superficies inferior vel concava cum ore *c* et a posteriore pars dorsi in conspectum veniat. In tabulae XVII. figura prima pronus Chiton repraesentatus est, ita, ut pes (*a*) cum ore (*c*) et generationis apertura (*f. g*) (*) cum ano (*b*) circulus branchiarum seu corona branchialis (*d*), quam *Pallas*, *Stellero* duce limbum barbulis mollibus, compressis, confertis branchias piscium ruditer referentibus pectinatum vocat, cum omni inferiore superficie e reptili, in conspectum veniat. Barbulam sic dictam singulam vel potius branchiam in fig. 5. tabulae XVII. separatim (*d*) delineavi. In figura ejusdem tabulae quarta parum inflexus Chiton a latere repraesentatus est ita, ut non solum testarum series earumque insertiones in marginem a latere conspectum sed etiam inferioris vel concavae superficiei pars cum ano *b*) conspicienda sint. In

Tab. XVI. Fig. 1 et 2.

Tab. XVII. Fig. 1.

Fig. 5.

Fig. 4.

(*) Altera harum aperturarum mihi casu orta videtur seu vulneri adscribenda. T.

Tab. XVII. Fig. 8 et 6. In tabulae Tab. XVII. figura 8. portiuncula fossae branchialis, ex qua branchiae libere dependentes fluctuant, aucta magnitudine delineata est. In tabula Tab. XVII. fig. 6. prima scuti testa in septima quarta delineata est corio denudata, ut structura concharum striato-punctata lamellosa cum margine subcrenulato musculis insertionem praebente in conspectum veniat.

Variae hae positiones et situs limacis nostrae octovalvis marinae completiorem jamjam et clariorem animalculi singularis a terrae Camtschaticae indigenis *Keru* dicti, dabunt ideam, caeterum *Pallasii* descriptionem ex vivo complendam sequar: „Forma siccati", ait auctor, „Chitones vulgares refert; sed ossicula scuti obducta corio cartilaginoso extus scabro et *subverrucoso* continuatoque margini undique scutum ambiente, crasso, arguto, cartilagineo, subtus plano, laevi".

In vivis integumenta testarum nec non limbus scutum ambiens mollia lubrica gelatinosa, sed etiam tenacissima sunt et hinc illinc, ubi inseruntur testis, tendinosa et musculosa.

Fig. 3. „Pes subtus (fig. 3. tab. XVII. *a*) lanceolatus circumferentia scuti multo minor et fere triplo angustior, postice subacutus, antice obtusus". In vivis area musculosa repens, in limacinis pedis functionem praestans, angusta quidem est, sed formam varie mutat rependo, nec sola humido fundo adhaeret, in quo margine latissimo sublevatur vel sustinetur. Agglutinatur nempe margo latus exterior, interior vero angustus vel pes contrahitur et aerem et aquam ejicit ad formandum spatium vacuum, saepius enim inveniuntur Chitones agglutinati (*Klippkleber*) quam repentes.

In margine plicatili elliptico pedis (*a*) musculorum solum humidum tangentium actio totidem pedicellos, non quidem separatos,

sed in ipso margine versabili concretas prodit, quorum consecutivo motu corpus promovetur. „Os in corpusculo plano calcis equinae formam referente, a pede distincto. Hoc corpusculum *Pallasii* non nisi in mortuis in conspectum venit, oritur enim ex propulsione tubi alimentarii ejusque duplicatura in mortuo animalculo, in vivo oris massa carnosa retracta est et nil nisi labium oris arcuatum et plicatum ostendit, planum vero membranosum ab ore perforatum etiam in marginem, cingulum seu funiculum plicatilem crassiusculum, in quo celeberrimus *Cuvier* caput animalis vidit, contrahitur. „Inter pedem et marginem scuti (e Tab. XVI. et XVII.) fossa ambiens impressa intra quam fluctuant limbus scuto interius adnatus pectinatus barbulis mollibus, compressis, confertis, branchias piscium ruditer referentibus, similique forsitan functioni destinatis". Fossa branchialis est sulcus ellipticus vel circularis, pedem ambiens innumeris branchiis pendulis repletus, eandem fere in Phyllidiis branchiarum dispositionem in memoriam revocat. Cum auctor in praecedentibus declaraverit, eum sub scuto congeriem testarum 8 intelligere, non dici potest, branchias sub scuto interius adhaerere. Sub scuto interius enim musculi testarum adhaerent, deinde viscera sequuntur et denique partes molles ad inferiorem superficiem patentes. Sulcus vero *d*, quem fossam branchialem dixit auctor et cujus partiunculam in fig. 8. tab. XVII. ducta magnitudine delineavi hisce partibus mollibus inest et branchiae seriales, quarum singulam exemptam lente auctam in fig. 5. tab. XVII. delineavi, in illo. Branchiae sunt rami et ramuli pinnati arteriae et venae branchialis sub hoc sulco circumductae. „Scutum corio denudatum et a circumadnato margine cartilaginoso separatum, seu sceleton animalis constat ossiculis octonis albis lapideae indolis, fragilissimis, imbricatis, quorum primum a Tab. XVII. fig. 6 forma fere ungulae equinae seu patellae dimidiatae, reniforme margine antico leviter crenatum et supra per ambitum subtilissime striatum, intermedia a secundo ad septimum, quorum maximum quartum *b*. Tab. XVII. fig. 7. quasi e duabus planis orbiculatis compositum angulo obtuso coadunatis margine praesertim postico extenuatis, integris, disco

et symphysi incrassatis c) supraque transversa inscriptione obsolete turgescente instructis".

Testae ab ossium structura abhorrent, ergo non ossicula dicendae, lamellosae enim sunt concharum in modum et in recenti animalculo paulo post mortem fragiles non sunt, ne dicam fragilissimae, licet in margine postico in tendinem prorsus transeunti extenuatae. Tendo in inferiore testae cujuslibet superficie ascendit usque ad sinum posticum vel tuberculum medium, quod dorsum carinatum reddit.

„Testis omnibus a prima ad septimam in ipso sinus postici angulo *c* fossula pentagona, arguta marginata postice truncata". In maceratis testis auctor forsan tendine exsoluto cum tuberculo nil nisi insertionis vestigium relictum in fossula sua pentagona vidit. „Ossiculum ultimum *z*. angulatum quasi e duobus pentagonis compositum, postice excisum, fossulaque symphyseos a margine remota diversum". Rotundam fere postremam hanc testam inveni.

Ex beati *Stelleri*, peregrinatoris indefessi quondam Camtschatici relictis manuscriptis sequentia adfert auctor: „Circa portum divi Petri et Pauli et Lopatca promontorium abunde ejicitur haec Chitonis species a fluctibus Oceani orientalis; comeditur, nec mali saporis est, corio cartilaginem sturionis, substantia interna vitellum ovi forma, colore et sapore referente. Camtschadalis vocatur sua lingua *Kerú*. Dorsum lutescens multis papillis rubris obsitum; subtus glaber lutescens. Fimbriae pectinatae carneae branchiarum piscium similes. Plura ex *Stellero* afferam, quae probare videntur, eum simul Chitonem setosum invenisse. Chitonem Saugapku vel callum pudendi foeminini forma seu Tethyam Aristotelis (lib. 4) nominavit. Itelmaenis, ait, sua lingua *Kéru* dicitur, forma refert segmentum pomi, dorsum scilicet convexum multis papillis et velut *setarum rudimentis* rubris refertum, versus extrema utrinque in acumen oblique decrescit

inferna parte glabrum, duriusculum, lutescens, obliquatum, e medio surgit caro mollior pariter utrinque acuminata, (de pede lanceolato loquitur), circa quam et limbos externos canalis unius lineae latitudine ducitur quaquaversum, parte inferiori orificium conspicitur, quod revera os est, quo mediante fucos marinos apprehendit et comedit". Mitella, Balani species tertia verrucosa *Sebae* (Thesaur. Vol. II. tab. 61. fig. 5. p. 61.) est Chitonis species, corio itidem verrucoso obducta, nostrae in eo similis, quod scuta non appareant nuda sed vestita. Locum natalem non indicat *Seba*. Praeterea similem invenio Chitonem vestitum apud *Shavium* Anglum (Naturalists miscellany Fasciculo 8. N°. 85. in tabula 257, coloribus egregie depictum, quem squamulosum appellavit propter marginem seu limbum gelatinosum squamulis conicis tectum. Rupibus adhaeret patellarum more. Oras incolit Americanas inter maximas habitu sui generis. Color ejus coeruleo virescens venulis atomisque obscurioribus variatur. Testa, qua tegitur Chiton, loricae simillima est, qua muniuntur Dasypodes, quod contigit quoque insectis, quae continet Onisci genus, quorum species communis, quae et officinalis dicitur, hanc ipsam ob causam nomine *Linneano* Oniscus Armadillo nuncupatur. In hoc vero etiam plurimi Chitones cum Dasypodibus Armadillis et Onisco conglobatore et Erinaceo et Trilobite petrefacto conveniunt, quod appropinquante periculo in globum se convolvant ad molliora tuenda. Ad hanc speciem Chitonis, quae cum nostra in eo convenit, quod vestigia musculorum e testis egredientium in margine latiusculo gelatinoso corpus ambiente (*e*) praesertim prorependo manifesta ac elata sint, quae a *Pallasio* in exsiccato specimine non observari potuerunt, *Shawius* septemvalvem squamulosum ex *Chemnitzio* (Conchyl. tab. I. fig. 4) citavit.

Chitonem denique omnium margine latissimo molli circumdatum, sed minorem praesente, ipse ad littora Archipelagi Japonici legi et in collectionis iconum itinerarium *Krusensternianum* illustrantium tab. LXXXVIII. fig. 35. 36. 37. publici juris feci, est *Chiton echi-*

natus, a congenericis speciebus maxime in eo diversus, quod testae octo minores per longitudinem dorsi imbricatim dispositae, quae in aliis speciebus totum dorsum occupant, vix in medio ejusdem paululum promineant, versus latera autem margine gelatinoso-coriaceo obtegantur, ut musculis affigi vel inseri possint.

Margo latissimus vero stellis utrinque octo echinatis vel spinis corneis mobilibus in centro communi radiatim dispositis ac infixis per totam longitudinem defenditur.

Alium postea Chitonem ad littora Sinica prope *Macao* priori similem sed majorem et coloribus egregie exornatum, spinis vero in margine lato molli aeque munitum anno 1805 inveni, et tertium non spinis sed callis conicis in margine latissimo molli undique armatum, quos nondum publici juris feci. In omnibus hisce speciebus margine latiore molli distinctis sed spinis, callis vel tuberculis obtectis, insertio musculorum a latere, eorumque actio in repente animalculo non tam clare observari potuit ac in nostro, partim ob integumenta duriuscula, partim ob minorem animalculorum magnitudinem.

Hoc vero mihi prae caeteris in Chitonum speciebus margine latiore distinctis observare contigit, eas ejusdem ope scopulis humectatis firmiter adhaerere, nec ulla arte nec vi, nisi disrumpere velis, solvi posse, patellarum et halyotidum in morem, quoniam marginem latum ex mera gelatina farta, lubrica, glutinosa et musculosa fabricatum cuilibet superficiei humidae arctissime adplicare et spatium vacuum formare possunt.

A doridibus, quibus *Linnaeus* Chitones ob similem formam obiter visam adscripsit, maxime discrepant. Dorides enim anum supra in dorso gerunt et quidem tubulo quinquefido arbusculis radiatim circumdatum valde distinctum, in planis nempe terminalem, in prismaticis medium; in utroque vero genere brachiis ramosis ad suble-

vandam obstipationem a victu spinoso effectam nec non ad evacuationem alvinam in hisce animalibus sertularivoris lentam et impeditam promovendam tamquam peculiaribus organis auxiliaribus circumdatum. Victitant enim Dorides sertulariis, quarum denticuli seu cellulae corneae acutae egestum impediunt, sed obstipatae impedimenta dirimunt brachiis istis ramosis anum tubulosum ex eodem fine quinquefidum circumpositis, in quibus auctores usque adhuc nil nisi respirationis organa quaesivere, mirum in modum. Observationes ulteriores in Doridum naturam cognoscendam institutas tam planorum quam prismaticorum, quorum plures sat grandes partim ad littora Japonica, partim Sinica et Brasiliensia legi et ad vivum delineavi, nec non mores, escam et egestum observavi, alio tempore communicabo, icones plurium earum in citata tabula 88 collectionis iconum itinerarium *Krusensternianum* illustrantium fig. 1 ad 10 jam communita prostant.

Chitones econtrario (vid. Tab. XVII. fig. 3. *b.*) anum subtus in opposita vel inferiore corporis superficie habent. Canalis intestinorum mox atro viridescens, mox aterrimus illo Doridum multo tenuior et longior arena et magmate mucoso viridiusculo particulis rubris quasi ex Nereidum et Amphirtritum corporibus contusis mixto repletus fuit. Chitones algis nutriri jam *Stellero* innotuit, devorari autem a Pelacanis, ab anate mollissima et spectabili, in portu divi Petri et Pauli satis notum est. Tab. XVII. Fig. 3.

Chitones denique et branchiarum numero, structura et situ a Doridibus discrepant. Branchiarum in Chitone multitudo et fere innumerabilis est copia, ut in Phyllidiis, earum structura, quam in singula e sulco depromta microscopio examinavi (fig. 5. tab. XVII.) quodammodo cum Sepiarum (*) branchiis convenire videtur, sed Fig. 5.

(*) Confer. *Tilesii* dissertationem priorem in Cathedra Philosophorum Lipsiensi defensam: de respiratione sepiae officinalis *Lin.* Tab. I. et II., in quibus notandus est error in explicatione, sic dictum ligamentum nempe venam branchialem esse.

numero et dispositione utriusque animalis branchiae discrepant, sepiis duae tantum sunt et branchiarum in Chitone multitudo est earumque dispositio serialis, e sulco profundo circulari inter marginem latum et pedem exarato libere dependent et in aquis fluctuant. Sulci seu fossae ipsius branchialis particulam simul cum branchiis situ naturali dispositis et fluctuantibus, magnitudine auctam in Tab. XVII. fig. 8. repraesentavi.

Chitonem ut videtur, natu minorem *O. Fabricius* in faunae Groenlandicae pagina 420 sub titulo Chitonis marmorei egregie descripsit, licet 18 tantum linearum longum, tamen nostro similem, notae enim principales in utrumque congruere videntur, sic ut patriae clima. Equidem nostrum Chitonem testa octovalvi *subcarinata*, punctato striata, corpore ochraceo nominassem, nisi dorsi carina ante extremitates desineret, revera tamen adest per longitudinem dorsi decurrens. Valvulam postremam aeque rotundam tam antice quam postice inveni simulque per totum circuitum obsolete striatam, striis tamen ad marginem notabilioribus, quam a celeb. *Pallasio* delineatae sunt, qui cum iis simul et carinam dorsi neglexit. Ore intus rugoso propulso evertitur oesophagus cum denticulis crustaceis nucleo quasi vel congerie musculorum bulbosa pharyngis inclusis etiam in nostro. Dissecto deinde, enucleatis et remotis testis, dorso, canalis intestinorum niger, contortuplicatus, tenuis, longissimus, lamellis croceis hepaticis adnatus in eodem aperientibus ad anum, extus vel subtus apertum, tuberosum, tendens et in nostro in conspectum venit. Cingitur scutum octovalve pallio molli plicabili ad latera demittendo, quoties se vult affigere more patellarum et extra illud ut limbus extimus locum habet pallium gelatilosum cui testarum margines striati inserti sunt et fasciatum fasciis traesversis. Incedit lente in humido, non in arido. Quiescens se arcte lapidi affigit planatus limbo ampliato, animal se facile incurvare, dorso incumbens etiam revertere potest. Haec omnia nec non partium superiorum descriptio in nostrum quadrant, licet aliis verbis dicta sint.

Chiton igitur limacinis molluscis testaceis octovalvibus adscribendus, hermaphrodita inter pectinibranchiata numerandus, a Doridibus suprabranchiatis inferobranchiatus, abhorret, quoniam non solum interna structura, quam statim paulo accuratius investigaturi sumus, sed etiam externa, ano scilicet infero maxime ab iis diversus est, ergo non amplius cum *Linnaeo* errante dicendum: „Animal Doris, sed animal Chiton seu limax testis 8 imbricatis cataphractus. Celeb. *Poli* (utriusque Siciliae testacea) characterem Chitonum in ipsa dorsi carina quaesivit vel ex testis imbricatis medio carinatis cristam quasi in dorso formantibus selegit indeque limacem cristatum seu *Lophiurum*, a graeco Λοφος, crista, Chitonem appellavit. Quum vero vox Lophiuri ad formam tantum, non ad substantiam et tutelam tegminis seu fornicis duriusculi spectet voce Chitonis expressiore et plures species non vel minus carinatae inveniri possent; *Linnaei* nomen palmam Lophiuro praeripere videtur.

Chiton muricatus fig. 3. tab. XVI. et setosus. Tab. XVI. Fig. 3.

Praeter descriptam speciem gigantei Chitonis setosam defunctus *Merck* et *Davidovius* (*), *Chwostovii* socius, juvenis egregius, moribus, humanitate, scientiarum cupiditate distinctus, meritis nauticis et virtute condecoratus, cui praeter Argalidis ursi et Tarandi Camtschatici feri studium, quibus comparandis et oculis meis objiciendis operam dedit, plura alia et marina debeo, quorum in me meritorum mentionem cineribus suis debitam hic animo grato faciam, muricatum ad littora Camtschatica et Curillica legit, quem in fig. 3. tab. XVI. delineavi, quorum uterque cum giganteo quoad marginem latum mollem totum corpus ambientem congruit. Jam supra de *Stelleri* observatione verba faciens annotavi, e vestigiis

(*) Reise der Russisch-Kayserlichen Flott-Officiere *Chwostow* und *Dawidow* von St. Petersburg durch Sibirien nach America und zurück in den Jahren 1802—1804 aus dem Russ. übersetzt von Dr. C. I. Schulz. Berlin 1816. Vorrede vom H. Admiral Schischkow.

setarum, quarum mentionem facit laudatus *Stellerus* et quas observasse in Chitonis dorso idem certiores nos fecit, quae vero in nullo specimine gigantei vel amiculati reperiuntur concludi posse, *Stellerum* non giganteum, sed setosum descripsisse, quod eo probabilius videtur, quia setosi etiam in majorem, quinque pollicarem magnitudinem increscant. Muricatus contra duplo minor est et nullum setarum vestigium in dorsi margine lato, callis conicis instar squamosi muricato, coloris respectu a nostris valde diversi, affert. Callum singulum conicum a margine dorsi solutum, aucta magnitudine (ad *a*) delineavi. Caeterum ex flavo et brunneo variegatur et, licet minor simili tamen cum nostro structura gaudet. Quod ad synonymiam specierum attinet, a Museis chitonum speciebus sat locupletatis et a Bibliothecis, quae mihi saltem Chemnitzii conchologiam largire possint, absens, eandem ad meliora tempora servabo et aliis instructioribus, vel ad comparandas species paratioribus committam. Solum hoc dicam, echinatum meum forsan ad fascicularem Lin. spec. 4., setosum meum ad aculeatum L. sp. 3. vel ad granulatum Lin. sp. 16. vel ad crinitum L. sp. 25. referendum esse, licet posterior ad Scotiae littora lectus minor sit, tamen pilis brevibus dense obsitus. Nil certi tamen de hac conjectura, quae sola comparatione specierum praesentium decidenda est, affirmare ausim. Chiton gigas sp. 22. Lin. afer est et promontorii bonae spei littoralis civis non solum climate, sed etiam colore, magnitudine mediocri et testarum structura a nostro differt; quadripollicaris enim est, limbo tumido coriaceo, ex atro fusco.

III.

SECTION
DES
SCIENCES POLITIQUES.

TABLEAU COMPARATIF

DES

DIFFÉRENTES DONNÉES SUR L'ÉTENDUE DES GOUVERNEMENS DE L'EMPIRE DE RUSSIE

PAR

C. T. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 21 Mars 1821.

L'étendue du territoire étant une des premières bases de toutes les recherches statistiques, j'ai cru qu'il seroit utile de comparer les différentes données sur l'étendue des gouvernemens de l'empire de Russie. Le tableau que je présente contient des données officielles, sémi-officielles et d'origine inconnue. Les prèmieres sont les résultats de l'arpentage général pour les gouvernemens où il a été terminé depuis 1764, puis les calculs faits sur des cartes et atlas envoyés de gouvernemens où l'arpentage général continue encore ou n'a pas eu lieu du tout, mais où les arpenteurs de gouvernement ont mesurés les terres, enfin un calcul préalable fait sur la carte à cent feuilles publiée par le Dépot géographique depuis 1804. Les données semi-officielles sont celles qui derivent du calcul fait anterieurement sur une carte publiée par une autre autorité; comme c'est le cas avec les données sur l'étendue des gouvernemens qui se trouvent dans les tableaux statistiques de Monsieur l'Académicien *Storch* publiés en 1795. Il y a enfin des données d'origine inconnue, quand un auteur respectable, qui a suivi une autorité celé-

bre pour la plûpart des gouvernemens, l'abandonne sans indiquer les sources d'où il a tiré ses nouvelles données. Plusieurs parmi ces dernières sont provenues de fautes d'impression comme on le voit par la transposition des mêmes chiffres.

Mon but en comparant ces données n'a été que de signaler leur différence, pour engager ceux qui ont des données officielles ou qui possèdent les connoisances nécessaires en mathematique d'entre prendre le calcul des meilleures cartes avec succés et de s'occuper d'un objet aussi important. La plûpart de ces différences disparoitroient vraisemblablement si l'on pourroit faire la revision critique des details qui ont donné des resultats aussi différens. Mais ce n'est guère l'ouvrage d'un statisticien isolé.

Je n'ai comparé que les données des auteurs qui ont puisé de sources. Ici Monsieur l'Académicien *Storch* tient le premier rang parmis les statisticiens qui ont detérminés l'étendue de tous les gouvernemens de leur tems. J'ai marqué la filiation des auteurs qui l'ont suivis par un tiret mis avant le nombre, mais où ils ont abandonné leur autorité je ne l'ai pas mis. Puis il y a eu des changemens de limites à plusieurs gouvernemens depuis 1795 et j'ai marqué cette circonstance par un point. Enfin j'ai mis un signe d'interrogation aux données qui ne paroissent différer que par une faute d'impression. J'aurais pu augmenter le nombre de ces signes si j'aurais voulu faire remarquer des petites différences qu'on rencontre si souvent aux mêmes nombres generaux sans qu'on puisse indiquer la véritable cause de ces petites variantes.

Les données sur l'arpentage me manquent encore sur la Podolie et Grodno, comme aussi sur le district de Bialystok.

I. *Gouvernemens où l'arpentage a été terminé.*

Gouvernemens	Etendue en milles carrées d'après l'arpent. général	d'après la grande carte	d'apr. Mr. Storch 1795 (*)	Wichmann 1813	Saeblovski 1815	Arsenief 1818	Brömsen 1819
1. Moscou -	575	576	474	474	474	474	474
2. Wladimir -	835	927	879	879	879	880	879
3. Jaroslaw -	596	675	691	691	691	690	691
4. Toula -	531	553	498	498	499	500	498
5. Résan -	723	707	613	613	613	615?	613
6. Kostroma -	1441	1509	1808	1808	1807	1800	1808
7. Twer -	1135	1210	1135	1135	1135	1140	1135
8. Smolensk -	954	1063	1008	1008	1008	1000	1043?
9. Kalouga -	545	588	395	395	395	400	395
10. Orel - -	800	826	755	755	756	750	755
11.* Koursk -	668	788	701	701	770—	670—	701
12.* Charkow -	712	702	594	595	750—	820—	594
13.* Woronesch	1333	1385	1434	1434	1432	1435	1434
14. Tambow -	1159	1215	1072	1072	1072	1070	1070
15. Nigegorod	877	870	961	961	961	960	691?
16. Pensa -	683	708	777	777	778	777	777
17. Kasan -	1115	1100	1044	1044	1044	1040	1044
18. Wologda -	6905	7658	8406	8406	8400	8500	8406
19. Novgorod	2047	2282	2578	1135—	2500	2300?	2578
20.* St. Pétersbourg	768	880	848	848	850	710—	848
21. Pskow -	723	799	1045	1045	1045	1050	1045
22.* Witebsk -	765	818	794	794	795	800	794
23.* Mohilew -	740	898	867	867	868	870	867
24.* Olonetz -	2372	2870	3495	3495	3495	3500	3495
25.* Wilna -	1170	1093	—	1284—	1319—	1300—	1284
26.* Grodno -	—	755	—	675—	925—	925	675
27.* Minsk -	1951	1887	1731	1731	1400—	1700	1731
28.* La Podolie	—	739	1309	1101—	780—	780	1011?
1.* Le district de Bialystok	—	136	—	158—	160—	160	169—
total - - -	31.823	35587	35912				
différence - -	de 3764 mill. carr.						

Sur 26 gouvernemens à comparer d'après l'arpentage général et lagrande carte, 19 ont plus d'étendue d'après la dernière et 6 en ont moins. On peut expliquer ce surplus par différentes rai-

(*) Tableaux statistiques par Mr. l'Académicien *Storch* 1795. — La Monarchie de Russie par B. de *Wichman* Leipzig 1813. — Description statistique de l'Empire de Russie par E. *Sueblovski* 2de éd: 1815. — Tableaux de l'Empire de Russie par C. *Arsenief* 1818. — La Russie et l'Empire de Russie par C. M. de *Brömsen* Berlin 1819.

sons. D'abord les grandes forêts, les grands lacs et marais, les terres incultes sont toujours moins exactement mesurées à l'arpentage général que les terres labourables, comme aussi le terrain sous les voies et chemins et sous les villes et bourgs, et puis les arpenteurs n'ont pas toujours les moiens d'evaluer les élévations comme les Ingénieurs géographes qui ont travaillés conformement les principes de la projection des Cartes, qui ont mis à profit les Observatiens astronomiques et qui ont eu à leur disposition tous les trésors du Dépot des Cartes. Mais d'où provient le minus à des Gouvernemens dont les limites sont restées les mêmes? Pourquoi Resan a t-il perdu 16 milles carrées d'après la grande Carte, Nigegorod 7 et Kasan 15? Les moiens ont assurement été plus grands à la composition de la grande Carte. Nigegorod et Kasan sont des Gouvernemens boisés, Resan a outre ses grandes forêts encore des marais considerables et d'après la régle générale l'Arpentage auroit dû leur donner moins d'étendue. Peut-être que si le grand Astronome qui a calculé la Carte de 1795 entreprendroit nn pareil travail sur la grande Carte, ces differences disparoitroient. Peut-être y a t-il erreur dans le total de l'Arpentage. Enfin il faudroit le concours de plusieurs Autorités et de plusieurs savans pour determiner l'étendue des Gouvernemens de l'Empire de Russie.

En comparant le total des données de 1795 avec les resultats de l'Arpentage il faut deduire des derniers Vilna et du premier la Podolie reste pour l'étendue de la Carte de 1795 34603 m. c. et pour l'Arpentage 30653, différence de 3950 m. c. encore plus considerable que celle entre l'Arpentage et la Carte detaillée.

En comparant le total des données de 1795 aux résultats du Calcul préalable sur la grande Carte, il faut deduire de ces derniers 1984 m. c. pour les Gouvernemens de Vilna et de Grodno et pour le district de Bialystok, reste un total de 33603 différence de

2309 m. c. toujours très considerable. Cette différence setrouve surtont dans les Gouvernemens du Nord, du Nord Ouest et du Sud Est: depuis Jaroslaw, Pskow, Novgorod, par Olonetz Wologda, Woronesch, Nigegorod, Pensa et la Podolie.

La Carte de cent feiulles a été projettée sur une échelle beaucoup plus grande et les Observations Astronomiques ont beaucoup augmentées depuis 1795; mais mon calcul préalable sur la grande Carte est assurement bien inferieur à celui de la Carte de 1795. D'où il resulte combien il seroit à désirer pour les progrès de la Statistique de l'Empire de Russie qu'un calcul tout aussi exact fut fait sur la Carte de 1804 comme il a été executé sur celle de 1795! —

Quant aux auteurs que j'ai cité il n'y a aucun doute sur la principale source d'où ils ont puisé leurs données, je ne saurois porter aucun jugement sur les données qui leurs sont particulières et je n'ai aucune observation à faire sur les petits changemens portés au premier total.

II. *Gouvernemens où l'arpentage n'a pas été terminé ou n'a pas eu lieu.*

Gouvernemens	Etendue en milles carrées						
	d'après des cart. originales	d'après la grande carte	d'apr M^{r}. Storch 1795	Wichmann 1813	Saeblovski 1815	Arsenief 1818	Brömsen 1819
29. Simbirsk -	1298	1395	1402	1402	1402	1400	1402
30. Waetka -	2757	2683	2221	2221	2280—	3400—	2221
31.* Tschernigow	879	1100	462	996—	850—	850	996
32.* Poltawa -	786	1015	—	738—	875—	875	738
33.* Catherinoslaw	1248	1256	2466	1510—	860—	1500	1510
34.* Cherson -	1239	1664	—	904—	1400—	1400	904
35.* La Tauride	—	1541	1025	1025	2026—	2040	1025
36.* La Caucasie	1613	1923	5742	2600—	1750—	1750	2600
37.* Astrachan -	4129	5208	—	3142—	4000—	4000	3142
38.* Saratow -	3736	3752	4292	4292	4300	5070—	3142?
39. Orenbourg	5510	5546	5626	5626	5626	5625	5626
40. Perme -	5997	5855	5954	5954	3955?	5000—	5954
41. Archangel -	15426	—	11970	11970	12000	12000	12970—
42. L'Esthlande	324	344	304	304	404?	400	304
43. La Livonie	—	823	938	938	938	1000—	938
44.* La Courlande	474	516	—	335—	780—	475—	335
45.* Kiew -	—	936	584	703—	865-	865	703
46.* La Volhynie	—	1353	1117	1353—	1300—	1675—	1353
47.* L'ancin Gouv. de Finlande.	620	661	781	781	781	—	781
48.* Tobolsk -	—	—	—	16813—	28500—	28500	29163—
49.* Tomsk -	—	—	—	68573—	56924-	57000	56223
50. Irkoutzk -	—	—	126460	126460	124460?	126000	126460
2. Les terres des Cosaques du Don	—	2856	3611	3611	3600	2600	—

Le total de 14 Gouvernemens à comparer d'après les Cartes et les atlas originaux envoyés des Gouvernemens, avec la grande Carte est d'après les premièrs de 30610 milles carrées. Celui de la grande Carte sur les mèmes Gouvernemens est de 32,918, difference de 2308 milles carrées.

Il est à remarquer que la différence n'est pas sensible à plusieurs Gouvernemens très étendus et moins cultivés, comme à Saratow, Orenbourg et Catherinoslaw, mais très forte à d'autres demoindre grandeur et plus anciennement cultivés, comme à Tschernigow, Poltawa et Simbirsk. Quant à Cherson et la Caucasie elle est très grande mais il y a eu de changemens de limites. Mais d'où vient-il

que Perme est de 142 milles carées moins étendu sur la grande Carte que sur les Cartes originales des Gouvernemens, et que ce calcul est assez bien confirmé par celui fait sur la Carte de 1795? Waetka voisine de Perme se trouve dans le même cas. Et comment expliquer les différences sensibles sur l'étendue de Gouvernemens beaucoup moins étendus, cultivés depuis long tems et dans le voisinage de St. Petersbourg, comme l'Esthlande, la Courlande et la Finlande?

Les résultats de la Carte de 1795 sur l'étendue de 14 Gouvernemens où elle a pu être comparée avec la Carte à cent feuilles donnent le total de 32,814 milles carrées, ceux de cette derniere un total de 29,668, différence de 3,146 milles carrées. Il est à remarquer que le résultat de la Carte de 1795 repond à celui des Cartes originales sur ces Gouvernemens. — La même somme se trouve pour la Volhynie à la grande Carte et chez M. *Wichman*, hazard bien curieux. La filiation de Auteurs est moins grande pour les Gouvernemens non arpentés, mais les disparates sont d'autant plus grandes.

Quand apprendront les statisticiens l'étendue de cet immense Empire? Quand la somme de ses forces physiques et morales? — Nous les augurons par leurs effets étonnans que l'histoire nous apprend. Nous en serions moins etonnés, si un tableau statistique, mais corps et âme, et plus approchant de la verité que tout ce que nous pouvons encore posséder malgré tous nos efforts isolés, s'offriroit à nos yeux!

DE LA CONSOMMATION PRODUCTIVE

OU DU CAPITAL.

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 27. Févr. 1822.

Consommer c'est *détruire*. Dans le langage vulgaire ce mot ne s'applique qu'aux objets matériels ; mais il en est autrement en économie publique. Ici, l'idée de la consommation est opposée à celle de la production et doit lui répondre. Or la production consiste à créer des choses utiles et ayant une valeur, n'importe qu'elles soient matérielles ou immatérielles : d'où il s'ensuit, 1°. que le mot de consommation est également applicable aux produits de l'une et de l'autre espèce; et 2°. que tout produit, sans égard à sa durée, doit être regardé comme étant consommé, du moment qu'on cesse de le trouver utile ou de lui attribuer de la valeur.

Ainsi les produits peuvent se consommer de deux manières : d'abord *par leur destruction ;* car en cessant d'exister, ils cessent aussi d'être utiles et d'avoir de la valeur ; ensuite *par le changement de notre opinion à leur égard*, quand nous cessons de les trouver utiles. Un vêtement, par exemple, est consommé de la première manière, quand il est usé au point qu'on ne peut plus s'en servir; il l'est de la seconde, quand on en est dégoûté et que personne ne veut plus le porter. De même le talent d'un homme est consommé de la première manière, quand il s'anéantit avec la vieillesse ou la mort de celui qui le possède; et de la seconde, quand personne ne veut plus l'employer.

La plupart des produits sont consommés de la première manière, c'est-à-dire par leur destruction. Le changement de notre opinion à leur égard n'en consomme que fort peu, car du moment qu'un genre de produits cesse d'être utile ou d'avoir de la valeur, on cesse aussi d'en produire de ce genre : l'opinion ne peut donc consommer que les produits qui existent déjà et qui ont quelque durée. Ceux-ci même ne sont pas entièrement consommés par l'opinion ; car puisqu'elle ne change pas dans tous les individus à la fois, un produit que tel individu ne trouve plus utile, peut encore paraître très-utile à tel autre et conserver ainsi de la valeur, quand même il n'en conserverait toute celle qu'il avait eue précédemment.

Quant à la *destruction* des produits, elle a deux causes: *leur nature périssable* et *l'usage qu'on en fait*. La première est toujours active ; l'autre ne l'est pas dans tous les cas. Lorsque plusieurs produits immatériels disparaissent au moment même de leur création ; lorsque les arbres d'un jardin périssent, ou que la mort enlève des animaux bien soignés, dont le vie n'est point abrégée par des travaux pénibles; lorsque des monumens publics, des objets de la nature et de l'art qu'on rassemble seulement pour les contempler, se dégradent: la destruction de ces objets peut-elle être attribuée à l'usage qu'on en fait? N'y a-t-il pas même des cas où les objets, loin de se détruire par l'usage, se conservent et s'améliorent au contraire par celui qu'on en fait, supposé que ce soit un usage convenable? Les connaissances et les talens des hommes ne gagnent-ils pas à être employés? Une maison qu'on habite ne se conserve-t-elle pas mieux qu'une autre qui est abandonnée? Le violon dont le musicien s'est servi, n'est-il pas préférable à celui qui sort des mains de l'ouvrier?

Ainsi, faire usage des produits, ce n'est pas toujours les détruire ou les consommer. Si cependant l'économie publique confond ces deux idées ; si tous les usages indifféremment sont compris sous

le nom de consommations, et toutes les personnes qui les font sous celui de consommateurs, c'est qu'il est indifférent pour la science, et même pour le consommateur, que ce soit lui ou la nature qui détruit les produits, puisqu'il doit toujours en supporter la perte, et qu'il faut également les reproduire dans l'un de ces cas comme dans l'autre, supposé que le même besoin doive être constamment satisfait.

On voit que tous les produits voués à l'usage sont nécessairement détruits; mais ils ne le sont pas tous dans le même espace de tems: la nature des produits et l'usage qu'on en fait, y mettent de grandes différences. Tels objets n'ont presqu'aucune durée, comme les produits du travail des domestiques, les fruits, les fleurs &c.; tels autres ne peuvent remplir leur destination sans être immédiatement et complètement détruits, comme les alimens préparés. En revanche il y a des objets dont on peut faire usage durant toute sa vie, comme les connaissances et les talens qu'on possède; il y en a même qui peuvent être utiles à plusieurs générations, comme les bâtimens, les jardins, les ouvrages de sculpture, les tableaux, les livres, les monnaies, les ornemens composés et pierres et de métaux précieux. La destruction lente qu'éprouvent les produits durables, s'appelle leur *déchet*.

Une observation digne de remarque, c'est que la destruction des objets matériels n'est proprement qu'une destruction de formes et non pas de matière. Donc si la matière est consommée sous telle forme, elle peut encore servir sous telle autre. Les alimens consommés deviennent utiles comme engrais, le linge usé comme chiffons, le bois brûlé comme cendres &c. Si l'homme ne sait plus tirer parti des objets qu'il a consommés, la nature se charge de leur donner de nouvelles formes, et c'est ainsi que la même masse de matière, par les différentes combinaisons seules de ses élémens, suffit pour satisfaire aux besoins sans cesse renaissans de l'homme, quelque variés et multipliés qu'ils puissent être.

Resterait à expliquer ce qu'il faut entendre par la *consommation productive ;* mais comme cette notion se trouve comprise dans celle du travail productif que nous avons déjà déterminée, il suffit d'y renvoyer les lecteurs (*).

C'est à *Smith* qu'appartient le mérite d'avoir le premier reconnu, que ce n'est pas la matière, mais l'utilité ou la valeur qui constitue les produits ; qu'en conséquence l'idée de leur consommation se fonde sur la destruction de ces qualités, et non sur celle de la matière dont ils sont composés, laquelle d'ailleurs ne fait que changer de formes sans se détruire. Comment cette grande vérité ne l'a-t-elle pas conduit à rectifier ses idées sur la production? C'est un problème d'autant plus difficile à résoudre, que ses notions sur la consommation leur sont absolument contraires; car bien qu'il suppose qu'on ne saurait *produire* de l'utilité ou de la valeur que dans des objets matériels, il convient qu'on peut les *consommer* lors même qu'elles ne se trouvent point revêtues de formes matérielles, c'est-à-dire lorsqu'elles sont le résultat de services. Il est vrai que, pour affaiblir en quelque sorte l'évidence de cette contradiction, il n'appelle *consommation* (consumption) que celle qui se fait en produits matériels, donnant à l'autre le nom de *dépense* (expence). Mais les noms ne changent pas la chose, et ceux-ci valent bien l'un l'autre ; car de même que la consommation d'un produit matériel qu'il faut payer, est une dépense, on peut aussi regarder la dépense qu'on fait pour payer les services, comme la consommation de ces services ou comme celle de leurs produits. Encore *Smith* n'est-il pas toujours fidèle à la signification qu'il attribue à ces termes, puisque souvent, sous le nom de *dépense* il comprend généralement toute *dépense improductive*, encore qu'elle se fasse en produits matériels, et qu'une fois il la dé-

(*) Voyez ces Mémoires, T. VIII, p. 477.

finit même par *l'emploi du revenu*, opposant ainsi cet emploi infructeux à celui du *capital* (*).

Quant à la notion que *Smith* nous donne de la *consommation productive*, il est presqu'inutile d'observer qu'il la borne à celle seulement dont la valeur se rétablit en produits matériels. Mais ce n'est pas tout: il en exclut encore toutes les consommations que les producteurs font pour contenter immédiatement leurs besoins, quelqu'indispensables que ces consommations soient à leur existence et à la conservation de leurs facultés productives. Comme nous serons obligés de revenir sur cette notion, nous réservons pour la suite de prouver à quel point elle est fausse.

De ce que l'homme doit nécessairement consommer pour produire et avant même de produire, il s'ensuit que toute production humaine n'est qu'une reproduction, et qu'originairement l'homme ne pourrait rien produire, si la nature ne lui fournissait pas spontanément les produits dont il a besoin pour sa consommation primitive. Originairement c'est donc la nature seule qui produit: la production de l'homme ne commence que lorsque son travail remplace les objets consommés et qu'il les multiplie.

La portion de son revenu qu'une nation consomme productivement ou qu'elle emploie à produire, s'appelle son *capital*. Il est important de bien saisir cette notion, et surtout de ne pas confondre le capital d'une nation avec celui d'un individu; car les différences qui les distinguent sont très-essentielles, comme on peut s'en convaincre par les observations suivantes:

(*) Wealth of Nations, B. II, Ch. III. (Vol. II, p. 7.)

1°. Par rapport à la nation, le caractère essentiel du capital c'est l'*utilité* des produits qui le constituent : pour l'individu c'est leur *valeur*. Tel capital d'un individu n'est guère autre chose qu'une valeur, puisque les produits qui ont fait naître cette valeur, se trouvent consommés sans reproduction. Les rentes sur l'État en fournissent quelquefois des exemples.

2°. Le capital national ne donne jamais de revenu que *par le travail de son possesseur*, c'est-à-dire de la nation : un individu, lorsqu'il prête son capital à d'autres, en peut tirer un revenu *sans travailler lui-même*. Il s'ensuit que le premier n'est qu'une *source de revenu*, tandis que le second est une véritable *fortune*.

3°. Le capital national est *toujours productif;* car s'il cessait de l'être, il cesserait d'être capital : celui de l'individu, au contraire, est *souvent improductif*. Prêté à d'autres individus, et consommé infructueusement par ceux-ci, il n'en reste pas moins un capital pour le créancier, supposé que les intérêts soient payés et que le remboursement se fasse.

4°. Le capital national, se composant de produits, ne peut ni naître ni s'augmenter que par la *consommation* qui s'en fait : l'autre, formant simplement une valeur, a besoin d'être *accumulé* pour cet effet. L'individu n'est pas forcé de consommer tout son revenu; il peut en épargner une partie, la prêter à d'autres et leur en abondonner la censommation. Mais une nation est réduite à consommer elle-même son revenu, et à le consommer tout entier, puisqu'autrement sa production surpasserait sa consommation, ce qui à la longue est tout aussi impossible que si l'on supposait le contraire. Le seul cas où une nation puisse épargner une partie de son revenu, c'est lorsqu'elle en prête la valeur à d'autres nations ; et alors même le revenu ultérieur ou la rente qu'elle en retire, doit être consommée dans l'intérieur, si elle ne peut être de

nouveau prêtée aux étrangers ; car dans le cas d'une nation il est tout aussi impossible de supposer un revenu sans consommation, qu'une consommation sans revenu.

5°. Puisque le revenu national ne consiste qu'en produits, il est évident qu'on ne saurait le regarder comme remplacé, que lorsque le capital est parvenu à créer *une masse de produits égale en diversité comme en quantité et en qualité à celle qui a été consommée.* Pour que le revenu d'un individu soit jugé remplacé, il suffit que le capital ait servi à créer *des produits d'une égale valeur*, fussent-ils même inférieurs aux produits consommés sous tous les rapports indiqués.

6°. Enfin le capital national n'est qu'un *revenu qui a besoin d'être constamment renouvelé :* l'autre est une véritable *fortune, dont la durée n'a point de limites qu'on puisse assigner.*

Toutes ces différences n'étant proprement que les résultats de la première, le développement que celle-ci en a reçu peut servir à cofirmer le principe que nous avons antérieurement établi, relativement à la nécessité qu'il y a de considérer le revenu national sous les deux points de vue de la nation et des individus (*).

Le capital national se divise en deux branches principales, suivant qu'il se compose de produits matériels ou de produits immatériels: nous les appellerons le *capital réel* et le *capital personnel.* Tous les deux sont également indispensables à la production: l'entrepreneur doit être immanquablement pourvu du premier, comme le travailleur du second. Lorsque les entreprises sont dirigées par ceux qui les font, l'entrepreneur devenant encore travailleur, il ne peut se passer ni de l'un ni de l'autre. L'analyse de ces deux branches du capital fera le sujet des Mémoires que j'aurai l'honneur de présenter à l'Académie, à la suite de celui-ci.

(*) Voyez ces Mémoires, T. VIII, p. 421.

ANALYSE DU CAPITAL RÉEL,

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 14 Août 1822.

Le *capital réel* d'une nation est ou *fixe* ou *circulant*. Le premier ne donne un revenu aux entrepreneurs qu'autant qu'il reste dans leur possession et qu'il conserve son emploi; l'autre, au contraire, ne leur en donne que lorsqu'ils s'en désaississent et qu'ils le mettent en circulation.

Les produits qui forment le *capital fixe*, peuvent être compris sous trois espèces:

1°. Les *améliorations foncières*, c'est-à-dire tout ce qu'on a fait pour défricher, enclore, dessècher et fertiliser les terres en culture, nettoyer et partager en coupes les forèts, ouvrir et rendre accessibles les mines; en un mot, tous les travaux qu'on a exécutés pour rendre le sol susceptible d'être cultivé ou exploité.

2°. Les *constructions nécessaires à la production, et qui lui sonte xclusivement destinées*, telles que les étables, les granges, les usines, les ateliers, les boutiques, les bourses des marchands, les routes, les ponts, les canaux de navigation, les ports de commerce, les édifices nécessaires aux écoles, aux tribunaux, les temples, les arsenaux, les forteresses, les ports militaires etc.

3°. Les *outils* qui sont indispensables aux différens travaux, ou qui en rendent l'exercice plus facile et plus expéditif. Tels sont, pour le cultivateur, la charrue et le bœuf qui la traîne; pour l'artisan, les instrumens de métier et les machines dont il se sert; pour le commerçant, les navires et l'appareil du roulier; pour le militaire, les armes et les chevaux; pour le savant, les livres et les instrumens scientifiques.

Les produits qui constituent le *capital circulant*, se réduisent aux quatre chefs suivans :

1°. Les *moyens de subsistance pour les travailleurs*, comme le logement, le vêtement, la nourriture, les meubles, le combustible etc. qui leur sont nécessaires.

2°. Les *matières*, ouvrées ou brutes, que le travailleur doit employer pour fournir de nouveaux produits. Telles sont, pour le cultivateur, les semences et les fourrages; pour l'artisan, les matériaux qu'il détruit et les matières premières dont il change la forme; pour le militaire, les munitions de guerre; pour le sculpteur, le marbre et l'airain ; pour le peintre, la toile et les couleurs; pour le médecin et le chimiste, les drogues qu'ils employent etc.

3°. Tous les produits achevés par leurs producteurs et destinés à être vendus aux consommateurs, en un mot, toutes les *marchandises*. Elles sont pour le commerce, ce que les matières sont pour l'agriculture et les manufactures.

4°. Le *numéraire*, comme moyen de circulation, par lequel les marchandises ainsi que les travaux parviennent à s'échanger les uns contre les autres.

Tels sont les élémens dont se compose le capital réel d'une nation. Pour l'individu, un pareil capital est toujours une *fortune*, parce que sa possession le met en état d'en tirer un revenu sans avoir besoin de travailler lui-même; pour la nation ce n'est qu'un *revenu*, puisque le capital cesserait d'exister, du moment que la nation cesserait de l'employer à la reproduction. Il est vrai que les capitaux qui sont prêtés à l'étranger, n'exigent point le travail de la nation pour les rendre fructueux ; mais comme il n'y a que les peuples les plus riches qui se trouvent dans ce cas, et que ceux-ci même ne prêtent à l'étranger que la moindre partie de leurs capitaux, on voit bien que cette exception ne détruit point la règle.

Les individus qui possèdent un capital réel, soit sa valeur en numéraire, sont appellés *capitalistes;* s'ils dirigent eux-mêmes l'emploi de leurs capitaux, ils deviennent *entrepreneurs.* Voilà ce qui constitue la différence entre ceux-ci et les simples ouvriers. Les uns fournissent le capital réel qu'exige une entreprise; les autres n'y apportent que leur capital personnel. Ces derniers sont payés de leur travail d'après un prix convenu entre eux et l'entrepreneur; celui-ci, au contraire, tire seul le gain que donne l'entreprise, mais il en supporte aussi seul les pertes qui peuvent en résulter.

Vu la grandeur des entreprises, elles se rangent naturellement sous quatre espèces:

1°. *Celles qu'un entrepreneur fait seul et sans le secours d'aucun ouvrier.* Telles sont les entreprises d'une foule de petits propriétaires, fermiers, artisans, détailleurs, voituriers, ainsi que celles de la plupart des médecins, avocats, précepteurs, écrivains, artistes, domestiques etc., lorsqu'ils vivent de leurs pratiques, et non pas de salaires fixes.

2°. *Celles que les capitalistes font avec le secours d'ouvriers:* les cultivateurs, par exemple, avec l'aide de leurs journaliers; les artisans avec leurs compagnons et apprentis; les marchands avec leurs commis; les aubergistes avec leurs garçons et servantes; les maîtres de poste avec leurs postillions; les notaires et les avocats avec leurs écrivains; les chefs de pensionnats avec leurs gouverneurs et maitres; les directeurs de théâtre avec leus acteurs et musiciens etc.

3°. *Celles où plusieurs capitalistes se cotisent pour en fournir les fonds.* Telles sont les entreprises commerciales et autres, dont le capital est rassemblé par des actions.

4°. Enfin la plus grande de toutes les entreprises est *celle dont ce charge le gouvernement pour réaliser le but de l'État;*

car bien que les fonds qu'elle exige, soient annuellement fournis d'avance par les consommateurs de ses produits, cette circonstance n'empêche pas de la regarder comme une véritable entreprise, puisque la même chose arrive assez fréquemment dans les entreprises privées, comme nous le prouverons tout-à-l'heure.

On a vu que le capital réel fournit à la masse entière des travailleurs tous les produits matériels dont ils ont besoin, soit directement, soit indirectement, pour créer un nouveau revenu à la place de celui qui se consomme. Afin de s'expliquer comment ce capital se reproduit, il faut se rappeler que l'individu producteur ne considère que la *valeur* de ce qu'il consomme et de ce qu'il produit (*). Ainsi, quand les produits qui forment le capital, sont consommés de manière à reproduire la *valeur* qu'ils avaient, sous quelque forme que ce soit, le capital de l'individu est reproduit, et il peut de suite être employé à de nouvelles entreprises. Le même procédé peut se continuer pendant des siècles.

Tâchons de fixer nos idées par quelques exemples. La pièce de bois d'acajou dont cette table est faite, a peut-être perdu la moitié de son volume; mais le prix auquel la table s'est vendue, contient le prix de la pièce entière; il contient de plus le prix des autres matériaux qui sont entrés dans la composition de ce meuble, tels que les bronzes qui le décorent, le vernis qui a donné du lustre à sa surface, et jusqu'à la colle et aux clous qui ont servi à réunir ses différentes parties. Enfin il contient de même le prix des subsistances de toute espèce que l'ébéniste et ses ouvriers ont dû consommer pendant leur travail. Toutes ces choses constituent le capital *circulant* dont l'ébéniste a fait le sacrifice; mais comme leur prix lui est restitué par la vente du meuble, ce capital est rétabli, et l'artisan se trouve en état d'acheter de nouveau toutes ces choses, et de recommencer le même travail

(*) Voyez ces Mémoires, T. VIII. p. 420. §. 4.

ou un autre. Son capital *fixe* se rétablit de la même manière, à mesure qu'il se détruit. Le déchet de ses rabots, de ses scies et de ses limes entre successivement dans le prix des meubles que ces instrumens sont employés à produire, et il y trouve sa compensation de manière qu'au moment où ils sont usés, leur prix est rétabli en entier, et que l'artisan est en état de les remplacer par d'autres.

Lorsqu'un capital est consommé en services, pour fournir des produits immatériels, il se reproduit exactement de la même manière. Par exemple, une entreprise de théâtre doit-elle continuer: il faut qu'au bout de l'année elle ait restitué à l'entrepreneur le prix des subsistances qu'il a dû consommer lui-même, le prix de celles qu'il a dû fournir en argent aux acteurs, aux musiciens et aux gens de service, les frais de l'éclairage de la salle, enfin la valeur de toutes les choses qui forment le capital *circulant* d'une pareille entreprise; il faut de plus qu'elle ait remboursé le déchet de l'édifice, des décorations et des costumes, qui en constituent le capital *fixe*. Il est aisé d'appliquer cet exemple à toutes les entreprises du même genre: tant que leurs produits sont en demande, elles rétablissent aussi le prix du capital qu'elles consomment; et lorsqu'un produit cesse d'être demandé, le capital est employé à fournir d'autres produits.

On sent facilement que la *grandeur* d'un capital quelconque se détermine d'après sa *valeur*; or comme cette valeur s'exprime en numéraire, il n'est pas surprenant que le numéraire soit vulgairement pris pour le capital. Cependant, quelqu'excusable que soit cette illusion, il n'en importe pas moins de s'en défaire, si l'on veut avoir des idées justes sur le revenu national, et sur la manière dont il se forme et s'accroît. Les contrées les plus riches en métaux précieux, et qui en fournissent au monde entier, ne sont pas présisément celles où les capitaux abondent: preuve que ce n'est pas le numéraire seul qui constitue le capital.

La grandeur du capital réel dont un entrepreneur a besoin pour produire, varie à l'infini, non-seulement d'après les différens genres de production, mais encore d'après l'étendue des entreprises, comme *Smith* l'a montré par plusieurs exemples relativement aux entreprises industrielles. Dans celles qui fournissent des produits immatériels, si elles s'exécutent sans l'aide d'aucun ouvrier, le capital circulant se réduit pour la plupart aux seules avances que l'entrepreneur fait pour son entretien. Tel est, par exemple, le cas d'un médecin, d'un avocat, d'un précepteur, d'un auteur, ou pour varier nos exemples, celui d'un barbier, d'un coiffeur, d'un domestique de place, s'il vit de ses pratiques. L'encre et le papier, le savon, la poudre et les pommades que ces producteurs consomment, peuvent à peine compter pour un capital, à cause de leur peu de valeur (*). Leur capital fixe n'exige pas non plus des avances bien considérables, puisqu'on ne peut y comprendre que les objets qui leur sont immédiatemment nécessaires pour produire : ainsi le capital fixe d'un médecin se borne aux livres et aux instrumens de son métier ; celui d'un barbier, d'un coiffeur se réduit à ses rasoirs, ciseaux, et peignes. Lorsque de pareilles entreprises se font en grand, elles exigent naturellement un capital plus considérable à proportion, puisqu'alors il faut entretenir des ouvriers, se pourvoir d'un local plus vaste, rassembler plus de matériaux etc. Supposez au médecin un hôpital, à l'avocat un bureau, au précepteur une école, à l'écrivain la rédaction d'un journal, au barbier une boutique : il est clair que leurs avances seront plus considérables.

Parmi les entreprises destinées à fournir des produits immatériels, celle du gouvernement étant la plus vaste, elle exige aussi

---

(*) Quant aux médecins, les remèdes formeraient un article assez considérable de leur capital circulant, si le commerce et la préparation de ces drogues n'étaient pas l'objet d'un métier particulier.

les plus grands capitaux, surtout cette branche qui a pour objet de produire la sûreté extérieure. Dans aucune autre branche le nombre des employés n'égale celui de cette dernière; et conséquemment nulle-part les subsistances ne sont un article plus considérable. Ajoutez-y l'entretien des chevaux, ainsi qu'en tems de guerre la consommation des munitions, et vous aurez une idée du capital circulant qu'absorbe cette seule branche de l'entreprise du gouvernement. Et puis le capital fixe qu'elle exige! Qu'on songe aux bâtimens occupés par les bureaux d'administration, aux casernes, aux arsenaux, aux parcs d'artillerie, aux chevaux de monture et de trait, aux forteresses, aux chantiers, aux vaisseaux de guerre, aux ports militaires, aux magasins: quelle immense valeur accumulée dans tous ces objets!

Nous venons de voir que toute entreprise suppose un capital réel, quelque petit qu'il soit; mais il ne s'ensuit pas que ce capital doive appartenir en propre à l'entrepreneur qui l'emploie. Bien des entreprises se font entièrement avec des capitaux empruntés; il y en peu où le crédit n'entre pour rien. Lorsque les produits sont commandés par les consommateurs, ceux-ci avancent souvent aux producteurs les capitaux qui leur manquent. Rien de plus commun que de voir les pratiques des tailleurs, des cordonniers, des menuisiers, des carossiers &c. fournir à ces artisans, soit les matériaux qu'ils doivent confectionner, soit des sommes d'argent qui les mettent en état de les acheter. De la même manière on prête aux avocats, aux professeurs, aux entrepreneurs d'écoles ou de spectacles, le capital qui leur manque, en leur payant d'avance une partie du prix dont on est convenu avec eux pour les produits qu'ils doivent fournir. Mais c'est surtout dans la grande entreprise du gouvernement que cette méthode se pratique, aucun gouvernement n'étant assez riche pour faire aller une entreprise si coûteuse, sans se faire avancer le prix de ses produits par ceux qui doivent les consommer, c'est-à-dire par tous les contribuables.

ANALYSE DU CAPITAL PERSONNEL.

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 19. Février 1823.

Tout le monde convient que le *capital* n'est autre chose qu'une *masse de produits employés à la reproduction;* mais on n'y comprend ordinairement que les produits matériels. Cependant, comme il en existe aussi d'immatériels, que ceux-ci ont pour la plupart la même destination, et qu'alors leur valeur se reproduit également à mesure qu'ils sont consommés, c'est une inconséquence que de les exclure de l'idée du capital, pour la seule raison qu'ils sont immatériels.

Le fait qu'il existe de pareils produits, ne saurait être contesté. Deux espèces distinctes s'en présentent à l'esprit de l'observateur.

La première comprend les *facultés naturelles et acquises de l'homme*, qui sont le résultat de son éducation ou des services qu'on lui a rendus à cet effet, ainsi que des subsistances qu'on lui a fournies pendant son éducation. Lorsque ces facultés sont employées à produire, elles constituent pour celui qui les possède un *capital personnel* qu'on peut appeler *fixe*, et qui a la plus grande analogie avec cet élément du capital réel connu sous le nom d'*améliorations foncières*.

La seconde espèce embrasse les *produits immatériels d'une existence transitoire*, en tant que la consommation qu'on en fait devient utile à la production. Dans ce cas ils forment un capital

personnel qu'on peut appeler *circulant*, et qui est très-analogue à cet élément du capital réel qu'on désigne par le nom de *subsistances*.

Mais quelque bien fondée que soit l'idée du capital personnel, l'individu qui ne possède qu'un tel capital ne saurait être appelé capitaliste. Relativement aux *individus* (comme nous l'avons déjà observé ailleurs) l'idée du *capital* est constamment liée à celle d'une *fortune*, c'est à-dire d'une source de revenu indépendante du travail de son possesseur; or le capital personnel n'est point une source pareille. À l'égard de la *nation*, au contraire, cette différence disparaît; car pour une nation le capital réel lui-même ne constitue jamais une fortune, puisqu'il faut toujours le travail de la nation pour le faire valoir. Ainsi, en fait d'Économie publique, rien n'empêche de regarder l'un et l'autre sous le même point de vue et de leur donner le même nom. Tous les deux sont également des capitaux ou des revenus qui, par leur application ou par la manière dont ils sont consommés, deviennent à leur tour des sources de revenus.

Le mécanisme par lequel la valeur du capital personnel se reproduit, est exactement le même que nous avons fait connaître à l'égard de l'autre. S'agit-il du capital *circulant*: il suffit que le prix des produits consommés soit restitué au consommateur dans le prix de ses propres produits; par exemple, que les sommes qu'il a payées au gouvernement pour sa sûreté, à la poste pour ses voyages ou sa correspondance, à ses domestiques pour le tems qu'ils lui ont épargné par leurs services, que ces sommes, dis-je, lui rentrent par le prix qu'obtiennent à la vente ses propres services ou les produits matériels de son industrie. Or, dans la règle, cette restitution a réellement lieu, toutes les fois que les dépenses ont été nécessaires pour fournir un produit qui est en demande; s'il n'en était pas ainsi, le producteur qui ne vit que de

son travail et qui fait ces dépenses, d'où prendrait-il les moyens de les faire? On peut donc établir avec certitude, que dans tous les métiers où la totalité des producteurs peut acheter certains services, les produits de ces services font partie du capital nécessaire à ces métiers.

Le capital *fixe* du producteur se rétablit de la même manière, avec cette différence que le prix de son travail ou du produit matériel de ce travail ne lui rembourse chaque année qu'une partie des frais de son éducation, de sorte qu'en admettant une vie de moyenne durée, ces frais lui sont complètement remboursés à l'époque où ses facultés cessent de lui être utiles. Si cette compensation n'est pas toujours exacte pour l'individu, elle l'est certainement pour la totalité des producteurs; car si quelques-uns meurent ou se voient privés de leurs facultés avant le terme moyen de la vie, d'autres les conservent au-delà, et ils gagnent ce que ceux-là perdent. La meilleure preuve de ce que les choses se passent ainsi, c'est que, dans la supposition contraire, les neuf dixièmes des producteurs seraient absolument hors d'état d'élever leurs enfans; et on voit qu'ils les élèvent. Quelles que soient les inégalités qui surviennent dans la compensation des frais d'éducation, il faut bien qu'en général cette compensation soit suffisante, puisque dans tous les pays où le peuple n'est pas dans une situation retrograde, nous voyons constamment des jeunes travailleurs remplacer les veillards, non-seulement pour le nombre, mais aussi pour les facultés acquises qu'ils apportent au travail.

Voilà comment le capital personnel et fixe se rétablit relativement à sa *valeur;* quant aux *produits* qui le composent, ils se perpétuent encore de la même manière que ceux qui constituent le capital réel et fixe. De même que le prix rétabli des outils met un producteur en état de remplacer par de nouveaux ceux qui sont usés, de même aussi le prix rétabli de son éducation lui permet

de donner à quelqu'autre individu une éducation pareille à celle qu'il a reçue, de sorte qu'il peut en être remplacé comme producteur.

Il y a bien cette différence, qu'un individu qui remplace ses outils usés, se prépare un revenu à lui-même, tandis que celui qui élève un autre individu, en prépare à celui-ci; mais dans ce cas les sentimens de la nature se substituent à l'intérêt pécuniaire pour empêcher le capital personnel de s'éteindre. Ce n'est pas à l'éducation d'un étranger que le producteur consacre la valeur rétablie de sa propre éducation: c'est à celle de son fils, de l'héritier naturel de toute sa fortune; et quel est le père qui ne sente pas l'obligation de transmettre à son enfant les mêmes moyens d'existence qui lui avaient été transmis par ses parens, une valeur dont il est l'usufruitier plutôt que le possesseur? Avec de tels motifs il n'est pas à craindre que cette valeur et le travail qu'elle met en mouvement, soient jamais détournés de leur destination primitive, ou que l'éducation de la génération future soit sacrifiée à l'égoisme de la génération actuelle. D'ailleurs l'expérience nous rassure suffisamment contre cette crainte. Loin de négliger l'éducation du seul enfant que les pères peuvent élever moyennant le capital placé dans leur propre éducation; on les voit ordinairement en élever plusieurs, et souvent mieux qu'ils ne l'ont été eux-mêmes; dépenses qu'ils font sur leur revenu net, et qui, si celui-ci est modique, les assujetit à des privations bien pénibles.

Parmi les nombreuses analogies que nous offrent les deux genres de capitaux, il en est encore une qui mérite d'être relevée: c'est que le capital personnel est susceptible d'être emprunté comme l'autre. À l'egard du capital circulant cette circonstance est palpable; car ce capital n'étant autre chose que les services dont le producteur a besoin pour produire, il est clair que celui qui loue ces services, ne fait qu'emprunter les facultés de ceux qui les font. Quant au capital fixe, l'*ouvrier* sans doute ne saurait emprunter

celui dont il a besoin, puisque ce serait substituer un autre travailleur à sa place et cesser de l'être soi-même ; mais il n'en est pas ainsi de l'*entrepreneur*. Un capitaliste qui veut faire une entreprise, s'il est dépourvu des talens ou des connaissances qu'elle exige, peut en confier l'exécution à tel autre individu qui les possède. Il serait à la vérité plus avantageux pour lui de posséder lui-même ces facultés; mais leur défaut n'est point un obstacle à la réussite de son entreprise, pourvu qu'il trouve des personnes douées de ces facultés et disposées à les lui prêter.

Tout ceci est applicable à la nation plus encore qu'aux individus. De même qu'une nation qui veut produire est obligée de se procurer ailleurs les outils, les machines et les matières dont elle est dépourvue, elle peut encore obtenir dans l'étranger les facultés personnelles et les services qui lui manquent, si elle reçoit dans son sein les individus qui possèdent les unes et qui peuvent lui fournir les autres. Ces étrangers restent-ils dans le pays et communiquent-ils leurs facultés aux indigènes, le capital que constituent ces facultés est acquis pour la nation et devient sa propriété; dans la supposition contraire il n'est qu'emprunté, et la nation se voit obligée de renouveler l'emprunt si elle veut continuer la production des mêmes objets.

Vu la grandeur du capital personnel et *fixe* qu'exigent les différens travaux productifs, ceux-ci peuvent se ranger sous trois classes principales:

1°. Les travaux qui ne demandent que les *facultés naturelles* de l'homme, sans autre développement que celui qu'elles accquièrent par l'usage le plus commun qu'on en fait. La *valeur* d'un pareil capital est la moindre que puisse avoir un capital personnel et fixe: elle se borne à la somme que constituent les frais d'entretien de l'individu pendant son enfance et jusqu'à l'époque où il devient travailleur. Personne ne peut se passer d'un tel capital, à

moins de vivre du travail d'autrui, comme c'est le cas des enfans, des vieillards, des hébétés, des infirmes &c.

2°. Les travaux qui, outre les facultés naturelles, exigent encore une *instruction préalable*, *mais seulement mécanique et routinière*, comme les travaux ordinaires du cultivateur, de l'artisan, du marin, du marchand-détailleur &c. En supposant le travail dégagé de toutes les entraves, la *valeur* d'un pareil capital ne peut guère surpasser de beaucoup celle d'un capital de la classe précédente. L'instruction mécanique se borne ordinairement à l'exemple que le maître donne à ses apprentis, en travaillant, non pour eux, mais pour son propre profit; donc elle ne lui coûte ni beaucoup de tems ni beaucoup de peine. Quant à l'entretien de l'apprenti, les frais qu'il occasionne au maître se trouvent compensés dans la règle par le travail que le premier fait pour l'autre; car si dans les commencemens de l'apprentissage, la valeur du travail de l'apprenti ne suffit pas pour couvrir cette dépense, il faut considérer que vers la fin elle l'excède régulièrement.

3°. Enfin les travaux qui, outre les facultés naturelles, exigent encore une *instruction préalable*, *savante ou intellectuelle*, *plus ou moins étendue et plus ou moins longue*. De ce nombre sont les travaux des entrepreneurs dans plusieurs métiers, surtout lorsqu'ils étendent leurs opérations au-delà de la sphère commune, ceux des artistes, des avocats, des médecins, des instituteurs, des ecclésiastiques, des magistrats, des chefs militaires &c. La *valeur* d'un pareil capital se compose en partie des frais d'entretien pendant la durée des études, et en partie des frais de l'instruction reçue; elle varie suivant que ces études ont été plus ou moins longues et que l'instruction a été plus ou moins difficile.

Le capital personnel et *circulant* dont un producteur a besoin, se règle pour la plupart sur le capital fixe. Dans les occu-

pations qui n'exigent que des facultés naturelles, ou tout au plus une instruction mécanique et routinière, les services nécessaires au producteur se réduisent à un très-petit nombre. Tels sont ceux que le gouvernement lui fournit pour assurer sa sûreté personnelle, les secours que le médecin lui prête dans ses maladies, ceux qu'il reçoit de sa femme dans la liaison conjugale, enfin les services dans lesquels il puise de l'instruction et des consolations religieuses ; car les besoins indispensables du travailleur, même du simple ouvrier, sont ceux d'un homme, c'est-à-dire d'un être sensible et intelligent, qui ne peut se passer de quelque nourriture pour son coeur et sa raison, sans perdre les qualités les plus essentielles qui constituent le bon travailleur. Quant à la liaison conjugale, les frais qu'elle occasionne doivent être considérés d'autant plus comme faisant partie du capital, que c'est la femme du producteur qui se charge des soins du ménage, et que, si elle lui manquait, il aurait moins de tems à donner à ses occupations productives, ou serait obligé de louer les services dont elle s'aquitte dans la maison. Il est vrai que la femme du simple ouvrier gagne communément par son travail vendable une partie de ce que coûte son entretien; mais comme cette ressource est souvent précaire, surtout lorsque les mariages sont fertiles, il paraît plus convenable de ranger l'entretien de la femme en totalité parmi les avances nécessaires ou le capital du producteur, et de considérer le gain de la femme, lorsqu'il y en a, comme un revenu net.

Dans les occupations qui supposent une instruction savante ou intellectuelle très-étendue, le producteur a non-seulement besoin de tous les services que nous venons de citer, et dans une extension plus grande, mais il lui en faut encore plusieurs autres dont nous n'avons pas parlé. Le simple ouvrier ne sollicite la protection du gouvernement que pour sa personne et sa famille : l'entrepreneur la réclame encore pour ses capitaux ; or comme la propriété réelle est bien plus exposée à être envahie que celle des

personnes, et que la première est aussi bien plus difficile à garantir, il s'ensuit que la sûreté qu'obtient le capitaliste ou l'entrepreneur, est proportiennellement plus coûteuse que celle qu'obtient le simple ouvrier. Si celui-ci se voit privé par les soins de son ménage d'une partie de son tems, d'un tems qu'il consacre à des occupations mécaniques de peu de valeur, l'entrepreneur, l'artiste, le magistrat, le savant, y perdent non-seulement le tems, mais de plus le courage et les dispositions d'esprit nécessaires à leurs occupations intellectuelles et difficiles, dont la valeur est incomparablement plus grande: donc si l'un a besoin de quelques services pour conduire son petit ménage, combien n'en faut-il pas aux autres pour faire aller le leur? Des travaux intellectuels, des affaires compliquées, une grande responsabilité, exigent des efforts et sont accompagnés de peines qui épuisent l'ame autant que le corps: delà le besoin de se délasser et de se distraire par des amusemens variés, besoin qui est presque nul pour le simple ouvrier; delà aussi des indispositions plus fréquentes, qui rendent le secours du médecin plus souvent nécessaire. Le simple ouvrier se borne-t-il à chercher une femme qui puisse partager ses travaux et soigner les enfans qu'elle lui donnera: l'autre sent le besoin de trouver dans la sienne une compagne sensible et éclairée, capable de diriger ses affaires domestiques et de bien élever ses enfans; or comme une femme qui peut satisfaire à de telles prétentions réunit dans sa personne un capital très-considérable, on sent quelle valeur doivent avoir les services que son mari en obtient. Enfin, parmi les services dont la plupart des entrepreneurs ont besoin, il faut encore compter ceux que leurs voyages et leur correspondance pour affaires leur rendent nécessaires, et qui augmentent de beaucoup le capital circulant dont ils doivent être pourvus.

EXAMEN CRITIQUE

DE LA DOCTRINE D'ADAM SMITH,

RELATIVEMENT AU CAPITAL.

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 19. Mars 1823.

La théorie que nous venons d'exposer dans les trois Mémoires précédans, s'écarte sous plus d'un rapport de celle d'*Adam Smith*. Bien que cette dernière soit assez connue pour que nous n'ayons pas besoin de la reproduire, même en substance, nous devons cependant supposer que peu de lecteurs seront disposés à la rapprocher de la nôtre dans tous ses détails, et qu'il y en aura moins encore qui pourraient suppléer à la critique que notre travail nous a obligé d'exercer sur celui de notre devancier. Tels sont les motifs qui nous engagent à soumettre cette partie de sa doctrine à un nouvel examen, tâche qui nous fournira en même tems l'occasion de justifier nos principes, lorsqu'ils se trouveront être contraires à ceux de cet illustre écrivain.

Dans un système qui ne reconnaît d'autre revenu que le matériel, le mot *capital* ne peut être appliqué qu'aux fonds seulement qui se reproduisent par le travail industriel, à l'exclusion des services; mais pour ne laisser aucun doute à cet égard, *Smith* ne manque pas de déclarer positivement, qu'il n'y a guère de fonds productifs ou de capitaux que ceux employés dans l'agriculture, dans les manufactures et dans le commerce (*). Les personnes

(*) B. II., Ch. V. (Vol. II., p. 46.)

qui se sont donné la peine de lire nos Mémoires précédans, peuvent juger combien cette notion est insuffisante; adoptons-la néanmoins pour le moment; nous verrons que, même en considérant le capital dans le sens de *Smith*, on ne peut être entièrement d'accord avec lui sur la manière dont il le représente.

D'abord il ne trouve aucune différence entre les capitaux des individus et le capital national; toutefois nous croyons avoir montré qu'il en existe de très-essentielles (1). Il dit en termes clairs, que le capital national n'est que la somme des capitaux privés (2), et en conséquence il attribue au premier la même nature et les mêmes effets qu'ont les autres. Cette circonstance le rend souvent obscur et le fait tomber dans des contradictions. Dans un endroit, par exemple, il représente le capital comme un fonds qui ne se forme que par l'épargne et l'accumulation (3); dans un autre il soutient que le capital est régulièrement consommé, dans le même espace de tems que le fonds voué à la consommation improductive (4). Ces deux propositions sont également vraies; mais la première ne l'est que par rapport au capital de l'individu; la seconde l'est à l'égard du capital national. L'un se constitue de la *valeur* des produits, et sa source est l'épargne; l'autre se compose de *produits*, lesquels doivent être nécessairement consommés pour se reproduire avec augmentation. En attribuant au capital national le premier de ces caractères, *Smith* le confond avec le capital de l'individu, ne se doutant pas que cela le mènerait à se contredire lui-même. Nous aurons dans la suite plus d'une occasion de relever les erreurs auxquelles *Smith* s'est laissé entraîner, faute d'avoir nettement distingué ces deux espèces de capitaux.

---

(1) Voyez ci-dessus, p. 498.

(2) The general Stock of any country or society is the same with that of all its inhabitants or members. B. II, Ch. I. (Vol. I, p. 414.)

(3) Ibid. (p. 410.)

(4) B. II, Ch. III. (Vol. II, p. 14.)

Après cette observation générale, passons à l'analyse des produits qui, dans la doctrine de *Smith*, constituent le *capital réel;* car bien qu'il ait confondu celui-ci avec l'autre, ce n'est pas une raison pour nous de l'imiter dans ce point. En excluant donc du capital *fixe* les facultés utiles des travailleurs que *Smith* y comprend, cette branche du capital national se compose chez lui comme chez nous des mêmes élémens, savoir d'*améliorations foncières*, de *constructions* et d'*outils*. Son capital *circulant*, au contraire, se réduit à deux articles seulement, qui sont le *numéraire* et les *marchandises*. Il est vrai que celles-ci se trouvent divisées en trois classes, suivant qu'elles consistent en *vivres*, en *matières*, ou en *ouvrage fait et parfait ;* mais puisque, selon *Smith*, tous ces objets ne forment des élémens du capital, qu'autant qu'ils sont destinés à être vendus par leurs producteurs ou par les marchands qui en font le trafic, c'est-à-dire qu'autant qu'ils sont des marchandises, il s'ensuit qu'ils n'appartiennent plus au capital lorsque les acheteurs les emploient à leurs consommations productives, soit comme *subsistances* pour soutenir leur vie et leur travail, soit comme *matières* destinées à être transformées en d'autres produits vendables. Comme toute cette classification est fort obscure chez *Smith*, et qu'il a pu croire, quoique sans fondement, que les *matières* se trouvaient déjà comprises dans les marchandises, nous n'osons pas soutenir qu'ils les ait voulu exclure du capital ; mais à l'égard des *subsistances* cette exclusion n'est guère douteuse, puisqu'il les range expressément sous la catégorie du fonds improductif (*).

Ainsi, quel que soit l'usage qu'on fasse des produits compris sous le nom de subsistances, qu'ils soient employés à soutenir la vie d'un homme laborieux, ou à procurer des jouissances raffinées à un fainéant, *Smith* signale leur consommation toujours comme improductive. Cependant aurions-nous besoin de prouver que le

(*) Book II., Chap. I. (Vol. I., p. 414.)

travail suppose l'existence du travailleur, et que la valeur des objets qu'il consomme à cet effet n'est point perdue, mais qu'elle se reproduit de la même manière et tout aussi sûrement que la valeur de ses outils et de ses matières? Si l'on convient que la machine à vapeur consomme reproductivement le charbon qui alimente son mouvement, peut-on douter qu'il en soit de même, à l'égard des denrées qui alimentent le travail de l'homme? En soutenant le contraire, quelle raison *Smith* apporte-t-il à l'appui de son opinion? „La dépense, dit-il, que le consommateur fait pour sa „subsistance, doit toujours être tirée de quelque autre revenu qui „lui vient ou de son travail, ou d'un capital, ou d'une terre.“ Mais la dépense qu'un producteur fait pour les outils et les matières qu'il consomme, ne doit-elle pas être tirée pareillement du revenu provenant de son travail? Toute consommation quelconque est toujours payée en définitif d'un pareil revenu; mais ce qui distingue les consommations reproductives, c'est que le travail ne pourrait se faire sans elles et qu'il doit les payer nécessairement, tandis que les autres ne se font et ne se payent que lorsque la dépense pour les premières laisse dequoi les faire et les payer (*).

(*) M. *J.-B. Say* donne une autre raison pour justifier la thèse de *Smith* qu'il adopte. „Dans l'échange du travail, dit-il, contre le salaire ou les denrées qu'il sert à acheter, il s'agit de deux consommations, et non pas d'une seule. L'entrepreneur consomme reproductivement le travail de l'ouvrier; celui-ci consomme improductivement les denrées qu'il achète avec son salaire.“ (Traité d'Écon. polit. 4e. édit. T. II, p. 227) J'avoue que je ne vois aucune preuve dans ce raisonnement. De ce qu'il y a ici deux consommations différentes, s'ensuit-il que l'une d'elles est nécessairement improductive? Ne peuvent-elles pas être reproductives toutes les deux, et ne le sont-elles pas effectivement? Si la première est reproductive parceque l'entrepreneur en est remboursé par la vente de ses produits, l'autre ne l'est-elle pas également, puisque l'ouvrier en est remboursé par la vente de son travail? Ou bien, M. *Say* refuse-t-il de reconnaître un autre revenu que le matériel? Bien au contraire, c'est à la même page qu'il soutient „que le travail est un produit, et si bien un produit, qu'il a un prix comme toutes les autres denrées.“ Enfin, comment cet auteur peut-il ranger parmi les consommations improductives celles que le producteur fait pour

Il serait difficile de s'expliquer comment *Smith* a pu embrasser une opinion si visiblement erronée, si l'on ne s'apercevait pas qu'il y a été entraîné par le préjugé vulgaire des producteurs, qui ne regardent comme leur *capital* que les avances seulement qu'ils font pour produire, croyant subsister du *profit* que leur rapporte l'emploi de ce capital. Comme les consommations personnelles du producteur comprennent celles qu'il fait lui-même et celles que fait sa famille, celles qui lui sont indispensables et celles dont il peut se passer, ce serait trop exiger de lui que de vouloir qu'il en fît une distinction rigoureuse; mais la même indulgence ne doit pas s'étendre sur ceux qui veulent approfondir la nature des différens revenus. Au reste, *Smith* n'est pas tout-à-fait d'accord avec lui-même sur ce point, puisqu'il regarde comme un capital tout ce que le producteur consomme pour son entretien pendant le tems de son éducation (*). Étrange contradiction! Si la consommation personnelle du *producteur futur* est un capital, à plus forte raison celle du *producteur actuel* doit-elle l'être. Cette dernière est régulièrement restituée, tandis que l'autre ne l'est pas toujours, et qu'elle ne l'est jamais que moyennant celle-là.

Le *capital personnel*, reconnu par *Smith*, bien qu'il n'en ait pas parlé sous ce nom, a été rejeté par plusieurs de ses disciples et presque oublié par les autres. Ce qui les excuse en quelque façon d'avoir méconnu la réalité et l'importance de ce capital, c'est que *Smith* lui-même n'en avait qu'une idée superficielle et confuse; preuve la manière dont il le confond avec le capital réel, et les notions imparfaites qu'il en donne. Tout ce qu'il dit sur ce sujet ne regarde que les facultés humaines, ou ce que nous appe-

sa subsistance nécessaire, lui qui compte parmi les élémens du capital „les produits qui doivent fournir à l'entretien de l'homme industrieux?“ (T. I, p. 23.) Qu'est-ce donc que le capital si ce n'est pas la masse des objets destinés à la consommation reproductive?

(*) B. II., Ch. I. (Vol. I., p. 417.)

lons le capital personnel et *fixe;* encore n'y comprend-il pas toutes les facultés productives du travailleur, mais seulement ses *talens utiles et acquis;* enfin ces talens mêmes n'y sont pas compris dans toute l'étendue de l'usage que le travailleur en peut faire, mais autant seulement *qu'il peut en tirer profit dans l'exercice des professions industrielles.* Il est vrai qu'une expression de *Smith* paraît démentir cette dernière restriction (*); mais l'auteur n'a-t-il pas déclaré formellement que l'agriculture, les manufactures et le commerce sont les seuls emplois fructueux d'un capital quelconque? S'il avait voulu faire une exception à un principe si essentiel et qui se trouve lié à tout son système, n'aurait-il pas tâché de la justifier en alléguant ses raisons? Quant à la valeur du capital fixe, ou aux frais qu'exige l'éducation du producteur, il n'y comprend que ceux de son *entretien;* comme si les *soins* dont l'enfant est l'objet, ainsi que l'*instruction* qu'il reçoit, ne causaient aucune dépense, ou comme si elle ne se remplaçait nullement par le travail de l'homme fait. Ce n'est pas que ces circonstances aient échappé à l'observation de *Smith*, nous en verrons la preuve incessamment; mais comme c'est aux *services* qu'on doit les soins et l'instruction dont il s'agit, s'il était convenu que la valeur de ces objets se reproduit, il aurait avoué que les services sont productifs, qu'ils le sont du moins dans le cas où ils deviennent utiles aux individus qui exercent quelque branche d'industrie. C'est donc pour être conséquent qu'il néglige ces circonstances; toutefois dans un autre endroit de son livre il paraît en tenir compte lorsqu'il dit (**): „On doit s'attendre que la besogne qu'un homme s'instruit à faire, lui rendra, outre les salaires du simple travail, de quoi lui remplacer *tous les frais de son éducation*, avec au moins les profits ordinaires d'un capital de la même valeur." C'est ainsi que

(*) The acquired and useful abilities *of all the inhabitants or members of the society.* (Vol. I, p. 417.)

(**) B. I, Ch. X. (Vol. I, p. 154.)

Smith raisonne toujours juste quand il oublie sa thèse de la nature matérielle des richesses, ou quand les faits qu'il observe n'ont aucun rapport avec ce pivot de son système.

Enfin, les mêmes raisons qui empêchent cet auteur de statuer que les services puissent créer un capital personnel et *fixe*, le déterminent aussi à rejeter l'existence d'un pareil capital *circulant*. En effet, loin d'admettre que les services soient profitables aux producteurs, lorsqu'ils les consomment dans l'intérêt de leur production, *Smith* les représente au contraire comme ruineux pour eux. L'exemple qu'il cite à l'appui de cette thèse, est assez spécieux. „Un particulier, dit-il, s'enrichit à entretenir une multitude d'ouvriers fabricans; il s'appauvrit à entretenir une multitude de domestiques." (*) Nous dirons que c'est naturel, parce qu'il lui est possible d'employer utilement un plus grand nombre d'ouvriers que de domestiques. Mais s'ensuit-il qu'il ne puisse entretenir aucun domestique sans s'appauvrir en proportion? Ne doit-on pas admettre au contraire, qu'il s'enrichit par le travail de ceux qui lui sont réellement nécessaires, tout comme il s'enrichit par le travail de ses ouvriers? Si ces derniers coopèrent directement à sa production, les autres n'y concourent-ils pas indirectement, lorsqu'ils le délivrent d'une foule d'occupations fastidieuses qui l'empêcheraient de produire? Qu'on aille demander aux entrepreneurs les plus infatigables au travail et les plus avides de gain, s'ils consentiraient à se charger de la besogne de leurs valets et de leurs servantes, de leurs cochers et de leurs cusinières, pour épargner les salaires qu'ils leur payent! Mais pourquoi *Smith* va-t-il chercher son exemple parmi les services les moins utiles à la production? Les producteurs ne consomment-ils pas une foule de services, outre ceux de leurs domestiques? N'emploient-ils pas des surveillans, des caissiers, des écrivains, des commis subalternes? Ne profitent-ils pas pour leur correspondance du service de la poste aux lettres, pour

(*) B. II., Ch. III. (Vol. II., p. 2.)

leurs voyages des voitures publiques et des auberges? Ne doivent-ils pas recourir au médecin quand ils sont malades, à l'avocat lorsqu'ils ont des affaires en justice? Enfin n'ont-ils pas constamment besoin des services du gouvernement pour se procurer la sûreté de leurs personnes et de leurs propriétés? Pourquoi *Smith* se tait-il sur tous ces services? La raison est facile à deviner: c'est qu'il est impossible de ne pas sentir que leur valeur se reproduit par le travail des individus qui les consomment.

Telles sont les observations qu'on peut faire sur la théorie de *Smith*, lorsqu'on est d'accord avec lui sur la notion du capital; mais bien que le système de cet auteur le force à limiter cette notion *aux seuls objets qu'emploie l'industrie*, il est facile de montrer que les objets dont l'emploi est confié aux services, y appartiennent également. Veut-on nier ce principe, il faut prouver que les services ne reproduisent point la valeur des objets qu'ils consomment; or, loin de fournir cette preuve, *Smith* lui-même convient souvent du contraire. Pour ne pas fatiguer inutilement nos lecteurs, nous n'en rapporterons qu'un seul exemple; nous pourrions en citer un grand nombre.

En parlant des inégalités qui ont lieu dans les salaires et les profits des différentes professions, *Smith* dit avec raison qu'une des causes de cette inégalité se trouve dans la différence des frais qu'il en coûte pour se former à ces professions; frais qui constituent un capital, dont le remplacement est absolument nécessaire pour maintenir ces professions et pour faire continuer le travail qui s'y fait. Puis il ajoute: „L'éducation étant bien plus dispendieuse dans les professions libérales que dans les autres, la récompense pécuniarie des personnes qui exercent ces professions, celle des artistes, des gens de loi, des médecins &c., doit être beaucoup plus forte que celle des ouvriers mécaniques, *et aussi l'est-elle.*" (*)

(*) B. I, Ch. X. (Vol. I, p. 156.)

Voilà un aveu bien formel de ce fait, que les fonds se remplacent dans les professions libérales aussi bien que dans les occupations mécaniques, et ce fait seul suffit pour constater leur caractère de capitaux; il suffit encore pour détruire complètement la distinction du travail productif et du travail improductif que *Smith* établit; distinction qui, pour être fondée sur un principe moins tranchant que celle de l'école de Quesnay, en est peut-être pour cela plus déraisonnable.

Si l'on convient que la valeur placée dans l'éducation d'un homme se reproduit dans la règle par les services dont il s'acquitte, on doit convenir aussi que la valeur de tout ce qu'il lui faut pour s'en acquitter, se reproduit également. En effet, qu'un fonds soit employé à établir et à faire aller une ferme ou un pensionnat, une fabrique ou un théâtre, une boutique ou un bureau de notaire; qu'il soit employé à l'entretien nécessaire d'un cultivateur ou d'un médecin, d'un artisan ou d'un professeur, d'un marchand ou d'un avocat, d'un peintre ou d'un musicien: ne se remplace-t-il pas, dans la règle, également bien dans les deux suppositions? Si les capitaux qui sont employés dans la production immatérielle paraissent se reproduire *moins régulièrement* qne les autres, c'est qu'on prend souvent pour uu capital ce qui n'est qu'un fonds improductif; mais en distinguant l'un de l'autre, on sera bientôt convaincu que le premier se remplace tout aussi régulièrement par les services que par l'industrie. Ainsi, lorsqu'un avocat, par exemple, outre les dépenses pour ses études en droit, en a fait d'autres pour acquérir des connaissances et des talens d'agrément, et que les premières seules lui sont remplacées, on ne peut pas dire qu'une partie de son capital soit restée sans remplacement; car ce capital se constitue exclusivement des avances qu'il a faites pour ses études en droit. La même observation est applicable à la dépense qu'un professeur fait en livres. On ne peut regarder comme un capital que la valeur de ceux qui lui sont nécessaires

pour la science qu'il enseigne, et s'il se ruine en achetant beaucoup d'autres, ce n'est pas que son capital ne lui ait été remplacé. En un mot, le capital ne comprend jamais que les avances qui sont absolument nécessaires pour produire; et lorsqu'on ne perd point de vue ce principe, et qu'on est attentif à soustraire de la dépense de chaque producteur, surtout de sa dépense personnelle, out ce qui est superflu, il est impossible de ne pas se convaincre que les capitaux employés par les services, non-seulement se remplacent, mais se remplacent aussi régulièrement que ceux qui font aller l'industrie. Nous en appelons à l'observation de tous nos lecteurs, pour juger si les banqueroutes sont plus fréquentes dans les professions libérales, que parmi les cultivateurs, les manufacturiers et les commerçans.

Il est vrai qu'il existe des fonds à l'égard desquels il paraît difficile de juger s'ils méritent le nom de capitaux, bien qu'ils soient régulièrement remplacés: ce sont ceux qu'emploie le gouvernement. La raison en est, que le remplacement de ces fonds est obtenu par l'autorité, c'est-à-dire que le gouvernement, au lieu d'attendre que ses services lui soient demandés par ses administrés, leur prescrit et ceux qu'ils doivent acheter, et le prix auquel ils doivent les payer. Mais ces circonstances se retrouvent-elles partout? Ne disparaissent-elles pas dans les pays constitutionnels, où l'administration publique ne fournit que les services qu'on lui demande, et où le prix de ces services se règle de gré à gré entre le gouvernement comme vendeur, et les députés de la nation comme acheteurs? Or peut-on raisonnablement supposer que la sécurité, l'ordre, le culte public, ou les services qui ont le but de procurer ces biens au peuple, ne soient des objets librement demandés, que là où cette demande se fait publiquement par l'organe d'une représentation nationale? D'ailleurs, les services que le gouvernement fournit au peuple, sont-ils plus chers dans les États purement monarchiques que dans ceux où leur prix se règle de

gré à gré? L'Europe au moins nous présente plus d'un exemple du contraire (*). Enfin, admettons que le gouvernement, profitant de sa situation, se fasse payer ses services plus chers qu'ils ne lui coûtent: cette circonstance change-t-elle la nature des fonds qu'il emploie réellement à fournir ces services? Le capital d'une manufacture cesse-t-il d'être capital, par la raison que l'entrepreneur se trouve favorisé par un privilège, et qu'il s'en sert pour élever le prix de ses produits? Sans doute, lorsqu'on apporte les préjugés vulgaires à la lecture de notre théorie, on ne peut qu'être surpris d'y voir placés au rang des capitaux une foule d'articles qu'on est accoutumé à regarder comme des objets de dépense et même de dissipation, par exemple les édifices publics, les musées, les forteresses, les munitions de guerre, l'entretien fourni aux employés civils et militaires, et d'autres articles semblables; mais quelle est la vérité qui ait pu s'établir sans lutter contre les préjugés? Fions-nous-en au tems et à la réflexion des hommes, pour voir de même reconnue celle dont il s'agit.

(*) „C'est une grande question de savoir si un gouvernement représentatif n'est pas le plus coûteux et le plus prodigue. C'est précisément depuis que la chambre des communes a obtenu l'administration de nos finances, que l'Angleterre s'est permis des dépenses qui sont sans exemple dans l'histoire ancienne et moderne. La docilité avec laquelle le peuple se soumet à payer les contributions quand elles sont imposées par ses représentans, est un sujet d'étonnement. Le monarque le plus absolu ou le plus populaire n'aurait jamais pu lever la moitié des sommes votées par le parlement d'Angleterre. Un autre caractère du gouvernement représentatif, c'est qu'il donne du crédit au gouvernement et facile ses emprunts. Cet avantage est encore au profit du roi, et non à celui du peuple." (*Playfair*, dans son livre: *La France telle qu'elle est*, p. 179 et 211.) L'auteur ajoute les preuves arithmétiques de ce qu'il soutient.

DONNÉES STATISTIQUES

SUR

L'ÉTAT DU COMMITTÉ DE SURVEILLANCE GÉNÉRALE ET DE TUTÉLE EN 1811 & 1812.

PAR

C. T. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 7. Nov. 1821.

PREMIÈRE PARTIE.

La grande Impératrice *Catherine* II. établit à l'ouverture des gouvernemens en 1775, un committé de surveillance générale par les paragraphes 378 — 394 du 25^me^ chapitre sur l'état de l'administration des gouvernemens.

Le Committé etoit chargé: 1°) des écoles normales; 2°) de l'établissement et de l'administration des maisons pour les Orphélins, garçons et filles; 3°) de l'établissement et de l'administration des hopitaux pour les pauvres; malades; 4°) de l'établissement et de l'administration des maisons de retraite pour hommes et femmes. Les vieillards abandonnés, les indigens, les estropiés étoient remis aux soins du Committé, comme aussi 5°) les incurables, 6°) les timbrés et les enragés; 7°) enfin l'établissement et l'administration des maisons de travail pour hommes et femmes, et 8°) les maisons de force étaient sous la direction du Committé.

Une institution dont l'activité s'étend depuis l'orphélin abandonné jusqu'au criminel, et dont l'administration porte le nom paternel de surveillance, est digne d'une législatrice sensible aux malheurs et aux foiblesses humaines.

Le Committé était composé d'après le §. 379. du 15me chapitre sur l'état de l'administration des gouvernemens: du gouverneur comme Président et de six membres, pris du tribunal suprême de Justice, de la Municipalité du gouvernement, et du tribunal suprême de police. Le tems où ce Committé se rassemblait étoit fixé par le §. 393. du 25me chapitre depuis le 8. de Janvier jusqu'à la semaine sainte. On sait que la grande Impératrice choisissoit les moyens les plus simples et les moins dispendieux, qui convenaient assurement au premier établissement du Committé, quand la plûpart des instituts susmentionnés n'étoient pas encore créés.

D'ailleurs l'ouverture des gouvernemens ne se faisait pas subitement, et plus de 15 ans s'écoulèrent avant que la nouvelle administration devint générale, avec elle les Committés de surveillance furent successivement établis. On retrouve le même caractère de prudence dans toutes les grandes mésures politiques qui regardent l'administration de l'intérieur pendant ce règne celèbre.

Quand les tribunaux dont on avait choisis les membres du Committé, furent reformés par le nouvel état du 31 Décembre 1796; le gouverneur resta chef unique du Committé et eut pour aide le chef de la noblesse du gouvernement. Le Committé n'eut plus de tems fixe pour ses séances, mais le gouverneur consulta le chef de la noblesse toutes les fois que l'occasion s'en présenta; les écrivains étoient pris des autres tribunaux. Comme par la suite du tems le nombre des établissemens de bienfaisance avoit augmenté, une ou deux personnes, employés outre cela ailleurs, ne pouvoient suffire à l'administration de tant d'objets qui demandoient tout un département.

L'Oukase du 9 Septembre 1801 remedia en quelque façon à ce defaut. Le committé eut deux nouveaux membres temporaires pris du tribunal de conscience, un membre de la noblesse et un

de la bourgeoisie, avec un Secretaire, mais qui étoit en même tems celui du gouverneur. Pourtant comme il n'y avoit des tribunaux de conscience que dans les gouvernemens de la grande Russie et pas dans les gouvernemens privilégiés, l'administration du committé est restée en 14 gouvernemens sur le pied de 1796. Dans tous les autres le tribunal de conscience s'assemble trois fois par an, depuis le 8 Janvier jusqu'à la semaine sainte, puis après la Trinité jusqu'au 27 Juillet et enfin du 2 d'Octobre jusqu'au 18 Décembre. C'est donc aussi à ces époques que les deux membres de ce tribunal doivent sieger dans le committé.

Le procureur du gouvernement assiste au committé de surveillance. Son devoir est de vérifier chaque mois l'état de la caisse et en cas qu'il la trouve en bon ordre de signer le rapport que le gouverneur en fait au Ministre de la Police. Il doit encore veiller sur l'administration des capitaux, afin qu'ils ne soient placés que sur des biens immeubles qui se trouvent dans le gouvernement, enfin il doit maintenir en bon ordre tous les établissemens du Committé. Il est vraisemblable que les Committés de surveillance générale, vu la grandeur du cercle de leur activité et la haute importance des objets, doivent encore subir une reforme avec le tems. Ils n'ont été qu'esquissés par la grande Impératrice et cette esquisse a bien été changée sous quelques rapports, mais le moment ne s'est pas encore présenté de la finir. Le Ministère de Police s'occupoit particulièrement de cet objet salutaire à l'époque dont nous parlons. Les gouverneurs civils ou militaires faisoient leurs rapports au Ministre de la Police et des représentations particulieres à *Sa Majesté l'Empereur* dans tous les cas qui demandoient une décision *Suprême*.

Par le §. 382. de l'état sur l'administration des gouvernemens 15,000 roubles furent payés une fois pour tout à chaque Committé de surveillance comme premier fond pour les établisse-

mens de bienfaisance. Il fut permis de donner le surplus du capital à interêt, mais sur des biens immeubles situés dans le même gouvernement et par sommes de 1,000 à 500 roubles pour le terme d'une année. Le cas est arrivé qu'il ne s'est trouvé personne dans le gouvernement qui eut voulu prendre de l'argent à ces conditions, et alors les capitaux d'un gouvernement furent envoyes par ordre *Supréme* à un autre gouvernement pour les employer. Ce premier fond qui s'accroit par les interéts qu'il porte, fait le capital primitif du committé.

Outre ce premier capital, le committé a encore un capital étranger et temporaire qui lui donne des revenus. Ce capital étranger provient: 1°) de l'argent que chacun qui fait appel à la décision d'un tribunal superieur doit metre en depôt. Cet argent est deposé au committé de surveillance et employé pour son profit. En cas que le plaideur gagne son procès, il retire son argent; s'il le perd, cette somme est réunie au capital primitif du committé. 2°) Differentes autres sommes, comme pour les pompes à feu, pour la milice etc: sont quelquefois remises au committé pour un certain tems et employées par lui d'après les loix établies. Les committés de surveillance de St. Petersbourg et de Moscou recevoient encore annuellement une somme des revenus de la villle d'après l'oukase du 2 Fevrier 1802, le premier de 10,000 roubles, le dernier de 27,800 roubles.

Le committé a encore différens revenus outre les interêts de son capital à lui et du capital étranger mis en depôt, savoir:

I.) Les legs et donations pour les établissemens de bienfaisance,

II.) plusieurs amendes,

a) selon les §§. 179, 321, 365 et 458 de l'état sur l'administration des gouvernemens, le committé de tutéle doit recevoir

pour l'entretien des écoles normales les amendes pécuniaires pour fausse accusation au tribunal suprême de Justice, au Magistrat du gouvernement et au tribunal suprême de Police. Après la reforme de ces tribunaux les tribunaux actuels continuent d'envoyer ces sommes au committé.

b) Par le Reglement sur la vente du sel et de l'eau de vie et par les contrats des entrepreneurs avec la couronne les amendes decrétées pour omission ou négligence des personnes installées, sont prélevées pour le committé de tutéle. Ce revenu lui fut oté le 16 Septembre 1800, mais rendu le 19 Avril 1801.

c) Les amendes decrétées par la Police pour contravention à l'ordre public; de même que celles infligées aux tribunaux pour négligence ou desobéissence, doivent revenir au committé d'après l'etat sur l'administration des Gouvernemens et le Reglement de la Police.

Mais comme jusqu'en 1805 il n'y avoit pas de loi assez préçise: quelles especes d'amendes devoient être remises au committé et quelles seroient envoïées au Departement des revenus publics, il y eut souvent des mésentendus qui furent eclaircis par l'oukase du Senat du 20 Juillet 1803 où il est dit: 1) toutes les amendes pécuniaires ordonnées sans forme de procés appartiennent au committé de tutéle; 2) au contraire celles qui sont decretées à la suite d'un procès formel devant les tribunaux de Justice reviennent au Departement des revenus publics; 3°) les sommes qui proviennent des amendes pécuniaires, qui se trouvent actuellement ou au committé ou au Departement des revenus publics, y resteront pour éviter les difficultés de leur renvoi d'un tribunal à un autre.

III.) Un quart de l'argent payé pour la permission de donner spectacle dans les gouvernemens. Les deux capitales font exeption de la regle où cet argent est remis à la maison des orphelins.

IV.) L'argent revenant du travail des prisonniers pour dettes est employé d'abord pour payer ceux auxquels ils doivent; le reste est remis au committé selon l'oukase du 16 Avril 1781.

V.) L'argent qui provient du travail des gens detenus dans les maisons de force et aussi de ceux qui se trouvent dans les maisons de retraite.

VI.) L'argent qu'on retire de la vente d'effèts trouvés chez les voleurs, quand on ne retrouve pas les proprietaires.

VII.) Le bien de ceux qui ne laissent point d'héritiers légitimes.

VIII.) Le profit qui provient de différens établissemens fondés en plusieurs gouvernemens par le committé pour augmenter ses revenus. De tels établissemens sont:

a) des tuilleries, *b*) des manufactures de drap. Il y a environ 4 ans qu'on fit de pareils établissemens en quelques gouvernemens, *c*) des Apothicaireries qui se trouvent aux hopitaux du committé et qui vendent en outre la médecine aux particuliers.

DONNÉES STATISTIQUES

SUR

L'ÉTAT DU COMMITTÉ DE SURVEILLAOCE GÉNÉRALE

EN 1811 & 1812.

PAR

C. T. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 15. Mai 1822.

SECONDE PARTIE.

Il sera intéressant d'apprendre, dans quel état cette institution salutaire se trouve après trente-huit ans? de connoitre le nombre de malades, d'orphélins, d'incurables, de viellards abandonnés que ses établissemens peuvent recevoir et combien ils en ont réellement reçus en 1811 et 1812? Quel a été le degré de mortalité dans les différens établissemens? Enfin l'état actuel des capitaux primitifs et étrangers? Quand on verra que le jeune plant mis dans une terre fertile est devenu un arbre à l'ombre duquel des milliers de malheureux viennent sècher leurs larmes, on bénira la mémoire d'une Souveraine mère de ses peuples, on bénira ses Successeurs qui ont perfectionné ce beau monument de son règne et on fera les vœux les plus ardens pour son amélioration ultérieure.

I. *Hopitaux.*

On peut diviser les hopitaux qui se trouvent sous la direction du Committé en trois classes selon leur grandeur; hopitaux qui peuvent recevoir plus de cent, plus de trente et plus de dix malades.

À la première classe appartiennent les hopitaux de St. Pétersbourg, l'un avec 420 lits, l'autre avec 130; un à Kiew de 100 lits; ceux de Moscou et de Wilna sont considérables d'après le nombre des malades, mais le nombre des lits ne se trouve pas dans mes données sur les années 1811 et 1812. La Sibérie a des grands hopitaux, celui d'Irkoutsk est de 150 lits, ceux de Werchnej-Oudinsk et de Tomsk de 100.

Woronesch, Pultava et Tobolsk ont des hopitaux de 60 lits, Twer, Smolensk, Kalouga, Kiew et Tschernigow de 50, l'Esthonie un de 45; Simbirsk, Tambow, Orel, la Podolie, Nishnej-Oudinsk, gouvernement d'Irkoutsk, ont des hopitaux de 40 lits; Pleskou et Koursk de 35; Vitebsk, Wologda, Wætka, Nigégorod, Wladimir, Kostroma, Cathérinoslaw, la Volhynie et la Tauride ont des hopituax de 30 lits; Pultava a un second hopital de la même grandeur.

Novgorod, Perme, Kasan, Résan et Minsk ont des hopitaux de 25 lits; Jakoutsk et Ochotsk de même; la Livonie et Astrachan de 20 lits, Simbirsk et la Volhynie ont encore un second hopital chacun de la même grandeur, Saratow de 15, Olonetz et Woronesch de 10 lits.

Il y avoit de 1811 à 1812 huit hopitaux de la première classe, trente deux de la seconde, enfin dix-sept de la troisième classe, total 57 hopitaux et comme il manque quelques données dans les tableaux généraux j'ai pu consulter, ce nombre n'est pas encore tout à fait exact.

1. Hopitaux de la première classe:

Gouvernemens et Villes	Nombre des lits	ont été reçus en 1811	ont été reçus en 1812	ont été retablis en 1811	ont été retablis en 1812	sont morts en 1811	sont morts en 1812	restés à l'hôpital en 1811	restés à l'hôpital en 1812	degré de mortalité en 1811	degré de mortalité en 1812
St.-Pétersbourg	420	3200	point de donnée	2290	—	522	—	388	415	6	— 14
	130	935	1050	737	850	68	73	130	127	13	6
			244 nabl.		30		39		175		4
Moscou	—	1482	1073 Rasnoschintz	139	175	129	245	1214	653	11	20
			100 Invalides blessés		38		5		57		
Wilna	—	932	—	634	—	97	—	201	—	9	—
Kiew	100	105	—	2	—	26	—	77	—	4	—
Irkoutsk	150	817	857	639	658	32	63	146	136	25	13
Werchneij-Oudinsk	100	255	206	174	158	13	9	68	39	19	27
Tomsk	100	692	663	580	588	42	21	70	54	16	12
Total	1000	8418	4193	5195	2497	929	455	2294	1241	le 9me en divisant le nombre des reçus par le nombre du morts.	le 9me

Nous admettons que le dixième meurt en règle dans un hôpital bien administré ou il n'y a point de maladie contagieuse, et d'après ce principe la mortalité paroit avoir été grande dans le premier hôpital de St.-Pétersbourg en 1811, petite dans le second, ordinaire à Moscou en 1811, mais très forte en 1812 à l'hôpital des Rasnoschintzy. À Wilna elle étoit ordinaire en 1811, mais terrible à Kiew. En Sibérie la mortalité est très petite et c'est pour cela que le terme moyen de la mortalité générale dans les hôpitaux de première classe paroit ordinaire. Pour les gouvernemens russes on ne peut faire de comparaison qu'au second hôpital de St.-Pétersbourg, où la mortalité est à peu près restée la même; Moscou ne permet point de comparaison. À Irkoutsk la mortalité, quoique toujours très supportable, avait presque doublée en 1812; beaucoup diminuée à Werchnej-Oudinsk et augmentée de quelque chose à Tomsk. De pareils calculs font voir les changemens qui arrivent et mettront en état d'en rechercher les causes. Cette attention contribuerait beaucoup à l'amélioration des établissemens.

Le nombre des malades n'a pas augmenté sensiblement en Sibérie. À St.-Pétersbourg il a augmenté au second hopital. Les autres hopitaux ne permettent point de comparaison.

2. Hopitaux de la seconde classe.

Gouvernemens	Nombre des lits	ont été reçus		ont été retablis		sont morts		restés à l'hopital		degré de mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Woronesch	60	408	2781	354	2051	28	296	26	434	14	9
Pultava	60	596	739	446	598	76	87	74	54	8	8
	30	154	188	114	137	16	18	24	33	9	10
Tobolsk	60	—	77	—	3	—	10	—	64	—	8
Twer	50 en 1812	582	1670	462	1435	48	172	72	63	12	9
	75										
Smolensk	50	266	179	183	147	35	32	48	—	7	5
Kalouga	50	384	424	296	383	29	40	59	1	14	10
Kiew	50 | 30	70	137	8	71	17	35	47	31	4	4
	30		424		341		44		39		9
Tschernigow	50	—	572	—	432	—	126	—	14	—	4
Esthonie	45	120	183	81	132	13	19	26	32	9	9
Simbirsk	40	306	1271	242	1024	39	165	25	82	7	7
Tambow	40	395	124	323	77	27	18	45	20	15	7
Orel	40	107	128	86	95	9	16	12	17	12	8
Podolie	40	248	149	171	78	30	39	47	32	8	4
Irkoutsk Nignej-Oudinsk	40	21	56	19	48	—	—	2	8	—	—
Plescou	35	103	—	74	—	8	—	21	—	13	—
Koursk	35	115	172	83	129	12	17	20	26	10	10
Witebsk	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Wologda	30	463	638	388	514	39	48	36	76	12	12
Wætka	30	140	92	74	38	51	41	15	10	3	2
Nigegorod	30	404	365	320	282	45	42	39	41	9	9
Wladimir	30	215	181	180	146	29	22	6	13	7	8
Kostroma	30	674	611	589	504	54	54	31	53	12	11
Catherinoslaw	30	122	284	79	230	21	33	22	21	6	8
Wolhynie	30	42	35	21	18	10	13	11	4	4	3
Tauride	30	148	228	121	173	12	45	15	10	12	5
Jaroslaw	—	219	263	159	165	27	32	33	66	8	8
	—	143	—	19	—	2	—	122	—	71	—
Archangel	—	457	217	225	163	105	38	127	16	4	5
Wilna	—	684	—	365	—	69	—	250	—	9	—
	—	326		279		19		28		17	
Total	1045	7912	12281	5759	9515	870	1505	1283	1260	le 9me	le 8me

Nous voyons ici les rapports sur 32 hopitaux situés sur différens plateaux de la Russie et de la Sibérie dont la plûpart permettent une comparaison. C'est donc le tableau le plus instructif

Le nombre des lits a été augmenté à Twer, vraisemblablement par la proximité du théatre de la guerre ; à Kiew de même et on a separé les malades; les différens degrès de mortalité prouvent qu'on a placé dans l'un des hopitaux ceux qui étoient dangereusement malades, dans l'autre les malades ordinaires.

Le nombre des malades a beaucoup augmenté par les circonstances, environ de 4,000 ou de la moitié de l'année précédente, c'est surtout à Woronesch, Kiew, Twer, Simbirsk ; puis à Pultawa, Kalouga, Wologda, Catherinoslaw et en Tauride, la guerre et les maladies contagieuses en sont la cause. Le nombre des malades est resté presque le même à Orel, en Esthonie, à Koursk, à Nigegorod, à Irkoutsk, il à diminué à Smolensk, à Tambow, en Podolie, Wladimir, Kostroma, en Volhynie et en Archangel.

La plus grande mortalité s'est trouvée à Waetka où le deuxième mourut, heureusement que le nombre des malades n'étoit pas grand; puis en Volhynie où le troisième mourut, encore le nombre des malades n'étoit pas considérable; à Kiew, à Tschernigof, en Podolie où le quatrième mourut les hopitaux étoient plus grands ; en Tauride et à Archangel, aux deux bouts de l'Empire, la mortalité étoit la même et très forte, le 5^{me} y est mort; mais dans les grands hopitaux de Woronesch, Pultava, Twer, Simbirsk la mortalité étoit beaucoup plus moderée, le 7^{me}, le 8^{me} et ordinairement le 9^{me} mourroient. Une mortalité plus modique du 9^{me} au 10^{me} se trouve dans le second hopital de Kiew, dans ceux de l'Esthonie, de Nigegorod, dans le second de Pultava, à Kalouga, à Koursk, à Kostroma où seulement le 11^{me} mourroit. L'hopital de Wologda doit-être très bien administré, car sur un nombre assez considerable de malades il n'est mort, pendant deux années consecutives, que le 12^{me}. Cette belle proportion se trouvoit pendant l'année 1811 à Twer, Orel, Kostroma et en Tauride ; elle a été encore plus favorable à Woronesch, Kalouga, Tambow, Plescou et au second hopital de

Wilna, mais la guerre et ses suites ont généralement augmenté la mortalité.

Le résultat est toujours très consolant, surtout pour une époque où l'on avoit lieu de craindre une très grande mortalité. En 1812 on a reçu dans les hopitaux du committé 4,371 malades de plus qu'en 1811, dont 3,758 ont été retablis, on n'a donc perdu par les maladies que 613 ou du 7me au 8me. Cette mortalité est assurement considerable, mais elle se retrouve dans nombre d'hopitaux pendant 1811 qui etoit une année de paix.

Il est à remarquer que le nombre des malades, qui pendant ces deux années etoient restés aux hopitaux de la seconde classe, est presque le même : 1,283 — 1,260, tandis qu'il est moins grand en 1812 qu'en 1811 dans les hopitaux de seconde classe 2,016 — 1,656, ce qui provient des proportions avantageuses que les hopitaux donnent en Siberie.

3. Hopitaux de la troisième classe.

Gouvernemens	Nombre des lits		ont été reçus		ont été retablis		sont morts		restés à l'hôpital		degré de mortalité	
			en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Jakoutsk	25		47	52	35	40	4	6	8	6	11	8⅓
Ochotsk	25		73	95	30	75	4	—	18	10	18	—
Perme	25		182	414	152	366	12	17	18	31	15	24
Novgorod	25		94	118	57	85	19	18	18	15	5	6
Kasan	25		171	132	130	103	27	18	14	11	6	7
Resan	25		99	129	86	86	—	13	13	30	—	10
			5		5							
Minsk	25		73	72	54	43	6	13	13	16	12	5
la Livonie	20		—	53	—	41	—	3	—	9	—	17
la Volhynie	20		141	134	117	108	12	18	12	8	12	7
Astrachan	20		145	107	103	59	30	16	12	32	5	6
Simbirsk	20		—	299	—	218	—	41	—	40	—	7¼
Saratof	15	pour le civil	401	338	321	300	25	15	55	23	15	22½
		p. les matelots	16	193	9	67	7	39	—	87	2	5
		pour le militaire	—	900	—	706	—	67	—	127	—	13½
Olonetz	10		67	—	60	—	6	—	1	—	11	—
Woronesch	10		9	1	9	1	—	—	—	—	—	—
Total	310		1522	4027	1188	2298	152	284	182	1445	10	10½

Le nombre des malades a augmenté pendant l'année 1812 de 2,505 dans les hopitaux de la troisième classe, c'est à dire il a presque triplé. C'est à Perme et à Saratof qu'il a considérablement augmenté puis à Jakoutsk et Ochotsk, enfin à Novgorod et Resan. Au contraire il a diminué à Kasan, en Volhynie, à Astrachan, Woronesch et Saratof dans le lazaret pour ceux du civil. Le nombre des malades a été environ le même pendant ces deux années à Minsk.

La plus grande mortalité se trouvoit à Saratof dans l'hopital pour les gens qui ménent les barques, on les appelle Bourlaki; ils souffrent le plus en cas de maladie car ils sont ordinairement exposés et abandonnés sans secours par les conducteurs des navires qui ne peuvent pas s'arreter et c'est pour cela qu'ils continuent leur travail jusqu'au moment où ils tombent de foiblesse. Pourtant la mortalité avait diminuée parmi eux en 1812. À Novgorod la mortalité étoit grande, elle diminua en 1812, de même à Astrachan. Mais à Minsk elle a augmenté fortement, en Volhynie aussi. À Simbirsk la mortalité a été toujours forte, mais ordinaire à Resan. L'administration des grands lazarets à Perme et à Saratof doit avoir été trés bonne, car dans le lazaret des militaires il n'est mort sur 900 que le $13\frac{1}{2}$, dans l'hopital pour les gens du civil le 22^{me} et à Perme seulement le 24^{me}. La mortalité générale pendant ces deux années est ordinaire, le 10^{me}, et elle a même diminuée de quelque chose pendant la dernière année.

De ces données resulte le tableau général sur les hopitaux des trois classes.

Hopitaux	Nombre des lits	ont été reçus en 1811	ont été reçus en 1812	ont été rétablis en 1811	ont été rétablis en 1812	sont morts en 1811	sont morts en 1812	restés à l'hôpital en 1811	restés à l'hôpital en 1812	degré de mortalité en 1811	degré de mortalité en 1812
de la première cl. 8.	1000	8418	4193	5195	2407	929	455	2294	1241	le 9^{me}	le 9^{me}
de la seconde cl. 32.	1045	7912	12283	5759	9547	870	1505	1283	1260	le 9^{me}	le 9^{me} et $\frac{1}{7}$
de la troisième cl. 17.	310	1522	4027	1188	2298	152	284	182	1445	le 10^{me}	le 10^{me} et $\frac{5}{7}$
Total 57 hopitaux	2355	17852	20503	12142	14312	1951	2244	375	3946	le 9^{me} et $\frac{1}{3}$	le 9^{me} et $\frac{1}{7}$

Les derniers résultats d'après toutes les données sur les hopitaux sous la direction du committé de surveillance sont :

1°) qu'en 1812, 2651 malades furent recus de plus que l'année passée, mais comme les rapports sur l'état des hopitaux de la première classe manquent pour St. Petersbourg, Wilna et Kiew, cette somme doit être rectifiée autant qu'il est possible par aproximation À St. Petersbourg sont restés au grand hopital 388 malades, en 1812 — 415; c'est à peu prés le même nombre car la différence de 27 malades est bien petite pour un aussi grand hopital. Il paroit donc que l'état de l'hopital a été le même et on peut admettre pour l'année 1812 le même nombre de malades de 3,200. En admettant le nombre de l'année précédente pour Wilna et pour Kiew, il y auroit un surplus de 4,237 malades, ce qui donneroit pour les hopitaux de première classe la somme de 8,430 malades, presque la même comme l'année précédente, et alors le veritable surplus des malades pendant l'année 1812 seroit de 6,888. Et comme il y a assurement eu beaucoup de malades à Wilna et à Kiew, on peut hardiment admettre 7,000.

Le surplus des malades aux hopitaux de la seconde classe est de 4,371, il est moins de 3,541 que la totalité reçue à ces hopitaux en 1811, celui aux hopitaux de la troisième classe est de 2,505, ce qui fait plus de 983 de la totalité reçue l'année précédente; d'où il résulte que les hopitaux de la troisième classe ont été surchargés de malades, ceux de la seconde ont eu au delà d'un tiers plus de malades et ceux de la première classe sont restés dans le même état qu'auparavant; quant aux derniers le résultat est moins sûr faute de documens authentiques.

On ne sauroit faire des comparaisons sur le nombre des réconvalescens et des morts que sur les hopitaux de la seconde et troisième classe. Aux hopitaux de la seconde 2706 sont morts ou

restés à l'hopital en 1812, tandis qu'en 1811, ce nombre n'étoit que de 2,153, ce qui donne un surplus de 613 pour l'année 1812. Aux hopitaux de la troisième classe il y a eu en 1811, 334 qui sont morts ou restés dans les hopitaux et en 1812 ce nombre étoit de 1,729 — ce qui donne un surplus de 1,395 pour cette année. Pourtant la mortalité a été la plus forte dans les hopitaux de la seconde classe, et il est resté à l'hopital à la fin de l'année moins de malades qu'en 1811, malgré le grand nombre qu'on a reçu, tandis qu'aux hopitaux de la troisième classe un nombre assez considérable est resté au lazaret. Les maladies doivent donc avoir été moins aigues aux derniers qu'aux premiers. La mortalite générale a été la même pendant les deux années consecutives dans les hopitaux de la premiere et de la troisième classe, elle n'a augmentée que dans les hopitaux de la seconde par les suites de la guerre.

Les hopitaux du committé de surveillance générale ont été de la plus grande utilité pendant ces deux années, car ils ont reçu 38,355 malades, dont 26,454 ont été retablis. La plupart de ces hopitaux n'existoient pas avant 1775.

DONNÉES STATISTIQUES

SUR

L'ÉTAT DU COMMITTÉ DE SURVEILLANCE GÉNÉRALE

EN 1811 & 1812.

PAR

C. T. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 18. Déc. 1822.

TROISIÈME PARTIE.

II. *Maisons de retraite.*

Nos données sur les maisons de retraite se bornent à 32 gouvernemens. Il se peut qu'il y en ait encore en d'autres gouvernemens. On peut diviser les maisons de retraite en trois classes. À la première appartiennent les établissemens qui ont 50 places ou plus, à la seconde ceux qui ont 30 places et plus, à la troisième ceux qui ont moins que 30 places.

Maisons de retraite de la première classe.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis de la maison		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1811
St.-Pétersbourg	—	1501	1424	118	78	171	51	1185	1195	9	9
Moscou	—	1378	—	126	—	126	—	1126	—	10	—
Archangel	57 pour hommes	57	—	1	6	4	10	52	41	14	5⅔
	29 pour femmes	75		3	1	7	—	65	38	10	—
Wætka	50	46	32	6	4	10	5	30	23	4	6
Perme	50	58	59	2	2	1	9	55	48	58	6
Twer	50	68	53	—	—	8	5	60	48	8	10
Plescou	—	216	—	73	—	2	—	141	—	108	—
Smolensk	—	160	150	—	103	10	15	150	32	16	10
Kasan	illimité	125	123	7	109	12	18	106	7	10	7
Tambow	illimité	73	64	2	5	11	18	60	41	6	4
Jaroslaw	illimité	103	121	13	6	8	19	82	96	12	6
Pultava	60	64	62	17	7	6	5	41	50	10	12
	50 pour les juifs										
	20	44	26	18	6	12	—	24	20	22	—
Kiew	50	70	67	6	10	17	7	47	50	4	9
	100	105	91	2	—	26	39	77	62	4	2⅔
Tobolsk	60	78	77	2	3	13	10	63	64	6	7
Tomsk	60	76	66	—	22	15	3	61	41	5	22
Total	530	4300	2511	426	353	449	314	3425	1844	9½	8

Le nombre des personnes reçues aux maisons de retraite a diminué en 1812; il y avait 138 personnes de moins que l'année passée, à l'exclusion de Moscou et de Plescou, mais à la fin de l'année, le nombre de ceux qui étoient restés dans ces établissemens étoit plus grand de 64. La plus grande mortalité a été à Kiew, puis à Tambow et à Archangel en 1812, elle a été considérable à Wætka, à Perme, à Jaroslaw, en général elle a augmentée de quelque chose.

Maisons de retraite de la seconde classe.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis de la maison		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Résan -	46	50	55	1	—	2	7	47	48	5	8
Simbirsk -	45	48	56	7	7	4	11	37	38	12	5
Saratow -	45	64	66	7	3	5	6	52	57	12	11
Nigegorod	40	39	43	—	—	4	7	35	36	9	6
Kalouga -	40 pour hommes	44	43	4	3	2	19	38	21	22	$2\frac{1}{7}$
	40 pour femmes	51	56	1	2	3	9	47	45	17	6
Poltava -	40	46	60	6	24	4	8	36	28	11	7
Esthlande -	35	30	41	1	1	2	12	27	28	15	$3\frac{1}{3}$
Kostroma	35	38	36	—	2	3	3	35	31	12	12
Koursk -	33	41	37	2	—	9	15	30	22	4	$2\frac{1}{2}$
Catherinoslaw	30	34	35	3	9	4	4	27	22	8	9
Total -	429	485	526	32	51	42	101	411	374	$11\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{3}$

Le nombre de ceux qui ont été reçus dans les maisons de retraite a augmenté en 1811 de 41, mais la mortalité a plus que doublée, c'est pour cela qu'il est resté en 1812 37 de moins aux maisons de retraite qu'en 1811. La plus grande mortalité a existé à Kalouga, à Koursk, en Esthlande; elle a été considérable à Simbirsk, à Nigegorod, à Pultava, à Kostroma la proportion est restée la même et très favorable; à Saratow elle s'est a peu près soutenue au même degré, et elle est devenue plus favorable à Catherinoslaw. Il seroit intéressant de rechercher les causes d'une mortalité aussi terrible pour les maisons de retraite en 1812. Peut-être que des maladies contagieuses, suites de la guerre, ont influé sur quelques établissemens.

Maisons de retraite de la troisième classe.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis de la maison		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Orenbourg	28	37	42	5	4	4	4	28	34	9	10
Astrachan	24	23	20	1	3	4	1	18	16	5	20
Résan -	24	28	—	—	—	5	—	23	—	5	—
Wologda -	20	20	25	—	2	2	3	18	20	10	8
Volhynie -	20	20	30	2	5	—	7	18	18	—	4
Irkoutsk -	20	17	14	2	1	4	2	11	11	4	7
Bialostok -	12	12	12	—	—	1	3	11	9	12	4
Poltava à la ville Oskola	11	11	—	—	—	—	—	11	—	—	—
Peretine -	—	17	17	—	—	—	1	17	16	—	17
Gadaïn -	—	12	11	—	—	2	2	10	9	6	5
Lochwitza	—	12	11	3	—	—	3	9	8	—	4
Constantinograd	—	6	6	—	—	—	—	6	6	—	—
Oboian -	8	10	—	—	—	2	—	8	—	5	—
Novgorod	13	17	17	2	1	2	3	13	13	8	5
Olonetz -	10	17	10	5	—	2	—	10	10	8	—
Livonie -	20	—	21	—	5	—	2	—	14	—	—
Total -	210	259	236	20	21	28	31	211	184	9	7½

Ici le nombre de ceux qui ont été reçus dans les maisons de retraite a diminué en 1812 de 23, la mortalité a ausssi augmentée mais pas d'une manière aussi terrible que dans les hopitaux de la seconde classe. Elle a été la plus forte en Volhynie, et dans les petites villes du Gouvernement de Pultava; mais à Orenbourg et à Astrachan la proportion à été très favorable. Il résulte de ces données le tableau suivant sur les maisons de retraite pour lès années 1811 et 1812.

Maisons de retraite	nombre des places	ont été reçus		sont sortis		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
de la première classe 18.	530	4300	2511	426	353	449	314	3425	1844	9½	8
de la seconde classe 11.	429	485	526	32	51	42	101	411	374	11⅓	5½
de la troisième classe 16.	210	259	236	20	21	28	31	211	184	9	7½
Total - 45 maisons de retraite	1169	5044	3273	478	425	519	446	4047	2402	9⅝	7⅓

Le nombre des places est incomplet, d'abord puisque plusieurs hopitaux sont établis pour un nombre illimité et puisque les rap-

ports sur d'autres ne me sont pas connus. Il est donc sans contredit plus grand qu'il n'a été marqué dans nos tableaux. Le nombre des reçus aux maisons de retraite en 1812 paroit si petit en comparaison de l'année précédente puisque les rapports sur Moscou et Plescou manquent. Il faut augmenter leur nombre de 1651, nombre des reçus dans ces maisons de retraite l'année 1811, ce qui feroit le nombre de 4924, qui ne diffère de celui de l'année précédente que de 120 de moins.

Malgré l'infériorité du nombre des reçus en 1812, celui des sortis diffère peu de celui de 1811, savoir de 53, tandisque la différence entre les reçus pendant ces deux années étoit de 1771, le nombre des morts est en comparaison beaucoup plus fort et parconséquent le nombre de ceux qui sont restés à ces instituts de bienfaisance, est beaucoup plus petit.

En comparant les maisons de retraite aux hopitaux, il résulte que la mortalité a plus augmentée aux premiers qu'aux derniers, phénomène étrange comme les hopitaux reçoivent les malades, les maisons de retraite les vieillards et les infirmes.

III. *Maisons des orphélins.*

Le nombre des maisons des orphélins n'est pas grand. Les orphélins nobles et beaucoup du tiers-état sont reçus dans les instituts de la Couronne, ceux de la classe des paysans sont nourris à la campagne par leurs parens ou par la commune qui veille en général sur les pauvres dans tous les gouvernemens russes et c'est pour cela qu'on ne voit point de mendians sur les routes de la Russie, mais bien en Pologne.

D'après nos données il n'y a en tout que 17 maisons des orphélins sous la direction du committé de surveillance, qu'on peut encore diviser selon le nombre d'enfans pour lesquels elles ont été établies. Il y en a pour plus de 50 enfans, d'autres pour plus de 25 et enfin d'autres pour moins que 25 enfans.

Maisons des orphélins de la première classe.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
St.-Petersbourg	—	227	—	22	—	14	—	191	—	16	—
Perme	60	205	191	9	154	—	1	196	36	—	191
Wilna	—	366	—	80	—	127	—	159	—	3	—
Nowgorod	pas fixé	120	122	—	3	93	106	27	13	$\frac{10}{31}$	$1\frac{1}{7}$
Smolensk	—	70	—	4	—	—	—	66	—	—	—
Wætka	60	63	76	—	8	34	34	29	34	$1\frac{7}{8}$	$2\frac{1}{4}$
Moscou	—	55	55	5	5	—	4	50	46	—	$1\frac{1}{4}$
Résan	51	51	46	8	—	1	—	42	46	$5\frac{1}{2}$	—
Total	171	1157	490	128	170	269	145	760	175	$4\frac{1}{3}$	$3\frac{11}{29}$

En deduisant du nombre des reçus en 1811 les gouvernemens dont il n'y a pas de donnée pour 1812, le nombre des reçus est presque égal pendant les deux années, savoir 494 en 1811 et 490 en 1812. Quant au titre de ceux qui sont sortis, Perme offre un exemple d'une sortie extraordinaire, on a fait sortir presque tout l'institut à la fois. Le titre de la mortalité offre les exemples les plus singuliers, à Perme sur 205 enfans il n'est mort aucun, de même à Smolensk sur 70, à Moscou sur 55 et à Résan sur 46 en 1812. Au contraire la mortalite a été excessive à Nowgorod et à Wætka. Il paroit douteux que sur 122 enfans 106 soient morts à Nowgorod en 1812. L'établissement de St.-Pétersbourg se distingue favorablement.

Maisons des orphélins de la seconde classe.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Woronesch	40	136	148	—	4	104	113	32	31	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$
Kasan	illimité	49	85	—	13	—	33	49	39	—	$2\frac{2}{3}$
Koursk	29	29	31	—	—	—	—	29	31	—	—
Total	69	214	264	—	17	104	146	110	101	2	$1\frac{7}{6}$

Maisons des orphélins de la troisième classe.

Wologda	illimité	25	23	1	—	1	—	23	23	25	—
Twer	illimité	22	65	1	12	2	1	19	52	11	32
Astrachan	15	16	19	7	6	—	2	9	11	—	9
Kostroma	—	15	15	—	—	—	—	15	15	—	—
Tomsk	15	12	96	—	—	—	85	12	11	—	$1\frac{2}{11}$
Olonetz	illimité	11	5	3	3	3	—	5	2	4	$1\frac{3}{4}$
Total	30	101	223	12	21	6	88	83	114	17	$2\frac{7}{17}$

Le nombre des enfans reçus aux maisons des orphélins a augmenté aux établissemens de la seconde classe de 50 en 1812, et à ceux de la troisième classe de 122, il a plus que doublé dans ces derniers et c'est surtout à Kasan à Twer et à Tomsk. La mortalité parmi les enfans a été terrible à Woronesch, à Kasan, à Tomsk et à Olonetz; elle a été naturelle à Astrachan et très favorable à Wologda et à Twer; elle a été nulle à Kourk, à Kostroma et aussi à Tomsk en 1811. Ce dernier établissement est arrangé pour 15 enfans, et tant qu'on s'est borné à ce nombre, la mortalité étoit des plus favorables, mais quand on a reçu tout à coup 95 enfans, il en est mort 85. Il seroit intéressant de connoitre les raisons qui ont forcé le committé de recevoir un si grand nombre d'enfans.

Nous remarquons qu'il règne la plus grande inégalité par rapport à la mortalité aux maisons des orphélins en Russie.

Le tableau général donne les résultats suivans:

Maisons des Orphélins	places	ont été reçus		sont sortis		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
de la premiere classe 8.	171	1157	490	128	170	269	145	760	175	$4\frac{1}{3}$	$3\frac{11}{20}$
de la seconde classe 3.	69	214	264	—	17	104	146	110	101	2	$1\frac{7}{8}$
de la troisième classe 6.	30	101	223	12	21	6	88	83	114	17	$2\frac{7}{11}$
Total - 17 maisons	270	1472	977	140	208	379	379	953	390	$3\frac{1}{6}$	$2\frac{4}{7}$

Le nombre des reçus est à peu près le même pendant les deux années, en deduisant les Gouvernemens sur lesquels il n'y a point des données, mais la mortalité a assurement augmentée pendant l'année 1812.

IV. *Maisons des enfans trouvés.*

Ces établissemens sont indispensables, il faut venir au secours de l'enfant exposé, il faut prévénir de plus grands crimes

que la misère, la honte et le desespoir feroient commettre. Mais d'un autre coté il n'y a pas d'établissement plus difficile à bien administrer. La foiblesse de la première enfance, dont presque le tiers meurt avant la 10^{me} année, les soins que leur éducation physique exige, où le manque de moyens et la négligence des surveillans donnent si facilement la mort; souvent le sang corrompu de ces malheureux enfans cause une mortalité qui a fait mal augurer de ces établissemens dans tous les pays. Mais quand on connoit la necessité indispensable de ces établissemens et quand on reflechit impartialement sur les causes majeures de cette mortalité, on donnera des justes louanges aux gouvernemens qui ont établis des maisons des enfans trouvés et on n'accusera pas sitôt les employés de négligence. Il y a partout des négligences et des abus, mais ils sont plus frappans quand les causes physiques se réunissent aux causes morales.

Comme le nombre des places n'est marqué qu'à un seul gouvernement et que la plupart reçoivent un nombre illimité d'enfans, nous n'avons pu diviser ces Instituts en classes, mais nous nous sommes bornés de les ranger d'après le nombre des enfans reçus.

Je dois observer que les établissemens pour un nombre illimité d'enfans sont sujets à des grands inconvéniens, car les moyens de loger, de nourrir, de surveiller les enfans sont assurement limités et le nombre qu'on doit recevoir ne l'est pas. L'expérience a bien fait connoitre le nombre moien des enfans à recevoir annuellement, mais il arrive des exceptions dont les suites sont terribles.

Gouvernemens	places	ont été reçus		sont sortis		sont morts		sont restés		mortalité	
		en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812	en 1811	en 1812
Kiew -	—	687	592	117	—	180	185	390	407	5	$3\frac{1}{5}$
Kalouga -	illimité	358	316	31	—	226	163	101	153	$1\frac{1}{2}$	2
Wologda -	illimité	328	360	—	—	205	247	123	113	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Jaroslaw -	illimité	215	219	9	14	108	103	98	102	2	2
Poltava -	50	123	113	22	16	2	2	99	95	61	56
Irkoutsk -	illimité	156	164	1	3	77	65	78	96	2	$2\frac{1}{2}$
Wladimir -	illimité	123	135	5	—	97	107	21	28	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Kostroma	illimité	101	109	1	4	74	88	26	17	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$
Moscou -	—	79	74	4	3	5	7	70	64	16	10
Mohilew -	illimité	61	37	—	5	27	—	34	32	$2\frac{1}{2}$	—
Archangel	illimité	64	417	2	—	23	377	39	40	3	$1\frac{1}{10}$
Simbirsk -	illimité	46	45	30	39	—	—	16	6	—	—
Tambow -	illimité	53	31	—	—	14	—	39	31	4	—
Tobolsk -	illimité	48	87	—	5	—	4	48	78	—	22
Wilna -	—	77	—	33	—	—	—	44	—	—	—
Total - 15 établissemens	50	2519	2699	255	89	1038	1348	1226	1262	presque le 3me	2

En général le nombre des enfans trouvés a peu augmenté pour la totalité, il s'est soutenu presque au même taux avec des variations peu considérables, excepté le gouvernement d'Archangel, dont les rapports sur les deux années ne se ressemblent nullement et donnent le résultat le plus terrible qui mériteroit d'être eclairci. En 1811 le nombre des enfans etoit de 64, en 1812 de 417. D'où vient cette augmentation subite d'enfans pour lesquels il n'y avoit vraisemblablement ni emplacement, ni provisions, ni moyens de surveillance. Il en est mort 377! Mortalité inouie qui ne sauroit être expliquée que par le manque absolu des moyens de loger, de nourrir, de surveiller un si grand nombre d'enfans, ou par une maladie épidemique. À Kalouga, à Wologda, à Wladimir, à Kostroma, à Jaroslaw, à Irkoutsk la mortalité a été très grande, plus que la moitié des enfans sont morts, tandisqu'à Moscou et surtout à Kiew la proportion étoit très favorable. Le plus grand établissement, celui de Kiew a une mortalité qui est assez forte, et qui a augmentée en 1812, mais qui n'est pas pourtant inouie aux maisons des enfans trouvés. Il est à remarquer que la mortalité a en général augmentée en 1812.

IV.

SECTION

D'HISTOIRE & DE PHILOLOGIE.

FRIDERICI MÜNTERI,
EPISCOPI SELANDIAE,

COMMENTATIO
DE
NUMO PLUMBEO ZENOBIAE, REGINAE ORIENTIS, ET AENEO PALMYRENO.

Academiae Scientiarum Petropolitanae d. 15 Maji 1822 oblata.

Numos plumbeos, ab Antiquariis diutius neglectos, quum attentius demum examinare adgressi sint Ficoronius, Schlägerus, Visconti, Sestinius, Zoëga aliique viri docti de re veterum numismatica optime meriti: non est, Collegae Eruditissimi, quod uberius exponam de incrementis, quae ex iis ceperit doctrina numorum novis urbibus, quas Geographia numaria huc usque desideraverat, in eandem demum receptis, novisque, antea ignotis, typis in lucem prolatis. Qua de causa Ego quoque haud plane inutilem aut infructuosam rem me facturum arbitratus sum, si consessui Vestro brevem offerrem commentationem, eamque grati erga Vos et honoris in me nuper collati memoris animi monimentum, de hujusmodi plumbeo numo Zenobiae, Orientis Reginae, in meis scriniis servato, quemque indubitatae esse antiquitatis persuasum mihi habeo. Fateor equidem in lance hydrostatica examinatum specificam gravitatem exhibuisse paulo minorem eâ, quam plumbo sub incude cuso attribuunt Chemici: sed inde nil colligi poterit, unde efficiatur eum esse fusum ideoque spurium, quia calx metallica, quâ undique obductus cernitur, pondus ejus haud dubie nonnihil minuit. Praeterea omnis numi ha-

bitus antiquitatem spirat, neque eam renuit typus, in numis Zenobiae plane novus, quamvis, ut deinceps monstrabitur, Palmyrenis haud incognitus. Sic autem habet:

ZHNΩBIA CЄBACTH. Caput diadematum.

Tab. XVIII. Fig. 1. ЄTOY S A. Roma sedens, d. Victoriolam, s. hastam; inter crura sellae clypeus. Tab. XVIII. Fig. 1. pl. 3. (*).

Vultus Zenobiae idem est, quem reliqui numi exprimunt. Idem capillorum comtus cernitur in numis Augustarum ejusdem aevi, v. c. Herenniae Etruscillae, Saloninae, Severinae, qualis in moneta Alexandrina, Graecam et Romanam reliquam ut taceam, conspicitur. Sed in caeteris omnibus, qui aetatem tulerunt, numis CЄΠTIMIA ZHNOBIA audit, nomine probabiliter a majoribus accepto, quod Septimiorum nomen Palmyrae vulgatum fuisse, inscriptiones graecae ibidem repertae docent; nisi a marito Odenatho, qui eodem praenomine usus est, accepisse malueris. In uno vero nostro numo omittitur. Variat quoque in ipsius nominis orthographia plumbum nostrum, Omega (caeteroquin eadem forma scripto quam in marmoribus et numis tertii seculi plerumque habet et constanter servat in titulis Palmyrenis) loco O μικροῦ posito, quo nomen Reginae atque virile Zenobii perpetuo scribitur in libris, numis atque marmoribus, ipsisque in Palmyrenis, in quibus saepe occurrit. Quicunque vero de frequentibus literarum, maxime Vocalium, in monumentis veteribus variationibus cogitaverit, O et ω aeque facile ac E et H, I et Υ permutari potuisse ab artifice, facile concedet neque propterea numo ceteroquin probo falsitatis notam inuret. Quid! quod ipsarum, de quibus hìc maxime agitur, vocalium permutatarum exemplum nomen ANTΩNIOΣ, ut recte scribendum erat, scriptum ANTONIOΣ in numis

(*) Qui de Zenobia et universe de rebus Palmyrenorum scripserunt, recensentur in Meuselii Bibliotheca Historica Vol. II. Parte 1. (Lips. 1785) pag. 24. seqq. Accedunt ad hos recentiores peregrinatores inprimis Cassas, cujus sumtuosum opus: Voyage pittoresque de la Syrie, de la Palaestine et de la basse Aegypte multis tabulis Palmyrae ruinas mira arte exprimit.

Gordiani III. offert; qui scribendi modus in aliis etiam numis, velut ANTONIOY NACΩNOC et pluribus in Asia cusis occurrit. (*) Provocavit quidem, qui ante me de alio Zenobiae numo singularem edidit libellum, Ern. Frid. Wernsdorfius ad locum Longini in fragmento Epistolae ad Porphyrium de imperitia librariorum Palmyrenorum querentis, qui, si ita sese reapse haberet, explicationi sphalmatis in nostro numo commissi inseruire potuisset. At rectius explicatus, locus iste, quem infra affero, (**) de longe alia re agit; et graecas artes Palmyrae floruisse ipsa hujus urbis stupenda monumenta satis superque evincunt, graecaeque linguae minime ignaros fuisse quadratarios marmora docent. Cur igitur tale quid de monetariis statuemus? At hujusmodi sphalmata in omni veterum populorum vel cultissimorum moneta haud raro inveniri inter omnes artis peritos constat. In aversa numi nostri parte cernuntur literarum ductus isti actati familiares; nec insolentior literae S forma eruditorum oculos laedet, qui meminerint, eandem haud plane exulare ex palaeographia veteri, quamvis in saxis Palmyrenis vix occurrat. Haec autem litera ab antecedentibus ЄTOY modico intervallo distinguitur, in quo astrum, si revera fuit, obscure exprimitur, quod quidem, quam sit frequens in numis Syriacarum atque Mesopotamicarum urbium, ut in moneta Aegyptiaca, omnes Numophili norunt. Romae autem sedentis et *Νικηφόρου* imaginem in Romanis aeque ac

(*) Rasche Lexicon universae rei numariae Veterum I, p. 889.

(**) *Τῶν γὰρ γραψάντων τοσαύτη σπάνις ἐνταῦθα καθέστηκεν, ὥστε, νὴ τοὺς θεούς, πάντα τὸν χρόνον τοῦτον τὰ λειπόμενα τῶν Πλωτίνου κατασκευάζων, μόλις αὐτῶν ἐπεκράτησα τὸν ὑπογραφέα τῶν μὲν εἰωθότων ἀπάγων ἔργων πρὸς ἑνὶ δὲ τούτῳ τάξας γενέσθαι*: quae quidem verba Tollius in editione Longini p. 251. ita intellexit, ac si hic questus fuisset quod non haberet Palmyrae, qui, Graece doctus, opera Plotini describeret. Sed Morus in optima, quae Lipsiae 1769 prodiit, Longini editione docet, comma male poni a Tollio post *ὑπογραφέα* quoniam *ἐπεκράτησα* genitivum habet, et ponendum esse post hoc verbum, sensum autem esse: *Etsi jamdudum paro editionem operum Plotini, tamen ea vix comparare mihi potui, ut librarium, a suis negotiis avocatum, hac una re occuparem.*

Graecis typis frequentem, neque adeo raro in Alexandrinis conspicuam, haud opus est, ut uberius illustrem, quum nemo nesciat, Odenathum, Zenobiae maritum, a Gallieno, participato imperio, Augustum fuisse agnitum. Itaque facillime explicatur, cur Zenobiae, cui Odenathus sine dubio Augustae nomen et honores concesserat, post ejus fata Romae typum in sua moneta admiserit. Neque unicus hic in aere Palmyreno. Extat enim numus Herenniani, Zenobiae filii, cujus et alterius, Timolai, nomine imperium obtinuisse narratur, eodem fere typo percussus, in Museo olim Bentinkiano, jam vero Donopiano Meiningae, in gallico hujus musei Catalogo Tom. I. p. 623 aeri incisus, quem, tametsi bene sciam, hocce museum spuria merce minime carere, genuinum tamen, quantum quidem ex pictura, quam Tab. XVIII. Fig. 2. sistit, colligere licet, esse arbitror.

Tab. XVIII. Fig. 2.

Numus noster, quin Alexandriae fuerit signatus, nullus dubitarem, nisi obstaret annus in eodem indicatus A, adeo enim reliqua omnia ad amussim conspirant cum moneta Alexandrina. Hanc vero epocham, quum haud sciam, quo pacto cum historia illorum temporum conciliem, ipsum Palmyrenum regnum natale numo solum adsignare malim. Igitur ad initium regni, quod Zenobia statim a nece Odenathi filiorum et proprio nomine aucupata est, ЄΤΟC A, quod in nostro numo legitur, referendum esse, vix est, de quo ambigamus. In constituenda vero novi hujus regni Chronologia facem nobis praetendunt numi Aureliani et Vabalathi Alexandrini, in quibus anni Aureliani leguntur: A. B. Γ., qui congruunt cum Vabalathi annis: Δ. Є. ϛ. Jam vero Aurelianum constat ad imperium accessisse a. u. c. 1022 — 1023 Aerae Alexandrinae 299. Namque hunc fuisse Aegyptiorum morem, ut primum Imperantium annum usque ad proximam mensis Thoth neomeniam, quae incidit in 29 (in bissextilibus vero annis in 30) Augusti, numerarent, etsi pauci tantummodo dies usque ad hocce novi anni initium restarent, omnes Chronologi docent, multis exemplis Zoëga in chronologicis Tabulis, egregio de numis Imperatoriis Aegyptiis operi adjectis, com-

probavit, et nuperrime eruditus Gallus Champollion Figeac in annalibus Lagidarum nuper editis uberius exposuit. Annus igitur Zenobiae primus, qui in Gallieni Augusti secundum Alexandrinos annum XV incidit, quot complexus fuerit dies, plane nos latet. Illo vero tempore Zenobiam nondum Aegyptum, a cujus regibus Ptolemaeis ultimaque Cleopatra se ortam esse gloriabatur, occupasse, ex ipsa imperii Romani historia, quantumvis hac aetate sit manca atque difficultatibus fere obruta, luculenter tamen patet. Trebellium enim Pollionem in vita Claudii Gothici c. II., atque Zosimum Lib. I. c. 44. habemus auctores, Zenobiam post necem Gallieni, primo Claudii anno, (a. u. c. 1020 — 1021, Aerae Alexandrinae 297, qui secundum morem Aegyptiorum annos Imperantium supputandi vix erat semestris) dum Claudius bello Gothico occupatus esset, Aegyptum invasisse. (*) Primus vero Claudii annus cum secundo, accedente forsitam tertii parte, Zenobiae anno congruit; unde patet, numum, anno primo hujus reginae notatum, Alexandriae haud potuisse signari. Neque Odenathi exstant numi certi in Aegypto percussi, iis, quos recensent Catalogi, soli Occoni visis, cujus quidem exigua est auctoritas, aliisque vel aperte spuriis, vel falsariorum arte vitiatis, ex quorum genere in numophylacio meo Maximini Alexandrinus servatur, literarum mutatione in Odenathi numum scalpro refictus. Caeterum, quum numi Claudii Alexandrini satis frequenter habeantur omnibus, quibus imperavit, annis, addito quinto, quem cum chronologia vera vix conciliabimus, nisi statuamus, post mortem Imperatoris, anno u. c. 1023. incertum quo mense, peste correpti, cusos esse hosce numos, antequam nuncius de ejus morte Alexandriam delatus esset; statuendum videtur, Zenobiam Alexandriam, Aegypti metropolin, in suam potestatem haud redegisse; aut si ea potita fuerit, victoria moderate usam et provinciam nomine Claudii suoque administrasse.

(*) Vid. etiam C. G. Heyne Urbis Alexandriae et Aegypti res et vicissitudines sub Imperatoribus Romanis ad tempora sua revocatae; (in Commentatt. Goett. recentt. Vol. II. (1813)) pag 10.

Quod quidem tanto est verisimilius, quum initio imperii Aureliani pacatus fuerit Oriens, et numus exstet Alexandrinus cum capite Zenobiae et Aureliani, (Catal. Mioneti. VI. p. 433.) qui, quamvis annum reticeat, sine dubio tamen ad illos referri debebit, quibus Aureliani et Vabalathi sociatis nominibus moneta Alexandriae cusa fuit.

Quousque vero Zenobiae in Aegypto atque ipsa in Palmyrene adjacentibusque regionibus duraverit imperium, haud plane constat: ita incerta et obscura est illorum temporum chronologia. Si fides habenda est numo, a Sellero in Antiquitatibus Palmyrenis edito, LZ inscripto atque Palmyrae cuso, id quod indicare videtur aversae typus, Palma additis literis ΠΑΛ, de cujus authentia, quum post Sellerum in ipsis Palmyrae ruderibus inventus fuerit a peregrinatoribus Anglis, nulla dubitandi superesse videtur causa, (Eckhel. Doctr. Num. VII. p. 493.) ad Aureliani annum usque quartum Palmyrae regnavit; Aegyptum tum temporis tenente, (a. u. c. 1024—1025, Aerae Alex. 301.) ejusque forte nomine administrante Firmo, quem tamen Augusti quoque honores usurpasse docet cum Pembrokianus ille numus ΑΥΤ Μ ΦΙΡΜΙΟC ЄΥΤ. C. inscriptus, tum Vopisci testimonium in vita ejus cap. 2.: *eum et purpura usum et percussa moneta Augustum esse vocitatum* perhibentis. Video quidem Zoëgam in ea fuisse opinione, Firmum tum demum imperium invasisse, quum Palmyreni post primam deditionem captamque Zenobiam bellum iterassent; et Aurelianum, excisa Palmyra, Aegyptum quoque, necato Firmo, in suam potestatem redegisse. Neque hoc meae sententiae adversatur; modo statuamus, Firmum, suadente vel impellente Zenobia, novas in Aegypto res molitum, initio clam egisse, purpuram vero, quum nuncium accepisset de Aureliani in Occidentem reditu deque rebellione Palmyrenorum, aperte induisse. Et pacatas in Aegypto post interitum Firmi atque Aureliani triumphum minime fuisse res, indicare videntur numi Domitii Domitiani anno B signati, quos quidem reticent Eckhelius atque Mionetus, Zoëga vero nulla suspicione notat, annoque aerae Alexandrinae 302, a. u. c. 1025—1026

cusos existimat, eodem quo Palmyrae signatus est ultimus Zenobiae, annum Z exhibens. Et si Alexandrinus foret Herenniani ille, in superioribus laudatus cum nota anni H, qua tamen de re dubito, colligi exinde posset, Zenobii filios in Aegypto fuisse imperii participes, vel asseclas servasse magno satis numero, ut monetam eorum nomine cudere potuerint, usque ad annum Aureliani quintum, Aerae Alex. 303. Romanae 1026 — 1027. De filiorum post triumphum Aureliani fatis nil certi constat, nisi quod Vabalatho aeque ac Zenobiae victor pepercerit: (Vopisc. in Aurel. c. 30. Zosimus 1. cap. 59.) Sed de Herenniano et Timolao, quos Zenobiae filios fuisse plerique contendunt, Vabalathus enim privignus vel ex privigno nepos fuisse videtur, jam ipso illo tempore diverse narrabatur, quum Trebellius, auctor fere σύγχρονος, in vita Herenniani tradat, *multorum fuisse opinionem, eos fuisse ab Imperatore interemptos, multorum vero, morte sua consumtos.*

Triumphum de Zenobia Tetricisque Aurelianus ex Oriente redux egit a. u. c. 1026. p. Chr. 273, et quidem haud dubie brevi ante initium anni sequentis; id quod ordo temporum postulare videtur, quum eodem hoc anno Zenobia fuerit capta, Palmyra in deditionem recepta, et denuo rebellans expugnata atque eversa, Firmus oppressus, et Imperator ex Oriente Romam redux. Hinc pronum ad conjiciendum, numum Herenniani anno H inscriptum, cusum fuisse, etsi non Alexandriae, Palmyrae tamen, fervente adhuc bello, et ante excidium Urbis. Periit, aut ab initio defuit in hoc numo litera L λυκάβαντα significans, anni nomen in dialecto Macedonica et Alexandrina, quam praeter Aegyptios, Sidonios, Tripolitanos, Palaestinenses aliosque in moneta sua usurpasse constat; unde facile intelligetur, eundem quoque morem ad Palmyrenos migrare potuisse.

His de numo Zenobiae plumbeo sic expositis, nihil superest, nisi ut ex Eckhelio, Zoëga et Mioneto brevem demus conspectum universae monetae ejus nomine et auctoritate signatae: atque ad calcem hujus commentationis adjiciamus tabulam chronologicam an-

norum illorum, quibus Zenobia regnavit ex Chronologia, a Georgio Zoëga adornata, haustam.

Numi Zenobiae

1. CЄΠTIMIA ZHNOBIA CЄB. Ejus caput.
   AYT. K. Λ. Δ. AYPHΛIANOC CЄB. Caput laureatum; numus unicus in Mus. Theupoli, modo certae sit fidei. AE. 3.
2. CЄΠT ZHNOBIA CЄB. Ejus caput diadematum.
   LΔ Providentia stans d. elata. s. cornucopiae duplex. AR.
3. CЄΠTIM. ZHNOBIA. CЄB. Caput diatementum
   LЄ idem typus.
4. CЄΠT. ZHNOBIA. CЄB. Caput. AE. 2.
   LЄ. Mulier stans ante aram ignitam, d. granum thuris s. accerram. AE. 2.
5. CЄΠTIM. ZHNOBIA CЄB. Caput diadematum.
   LЄ. Spes gradiens. AE. 2.
6. CЄΠTIMIA ZHNOBIA CЄB. Caput diadematum.
   LЄ. Dianae caput, prae quo luna bicornis. AE. 2.
7. CЄΠTIMIA ZHNOBIA CЄB. Caput.
   LZ. ΠAΛ. Palma.
8. CЄΠT. ZHNOBIA CЄB. Caput.
   ΑΠΟΛ. Γ .... Duo pilei Dioscurorum. AE. 2.
9. ZENOBIA AVG. Caput Zenobiae super luna bicorni.
   PIETAS AVGG. Mulier stans adstanti puello dexteram porrigit; unicus, qui hactenus prodiit latinus; AE. 3. modo sit genuinus! nam parum fidei Taninio est habendum, quod ipse expertus sum, quum catalogum numorum adulterinorum 30 Tyrannorum, qui penes me servantur, sine ulla haesitatione, licet admonitus fuerit de falsa ista merce, in suum opus receperit; quod quidem jure meritoque carpit Eckhel. Doctr. Numor. I. p. CXVIII et CLXXII.
10. Hisce denique accedit ultimo loco Plumbeus meus.

2.

A Palmyrae regina ad numos Palmyrenorum facilis est transitus, quos ut brevibus attingam, occasionem facit alius, quem possideo numus. Unicus ille, qui hactenus innotuit, idemque indubitatus, (nam bini illi a Woidio Archaeologiae Britann. VI. p. 130. ex Museo Hunteriano prolati et Palmyrae attributi certam nondum habent fidem) in adversa parte tria numinum capita radiata sistit; intermedio nimirum capite adverso cum modio, eodemque barbato, duobus aliis imberbibus et juvenilibus, ne dicam muliebribus, id quod Eckhelio quidem visum est, Doctr. Numor. III. p. 265. quod vero propter exiguam numi molem, est enim ex aere tertio, probari vix poterit, quorum illud, quod ad dexteram est, modium insuper habet. In aversa nomen urbis legitur ΠΑΛΜΥΡΑ, et Victoria cernitur dextera bilancem tenens super columella. Vix erit dubitandum, quin tribus istis capitibus praecipua Palmyrenorum numina proponantur. Et intermedium illud radiatum nullum aliud esse videtur nisi Sol, *Malachbel*, cujus celebre templum stetit Palmyrae, immensis splendidisque ruderibus hodieque conspicuum. Nam duo numina πατρῷα coluisse Palmyrenos, vetus docet inscriptio, ab Augustino Antonio Georgio demum illustrata (*), eaque bilinguis:

ΑΓΛΙΒΟΛΩ ΚΑΙ ΜΑΛΑΧΒΗΛΩ ΠΑΤΡΩΟΙC ΘΕΟΪC

dicata, cujus prima, quam graeco jam sermone retuli, linea palmyrenice, hebraeis literis scripta, ita sonat:

לעגלי־בולו ומלג־בולו בתרוסוי בלים

Quum vero Malachbel haud dubie sit Belus, Solis numen, valde arridet Georgii sententia, in Aglibolo *Elagabalum* agnoscentis, eumque cum Coeli Deo, τῷ κύκλῳ παντὶ τοῦ Οὐρανοῦ (Celsus apud Originem, idemque adv. Celsum. Lib. V. c. 41. et 44.) Oromasde componentis. Eorundem Deorum imagines Aurelianum secum

(*) De inscriptionibus Palmyrenis, quae in Museo Capitolino adservantur, interpretandis Epistola Fr. Augustini Georgii ad Nicolaum Canonicum Fogginium. Romae 1782.

Romam duxisse, refert Zosimus Lib. I. c. 61. An vero uterque propositus sit nostro in numo, peritioribus dijudicandum relinquo, meam qualemcunque opinionem haud dissimulans, inferius heic exhiberi numen, et, si veri aliquid inest hypothesi, in urbe limitropha notiones Persarum religiosas coaluisse cum cultu Syrorum, Mithrae Persico quodammodo analogon: inprimis cum in eodem numo cernantur duo alia numina, quae σύνθρονα esse videntur. Jam vero apud Edessenos vicinos *Monimus* et *Azizus*, a Juliano imperatore Oratione in Solem (pag. 150. Spanh.) cum Mercurio et Marte comparati, Solis σύνθρονοι vel πάρεδροι fuerunt, unde probabile fit, eosdem hos, aut alios ex Persarum Theologia in hoc numo repraesentari deos sociatos. Aversam ejusdem de Zodiaci libra explicat Eckhelius. Nec magnopere refragabor, quum numi Syriaci et Mesopotamici alia Zodiaci signa, Arietem, Scorpionem, Capricornum, habeant. Sed quid Victoriae cum signo coelesti commune? Hinc magis placet Pellerinii sententia (Recueil III. ad Tab. LXXX. n°. 65.) typum allegorice explicantis de potestate Palmyrae Romani Parthicique imperii res aequilibrantis. Quam quidem huic regno Gallieni, Claudii, Odenathi atque Zenobiae aetate fuisse vim atque potestatem, nemo sane inficias ibit; neque equidem video, cur multo remotius aevum huic numo cum Eckhelio tribuamus, quum ipse ejus habitus nil prodat, quod cum illa seriori Palmyrenorum aetate congruere haud possit.

Alius jam accedit numus ex museo meo, ἀνεπίγραφος ille quidem, ex eorum autem meo judicio genere, qui natale suum solum ipso typo loquuntur. Ut enim Sidetarum numi malum punicum, Cleidarum clavem, Cardiae cor, Leontinorum leonem, nominis quasi hieroglyphum exhi-
Tab. XVIII. Fig. 3. bent; ita quoque meo in numo, quem Tab. XVIII. Fig. 3. proponit, Palmae arboris vertex in aversa — adversa vero habet galeam cristatam — vetus Palmyrae nomen תדמור, (2. Paral. VIII, 4. I. Reg. IX, 18. Θοεδμὸρ in versione LXX virali, Josepho Θαδάμορα) in prima inscriptione Palmyrena, quae in Museo Capitolino servatur, corrupte תלמר scriptum, vera lectione in secundo servata, (*) a pal-

(*) Cfr. Georgii Epistolam de Inscriptt. Palmyrenis; pag 85 et 135.

mis, quibus olim floruit dactyliferis oriundum indicare existimem, et licet graecum urbis nomen Παλμύρα, cum Palmis, quae graece φοίνικες audiunt, nil habeat commune, urbem tamen bilinguem in eligendis Symbolis, quae suis numis incuderet, ad proprium et natale, certe antiquius potius quam ad recentius nomen, quod quidem difficilis est explicationis, respexisse valde mihi est probabile. Accedit ad hoc, numum nostrum manifeste esse antiquiorem, et ni egregie fallor, Regum Syro-Macedonum aetate cusum, quod ex galea quoque, qua signata est ejus adversa, fortitudinis et nobilitatis symbolo, in numis Regum Macedonum et Seleucidarum haud ita raro conspicua, colligere licet; quamquam in Herodis quoque M. moneta apparet, duobus tamen seculis et dimidio ante Zenobiam cusa. Verum, ut nil reticeam, huncce numum fateor, a Georgio Zoëga pro Phoenicio, qui ipsam suam patriam loqueretur, Roma mihi missum esse. Tametsi autem nullus negavero Palmas vel solas, vel aliis figuris adstitutas in numis Phoeniciis v. c. Sidoniorum Tyriorumque saepe cerni, easque in Carthaginensium moneta habitare, ne ipsum quidem Phoenicum nomen, (quod, si genuina est etymologia a Bellermanno doctissimo Berolinate ex prisco gentis nomine כנען ducta, cum Palma arbore nullam habet cognationem) in autonomis invenire mihi licuit; nam non nisi unus exstat numus Imperatorius, isque longe serioris aetatis, sub Caracalla nimirum cusus, cui KOINON ΦOINIKΩN inscriptum legitur. Praeterea rem meam adstruere videtur numi mei raritas. Nullibi enim recensitum invenire mihi contigit; id quod de Palmyrene, harum mercium parum feraci et a paucis visitata regione, facile intelligitur, vix vero ac ne vix quidem de Phoenice, numis omnium fere urbium adeo abundante, praesumi poterit. Denique Palmam quoque a Palmyrenis incusam fuisse ipsorum numis, docet Zenobiae ille, quem in recensu monetae ejus septimo loco descripsimus. Neque ipsa numi nostri fabrica plane negligenda videtur, quam a numorum in Phoenicia cusorum forma atque externo habitu differre crediderim. Hisce igitur argumentis in unam velut summam collectis, id historicae veritati maxime consen-

taneum esse ratus sum, ut solitarium huncce numum, donec meliora docerer, Palmyrae adsignarem, atque cum plumbeo Zenobiae sociarem. Vos vero, Collegae Amplissimi atque Doctissimi! etiam atque etiam rogo, ut brevem hunc in utrumque numum commentarium amica mente excipiatis, et, si quid rectius novistis, humaniter atque candide impertiri dignemini.

p. Chr. n.	a. u. c.	Aerae Alexandrinae.	Imperatorum	
266	1019	296	Gallieni ιε	Zenobiae α. a caede Odenathi
267	1020	297	ις Occiditur ante Phamenoth. 26. Claudii α. vix semestris	Zenobiae et filiorum β*.
268	1021	298	Claudii β.	Zenobiae et filiorum γ (*).
269	1022	299	Claudii γ. perit c. mensem Pharmuthi Quintilli α. Aureliani α. Aureliani et Vaballathi α — δ.	Zenobiae et Vaballathi δ. Herenniani δ (*).
270	1023	300	Aureliani β. Vaballathi ε.	Zenobiae ε. Herenniani ε (*).
271	1024	301	Aureliani γ. Firmi α.	Zenobiae et filiorum ς (*).
272	1025	302	Aureliani δ. Firmi β. Domitiani β.	Zenobiae Palmyreni ζ.
273	1026	303	Aureliani ε.	Heremniani η in numo Palmyreno. Aurelianus triumphum agit Romae de Tetricis et de Zenobia.
274	1027	304	Aureliani ς	Interficitur circa m. Pharmuthi.
275	1028			

Asteriscus juxta nomina positus indicat, numos illo anno signatos desiderari. Sic. v. c. desunt numi Herenniani anno ε cusi, habentur vero Zenobiae ejusdem anni.

NUMI KUFICI,

QUI IN IMPERATORIS AUG. MUSEO SOLITARIO PETROPOLI SERVANTUR.

RECENSUIT

C. M. FRAEHN.

Conventui exhibuit die 27. Aug. 1823.

In eo, quo Imperatoris Augustissimi totius Russiae Museum solitarium (vulgo *Eremitage* dicunt) superbit, apparatu numorum locupletissimo et pretiosissimo non ampla quidem, neutiquam tamen contemnenda numorum Mu'hammedanorum deprehenditur copia. Hos ego anno clolcccxvii quum incertos nulloque prorsus dispositos ordine jacere vidissem, unà cum Talismanis Sigillisque Arabicis, Persicis, Turcicis, quæ ibidem loci condita sunt, digerebam breviterque describebam. Numi quidem CLXXXVII numero sunt, non computatis exemplis duplicibus. Gentes autem et dynastiæ, a quarum principibus signatos se profitentur, hæ sunt: A) Chalifæ Umaijadæ, tam Orientales quam Occidentalis, et 'Abbasidæ, 'Alides Edrisidarum auctor, Chalifa Fatimides, Emiri Samanidæ, 'Hamdanidæ, 'Okeilides, et Buweihidæ. B) Chanus Hulaguides, Chani Dschudschidæ, Giraï-Chanus, Imperatores Baburidæ, Sultani 'Osmanidæ, Schahi Sofidæ & Efscharidæ.

Jam inter Kuficos maxime seu antiquiores quum haud pauci reperiantur, qui vel nemini adhuc innotuerunt, vel, quod plus est, tam ad nostram rei numariae Mu'hammedanorum cognitionem am-

plificandam, quam ad hoc illudve historiae momentum illustrandum faciunt, eos quidem (sunt autem numero cxxii) sepultos diutius jacere non passus in publicum deducendos usum esse existimavi. Solà autem brevissimà interpretatione auctos eos in medium proferre satis habui, quia plerosque eorum amplà commentatione illustrandi locum dabit ea, quam paro, Numophylacii academici descriptio. Ab hujus ipsius admirandà ubertate etiam ortum est, quod eorum, quos ex Museo Imperiali solitar. produxi, numorum, non nisi quintam admodum partem notà *inediti* insignivi, quamquam eorum multo major numerus hoc titulo augendus fuisse videbitur hunc Indicem perlustranti nec conferenti, nisi cum libris numismaticis jam editis. Nimirum quum ejusmodi numos jam ex Museo academico in ipsius Recensione, quæ in eo est, ut edatur, produxi, eos anecdotos amplius prædicare non potui. Id etiam monendum, me in describendis numis, quorum ratio jam aliunde satis superque innotuit, non posuisse nisi uniuscujusque momenta potiora, omissis, quæcunque singulis atque omnibus ejusdem generis numis communia esse solent, veluti formulæ Koranicæ aliaque similia. Nec numorum metallum, nisi aurum vel æs, nominatim indicavi. Argentei igitur sunt, quotquot omni metalli indicatione carent. Denique lineola ducta sub Arabica, ea minus distincte expressa in numis cerni indicat; signum autem, quod vocant divisionis, geminatum =, locum in numo detritum deletumve esse denotat.

I.

NUMI
CHALIFARUM UMAIJADARUM

A) ORIENTALIUM.

'ABD-UL-MELIK, aut *WALID* I.

1. ineditus, rar. notab.

Cusus بواسط فى سنة ست وثمنين (v. Tab. XVIII, 1.) *in Wasit anno octogesimo sexto.* (a. H. 86 = Ch. 705.) (*)

JESID II.

2.

Cus. ibid. سنة ثلث ومية *anno centesimo tertio.* (a. H. 103 = Chr. 721,2.)

HESCHAM.

3.

Cus. ibid. سنة سبع ومية *anno centesimo septimo.* (a. H. 107 = Chr. 725,6.)

4.

Cus. ib. سنة اثنتين وعشرين ومية *anno centesimo vicesimo secundo.* (a. H. 122 = Chr. 739,40).

B) OCCIDENTALIUM.

'HAKEM II.

5. ined. rar. notab.

Aureus, cus. ut mutilati Marginis vestigia indicare videntur, بمدينة الزهراء *in urbe es-Sehra* (al-Zehra).

(*) Anno dclxxxxvii quum Prolusionem de Musei academici parte ederem, hic ætate secundus erat omnium numorum, qui inde ab re monetariâ Arabum per 'Abd-ul-Melikum a. H. 76. reformatâ et relictis institutis peregrinis Arabicæ consuetudini conformatâ innotuerant. Jam vero nunc non nisi decimum quartum locum occupat. Tanta incrementa per hos sex annos nostra rei numariæ Arabum scientia cepit!

In supremâ A. I. flosculus, in eâdem infimâ عامر *Amir.*

A. II. جعفر || المستنصر بالله || امير المومنين || الامام الحكم || الحاجب *Cubicularius*, || *Imamus el-Hakem* || *Emirus Fidelium* || *el-Mustanfir-billah.* || *Dscha'far.* Conjunge primum et ultimum versum. (v. Tab. XVIII, 5.)

M. محمد رسول الله ارسله usque ad كله.

Numus circa a. H. 354 = Chr. 966 cusus est.

II.

NUMI

CHALIFARUM 'ABBASIDARUM.

MEHDY.

6.

Aur. (الدينر), cus. سنة خمس وستين ومية *anno centesimo sexagesimo quinto.* (a. H. 165 = Chr. 781,2.). Reliqua pro solemni aureoum 'Abbasidianorum more habent.

7.

Cus. بالعباسية سنة سبع وستين ومية *in el-Abbasiâ* (urbe Africae provinciae s. Libyae) *anno centesimo sexagesimo septimo.* (a. H. 167 = Chr. 783,3.)

In supremâ A. II. punctum grossius, in infimâ eâdem سك (sic fere) i. e. يزيد *Jesid*, nempe Jesid filius 'Hatimi Muhallebides, Emirus s. Praefectus Africae provinciae.

8. ined.

Aureus (الدينر) cus. سنة ثمان وستين ومية *anno centesimo sexagesimo octavo.* (a. H. 168 = Chr. 784, 5.). Reliqua, ut solent in aureis 'Abbasidianis.

9.

Cus. بالعباسية سنة تسع وستين ومية *in el-Abbasiâ anno centesimo sexagesimo* (?) *nono.*

In supr. A. II. ع (quod mihi idem valet atque غ), in cad. inf. يزيد *Jesid*, eodem fere modo quo in Numo a. 167 exaratum.

HARUN RASCHID.

10. notab.

Cus. بالمحمدية سنة خمس وسبعين ومية *in el-Muhammediá* i. e. er-Rey) *anno centesimo septuagesimo quinto.* (a. 175 = 791, 2.)

A. II. يزيد || وسلم الخليفة الرشيد || صلى الله عليه || محمد رسول الله *Muhammed apostolus Dei est,* || *cui Deus benedicat* || *et salutem præstet. Chalifa er-Raschid.* || *Jesid,* quo nomine Jesidum filium Mesidi indicari puto.

11. rar. notab. v. Tab. XVIII, 11.

Cus. بمدينة زرنج سنة خمس وثمنين ومية *in urbe Serendsch anno centesimo octogesimo quinto.* (a. 185 = C. 801.) Not. in numo hæc ita fere expressa esse — ح سنه خمس وممس —

A. II. || الخليفة الرشيد || صلى الله عليه وسلم || محمد رسول الله || على بن بركة *Aly,* || *Muhammed* &c. || - - - || *Chalifa er-Raschid.* || *filius Berekæ.* Conj. primum et quint. vers. Infra ع est.

12. ined. rar. notab.

Cus. بطبرستان سنة احدى وتسعين ومية (v. Tab. XVIII, 12.) *in Tabristan* (i. e. Amol) *anno centesimo nonagesimo primo.* (a. 191 = 806, 7.)

In infimâ A. II. د

13. rar. notab.

Cus. بمدينة سمرقند سنة ثلث وتسعين ومية *in urbe Samarkand anno centesimo nonagesimo tertio.* (a. 193 = 808, 9.)

In inf. A. II. حوبه (v. Tab. XVIII, 13.) *'Hamujah?*

14.

Cus. بمدينة السلام *in Urbe salutis* (seu Baghdad) anno, ut puto, 193.

In inf. A. II. د

AMIN,

a) heres Chalifatus designatus.

15. notab.

Cus. بمدينة السلام احدى وثمنين ومية *in Urbe salutis anno centesimo octogesimo primo.* (a. 181 = 797, 8.)

A. II. محمد رسول الله || مما امر به الامير الامين || محمد بن امير المومنين || جعفر *M.* &c. || *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit Emirus el-Amin* || *Muhammed filius Emiri Fidelium.* || *Dscha'far*, nempe Barmekides Wesirus.

b) Chalifa

16. ined. rar. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة اربع وتسعين ومية *in Urbe salutis anno centesimo nonagesimo quarto.* (a. 194 = 809,10.)

A. II. ربى الله || محمد رسول الله || مما امر به عبد الله الامين || محمد امير المومنين || العباس *Dominus meus Deus est.* || *Muh.* &c. || *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit servus Dei el-Amin* || *Muhammed Emirus Fidelium.* || *El-Abbas*, nempe filius el-Fafzli cubicularius Chalifae.

17. notab.

Cus. ibid. eod. que anno.

In A. II. suprema ربى الله *Dominus meus Deus est.*

MAMUN,

a) heres Chalifatus designatus.

18. notab.

Cus. بمدينة بلخ سنة اربع وتسعين ومية *in urbe Balch anno centesimo nonagesimo quarto.* (a. 194 = 809,10.)

A. II. ولى عهد المسلمين || عبد الله بن امير المومنين || مما امر به الامير المامون || محمد رسول الله || لله *Deo* (celebrando!) || *Muh.* &c. || *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit Emirus el-Mamun* || *præfectus curando foederi Muslimorum* (s. heres Chalifatus) || *Abdullah filius Emiri Fidelium.*

b) Chalifa.

19. rar. notab. v. Tab. xviii. 19.

Cus. سنة ست وتسعين ومية (?) بـاران *in Arran* (s. Berda'a) *anno centesimo nonagesimo sexto.* (a. 196 = 811,12.)

In inf. A. I. مر

A. II. عبد الله || مما امر به الامام المامون || طاهر || محمد رسول الله امير المومنين || بن محمد *Tahir*, || *Muh.* &c. || *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit Imamus el-Mamun* || *Abd-ullah Emirus Fidelium.* || *filius Muhammedis.* Conjung. vers. primum et postremum.

20. ined.

Cus. مدينة السلام سنة ست عشرة ومايتين *in Urbe salutis anno ducentesimo decimo sexto.* (a. 216 = 831,2.)

A. I^am^ altera cingit inscriptio marginalis, continens vers. Koranicum : لله الامر من قبل &c. (*) In A. II. supremâ لله (**)

MU'TESS BILLAH.

21.

Cus. بسمرقند سنة ثلث وخمسين ومايتين *in Samarkand anno ducentesimo quinquagesimo tertio.* (a. 253 = 867.)

A. II. p. p. المعتز بالله || امير المومنين *El-Mu'tess-billah.* || *Emirus Fidelium.*

MU'TASZID-BILLAH.

22. ined. rar.

Cus. مدينة السلام سنة اثنين وثمنين ومايتين *in Urbe salutis anno ducentesimo octogesimo secundo.* (a. 282 = 895,6.)

A. II. p. p. المعتضد بالله *El-Mu'tafzid-billah.*

(*) Monco, eandem obtinere rationem in numis Chalifarum 'Abbasid. proxime sequentium.

(**) Hoc & ipsum in omnium, qui jam sequuntur, Chalifarum 'Abbas. numis deprehenditur.

23. ined. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة ثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo.* (a. 300 = 912,13.)

A. I. inf. ابو العباس بن || امير المومنين *Abu-'l - Abbas filius* || *Emiri Fidelium.*

A. II. p. p. المقتدر بالله *El - Muktedir - billah.*

24. ined. notab.

Cus. ibid. سنة خمس وثلثماية *anno trecentesimo quinto.* (a. 305 = 917,18.)

Reliqua eadem sunt, atque numi proxime praecedentis.

25. ined. notab.

Cus. عشر ... (?) اثنتى ... بالموصل *in el-Maufil* (Mosul) anno trecentesimo et *duodecimo* (ni f. leg. احدى, ut sit: undecimo). Reliquorum eadem ratio est, ac in N. præced.

26. ined. notab.

Cus. بسرمن‌رى سنة اربع عشرة وثلثماية *in Serrmanra anno trecentesimo decimo quarto.* (a. 314 = 926,7.)

Reliqua hujus numi inscriptio eadem est, ac numorum proxime praecedentium.

27. ined. notab.

Cus. بواسط سنة اربع عشر وثانماية (sic) *in Wasit* anno eodem, cetera iis, qui proxime antecesserunt, numis similis.

28. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة سبع عشرة وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo decimo septimo*, cetera NN. proxime antecedentibus similis.

29. ined. notab.

Cus. بالكوفة سنة ثمانى عشرة وثلثماية *in el-Kufa anno trecentesimo decimo octavo.* (a. 318 = 930.)

Reliqua eadem sunt, atque in NN. prox. praecedd.

30.

Numus de genere proxime antecedentium, sed adeo detritus in Margine, ut nec loci nec anni notatio amplius cognosci queat.

KAHIR - BILLAH,

31. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة احدى وعشرين وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo vicesimo primo.* (a. 321 = 933.)

In inf. A. I. ابو القاسم بن || امير المومنين *Abu'l - Kasim filius || Emiri Fidelium.*

A. II. p. p. القاهر بالله *El - Kahir - billah.*

RASZI - BILLAH.

32. ined. notab.

Cusus بمدينة السلام سنة ثلث وعشرين وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo vicesimo tertio.* (a. 323 = 934, 5.)

A. II. p. p. الراضى بالله *Er - Rafzi - billah*

د i. e. ر vel ز

33. ined.

Cus. بالبصرة سنة اربع = = = وثلثماية *in el-Basrâ anno trecentesimo = = = quarto.* (a. 324 = 935,6.)

A. II. p. p. *Er - Rafzi - billah.*

34. ined. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة خمس وعشرين وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo vicesimo quinto.* (a. 325 = 936,7.)

A. II. الراضى بالله *Er - Rafzi - billah.*

د

35.

N. ejusdem Chalifæ vehementer attritus.

MUTTEKI - LILLAH.

36. ined. rar. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة تسع وعشرين وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo vicesimo nono.* (a. 329 = 941.)

A. I. inf. ابو منصور بن || امير المومنين *Abu-Manſur filius* || *Emiri Fidelium.*

A. II. p. p. المتقى لله *El - Mutteki - lillah.*

37.

N. satis attritus ejusdem Chalifæ, eâdemque epigrapharum ratione, in *el-Baſrá*, ut videtur, cusus, anni وثلثماية (?) ثلثين = =

38.

N. circumcidendo minutus majoremque in modum attritus, quem ab aliquo Africæ provinciæ Præfectorum procusum suspicor.

39.

N. aereus, et ipse vehementer detritus, in inf. A. I. يزيد *Jesid* præ se ferre videtur, cetera adeo corruptus longâ die, ut legi amplius non possint.

III.

NUMUS

EDRISI 'ALIDAE

conditoris Dynastiæ Edrisidarum in Maghreb.

40. rar. notab. v. Tab. XVIII, 40.

Cus. بـ = = = سنة اربع وسبعين ومية *in = = = anno centesimo septuagesimo quarto.* (a. 174 = 790,1.)

A. II. على || صلى الله || عليه وسلم || محمد رسول || الله = = i. e. = = *Muh. est apost.* || *Dei, Deus benedicat* || *ei et salutem præstet.* || *Aly.*

M. مما امر به ادريس بن عبد الله جاء الحق وزهق الباطل ان الباطل كان زهوقا i. e. *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit Edris filius Abd-ullahi. Advenit veritas, lubrico autem lapsu corruit vanitas; vanitas enim sane res lubricissima est.* (Kor. 17 : 83.)

IV.

NUMUS

CHALIFAE FATIMIDAE.

41. notab.

Numus aureus. A. I. معد || عبد الله ووليه || الامام ابو تميم || المستنصر بالله || امير المومنين *Maad* || *servus Dei et ejus Waly* (amicus &c.) || *Imamus Abu-Temim* || *el-Mustanfir-billah* || *Emirus Fidelium.*

M. بسم الله الرحمن الرحيم ضرب هذا الدينر بمصر سنة تسع وثلثين واربعماية *In nomine Dei miseratoris misericordis! Cusus est hic Denarius in Misr* (Fostat) *anno quadringentesimo tricesimo nono.* (a. 439 = 1047,8.)

A. II. ولى || لا اله الا الله || وحده لا شريك له || محمد رسول الله || على الله *Aly* || - || - || - || *Waly* (amicus, aut vicarius) *Dei est.*

M. محمد رسول الله ارسله &c.

V.

NUMI

EMIRORUM SAMANIDARUM.

ISMAIL I.

42.

Cus. بالشاش سنة اربع وثمانين ومايتين *in esch-Schasch* (s. Taschkend) *anno ducentesimo octogesimo quarto.* (a. H. 284 = Chr. 897,8.)

A. II. p. p. اسمعيل بن احد || المعتضد بالله *El-Mu'tafzid-billah.* || *Isma'il filius Ahmedis.* (*)

43.

Cus. ibid. سنة ست وثمانين ومايتين *anno ducentesimo octogesimo sexto.* (a. 286 = 899.)

A. II. eadem, atque N. antecedentis, est.

44.

Cus. ibid. سنة تسعين ومايتين *anno ducentesimo nonagesimo.* (a. 290 = 902,3.)

A. II. p. p. اسمعيل بن احد || المكتفي بالله *El-Muktefi-billah.* || *Isma'il filius Ahmedis.*

45.

Cus. ibid. سنة اربع وتسعين ومايتين *anno ducentesimo nonagesimo quarto.* (a. 294 = 906,7.)

A. II. eadem, quæ N. proxime antecedentis, est.

46.

Cus. *in Samarkand* eod. anno.

A. II. ut in N. 45. modo laudato.

A'HMED.

47.

A. I. inf. ع A. II. p. p. احد بن اسمعيل || المكتفي بالله *El-Muckteft-billah.* || *Ahmed filius Ahmedis.* Loci annique notatio prorsus deleta est, quamquam numum anni 295. esse vix dubitare licet.

48.

Cus. *in Samarkand* anno (in alt. ومايتين) ست وتسعين ومايتين *ducentesimo nonagesimo sexto.* (a. 296 = 908,9.)

(*) Reliqua, quam omnes fere numi argentei Samanidici communem habent, inscriptionum ratio in vulgus pervulgata est.

A. II. p. p. احمد بن اسمعيل || المقتدر بالله *El-Muktedir-billah.* || *Ahmed filius Ismaïlis.* (posterius quidem neschico modo.)

49.

Cus. بالشاش سنة ثمان وتسعين ومايتين *in esch-Schasch anno ducentesimo nonagesimo octavo* (?). (a. 298 = 910,11.)

A. II. p. p. احمد بن اسمعيل || = = = = = الـ *El-Muktedir-billah.* || *Ahmed fil. Ismaïlis.*

50.

Cus. *in Samarkand anno* تسع وتسعين ومايتين *ducentesimo nonagesimo nono.* (a. 299 = 911,12.)

In supr. A. I. flosculus, in inf. eâdem

A. II. Chalifæ & Emiri, quos modo dixi, nomina, posterius quidem modo neschico.

51. notab.

Cus. باندرابة *in Enderabe* (quæ est urbs Tocharistanæ) anno eodem.

In inf. A. I. ابو نصر *Abu-Nasr*, prænomen Emiri nostri.

A. II. ut in N. 50. modo laudato.

52.

Cus. *in Samarkand* سنة ثلثماية *anno trecentesimo.* (a. 300 = 912,13.)

A. II. ut in N. 50. paullo ante laudato.

NASR II.

53.

Cus. *in esch-Schasch anno* اثنتين وثلثماية *trecentesimo secundo.* (a. 302 = 914,15.)

A. II. p. p. نصر بن احمد || المقتدر بالله *El-Muktedir-billah.* || *Nasr fil. Ahmedis.*

54.

Cus. *in Samarkand, anno* خمس وثلثماية *trecentesimo quinto.* (a. 305 = 917,18.)

A. II. ut in N. 53. modo laudato.

55. notab.

Cus., ut videtur, ببلخ سنة ست وثلثمية *in Balch anno trecentesimo sexto.* (a. 306 = 918,19.)

A. I. inf. احمد بن سهل *Ahmed filius Sahli.*

A. II. p. p. نصر بن احمد || = = = = الـ *El- = = = || Nasr filius Ahmedis.*

56.

Cus. *in Samarkand anno* اثنتى عشرة وثلثمية *trecentesimo & duodecimo.* (a. 312 = 924,5.)

A. II. ut in N°. 53. modo laudato.

57.

Cus. = = اش سنة خمس عشرة وثلثمية in esch-Schasch *anno trecentesimo decimo quinto.* (a. 315 = 927,8.)

A. II. ut in N. 53. laudato.

58. ined. rar. notab. v. Tab. XVIII, 53.

Cus. = = = = و (sic) بالمحمدية سنة خمسة عش *in el-Muhammediâ anno* trecentesimo *decimo quinto.*

A. I. supra delet., inf. محمد بن علي *Muhammed filius Alyi.*

A. II. ut in N. 53. laudato.

59.

Cus. *in esch-Schasch anno* ست عشرة وثلثمية *trecentesimo decimo sexto.* (a. 316 = 928,9.)

A. II. ut in N. 53.

60.

Cus. ibid. *a.* سبع عشرة وثلثمية *trecentesimo decimo septimo.* (a. 317 = 929.)

A. II. ut in N. 53.

61.

Cus. a. ع عشرة وثلثمية = = = (314, 317, 319?) Nomen loci deletum. In sup. A. I. P esse videtur. A. II. ut in N. 53. habet.

62.

Cus. a. عشرة وثلثماية —

Nom. loci evanid. In A. II. vers. penult. dubius, ultimus ut in NN. prox. praecedd.

63.

Cus. *in esch-Schasch a.* ماية = = عشرين *trecentesimo vicesimo* (?) (a. 320 = 932.)

In supr. A. I. ρ

A. II. ut in N°. 53.

64.

Cus. ibid. *a.* وثلثماية (بن?) احدى وعشرة *trecentesimo vicesimo* (?) *primo.*

In A. II. versu penult. القاهر بالله in obscuris vestigiis latere videtur.

65.

Cus. بسمر = = = = = ربع وعشرين وثلثماية *in Samar*kand anno *trecentesimo vicesimo quarto.* (a. 324 = 935,6.)

A. II. p. p. نصر بن احمد || = = ضى بالله Er-Ra*fzi-billah.* || *Nafr filius Ahmedis.*

66.

Cus. *in esch-Schasch* a. eod.

A. II. p. p. eadem Chalifæ & Emiri nomina, ac in N. 65.

67.

Cus. *in Samarkand a.* خمس وعشرين وثلثماية *trecentesimo vicesimo quinto.* (a. 325 = 936,7.)

A. I. inf. ع

A. II. p. p. *Er-Rafzi-billah.* || *Nafr fil. Ahmedis.*

68.

Cus. *in esch-Schasch* anno eod.

A. II. ut in N. 67.

69.

Cus. *in Samarkand a.* ست وعشرين وثلثماية *centesimo vicesimo sexto.* (a. 326 = 937,8.)

A. I. inf. siglum س

A. II. ut N. 67.

70.

Cus. ibid. *a.* ثمان وعشرين وثلثماية *trecentesimo vicesimo octavo.* (a. 328 = 939,40.)

In inf. A. I. ε ε

A. II. ut in N. 67.

71.

Cus. ibid. *a.* تسع وعشرين وثلثماية *trecentesimo vicesimo nono.* (a. 329 = 940.)

A. I. inf. in altero quidem exemplo: ε ε

A. II. ut in N°. 67.

72. ined.

Attritus, cus., ut videtur, *in esch-Schasch* a. eod.

In supr. A. I. ع

A. II. ut N. 67.

73.

Attritus, cus. ibid. ut videtur, anni notâ deletâ.

A. II. ut N. 67.

74.

Attrit. cus. *in Samarkand*, anni notâ deletâ.

In inf. A. I. س esse videtur.

A. II. ut N. 67. cujus haud scio an alterum exemplum sit.

75. ined. notab.

N. rudis fabricæ. Videtur *in Enderabe* cusus esse, & a. 300 præseferre.

In inf. A. I. نوح *Nuh.*

A. II. p. p. نصر بن احد || الراضي لله *Er-Rafzi-billah.* || *Nafr fil. Ahmedis*

76.

Cus. ibid. *a.* ثلثين وثلثمايه *trecentesimo tricesimo.* (a. 330 = 941,2.)

In inf. A. I. haud scio an ε ε fuerit.

A. II. p. p. نصر بن احد || المتقى لله *El-Mutteki-lillah.* || *Nafr filius Ahmedis.*

77. notab,

Cus. *in Samarkand a.* وثلثمايه = i. e. *trecentesimo* tricesimo.

A. I. inf. علي *Aly.*

A. II. p. p. ut in N. 76.

78.

Cus. *in esch-Schasch anno* احدى وثلثين وثلثمايه *trecentesimo tricesimo primo.* (a. 331 = 942,3.)

A. II. p. p. ut N. 76.

79.

Cus. *in Samarkand anno* . . . . . عشر corruptâ æræ notatione, et nomine Chalifæ oblitterato.

80 — 83.

Numi hujus Emiri, quorum inscriptiones rudiori Minervâ exaratæ et aliæ aliis deformatæ vitiis. N. 80. *in esch-Schasch* cusus *anno — octavo*, Muktediro, ut videtur, Chalifâ. N. etiam 81. sub eodem Chalifâ signatum censeo. N. 82. non nisi unâ inscriptione marginali a Parte anticâ circumdatus. N. 83. solito minor est. Stultum foret ejusmodi monstris monetæ diu immorari, stultius ex iisdem explicandis definiundisque gloriæ quærere materiam.

84.

N. cus. in *esch-Schasch*, sed adeo detritus truncatusque, ut, sitne hujus Emiri, affirmare non ausim, quamquam esse existimo.

85.

Cus. بسمرقند سنة اثنتى وثلثين وثلثماية *in Samarkand anno trecentesimo tricesimo secundo.* (a. 332 = 943,4.)

A. I. inf. ε ε

A. II. pp. نوح بن نصر ‖ المتقى لله *El-Mutteki-lillah.* ‖ *Nuh filius Nasri.*

86.

Cus. ibid. *a.* ثلث وثلثين وثلثماية *trecentesimo tricesimo tertio.* (a. 333 = 944.)

A. I. inf. ε ε

A. II. ut N. 85.

87.

Num. rudis fabricae, cus. ibid. incerto anno. In inf. A. I. est, quod ad geminum siglum in NN. proxime praecedentibus obvium accedat.

A. II. ut N. 85.

88.

Cus. ibid. *a.* اربع وثلثين وثلثماية *trecentesimo tricesimo quarto.* (a. 334 = 945,6.)

A. I. inf. ε ε

A. II. نوح بن نصر ‖ المستكفى بالله *El-Mustekfi-billah.* ‖ *Nuh filius Nasri.*

89.

Cus. *in esch-Schasch* eod. anno.

In inf. A. I. ε ε

A. II. ut N. 88.

90. notab.

Cus. in ش = = esch-Schasch *a.* خمس وثلثين وثلثماية *trecentesimo tricesimo quinto.* (a. 335 = 946,7.)

In supr. A. I. مر?

A. II. ut N. 88.

91. notab.

Cus. بخارا *in Bocharâ* anno eodem.

A. II. p. p. *El-Mustekfi-billah.* ‖ *Nuh fil. Nasri*, ut N. 88.

92. notab.

Cus. *in Samarkand a.* ست وثلثين وثلثمايه *trecentesimo tricesimo sexto.* (a. 336 = 947,8.)

In inf. A. I. ε ε

A. II. ut in N. proxime antecedente.

93. notab.

Cus. ibid. *a.* سبع وثلثين وثلثمايه *trecentesimo tricesimo septimo.* (a. 337 = 948,9.)

Reliqua, ut in N. 92. modo laudato.

94. notab.

Cus. ibid. *a.* ثمان وثلثين وثلثمايه *trecentesimo tricesimo octavo.* (a. 338 = 949,50.)

Reliqua hîc etiam eadem sunt, atque in N. 92.

95. notab.

Cus. *in Bocharâ* anno eodem.

A. II. convenit cum N. 92.

96.

Cusus haud scio an in *esch-Schasch* a. وثلثين وثلثمايه = = A. I. inf. deleta. A. II. eadem, quæ N. 92. habet.

97. ined. rar. notab.

Cus. *in esch-Schasch* وثلثين وثلثمايه = = سنة *a. trecentesimo tricesimo* = =

In supr. A. I. siglum, quod fere حج refert. (v. Tab. XVIII, 97.)

A. II. p. p. = نوح بن نص المستكفى بالله ‖ *El-Mustekfi billah.* ‖ *Nuh f. Nasri.*

Infra restat = لما ut videtur (v. Tab.), forte لطالب

98. notab.

Cus. ibid. *a.* اربعين وثلثماية *trecentesimo quadragesimo.* (a. 340 = 951,2.)

In supr. A. I. مك vel مد

A. II. p. p. نوح بن نصر || الله بالله *El Mustekfi-billah.* || *Nuh fil. Nasri.*

99. notab.

Cus. *in Samarkand* a. eod.

In inf. A. I. ε ε

A. II. p. p. *El-Mustekfi-billah.* || *Nuh filius Nasri.*

100. notab.

Cus. *in Samarkand a.* ثلث واربعين وثلثماية *trecentesimo quadragesimo tertio.* (a. 343 = 954.)

A. I. inf. ε ε

A. II. ut N. 99.

101 — 106.

Numi nostri Emiri nomina gerentes, sed anni notâ vel deletâ vel corruptâ. N. 101. in *esch-Schasch* cusus et nomen *el-Mustekfi-billah* præseferens. N. 102. ibid. cusus, incerto Chalifæ nomine, quamquam el-Mustecfi-b. esse videtur. N. 103. in *Samarkand* cusus hujus Chalifæ nomen præsefert. N. 104. epigraphis rudissimâ arte exaratis, in *Enderabe* signatus esse videtur, sed incerto Chalifæ nomine. NN. 105 & 106. adeo injuriam temporis passi sunt, ut in iis nihil fere quidquam, quod in ætate aliquatenus definiundâ te adjuvet, restiterit.

ABD-UL-MELIK I.

107. ined.

Cus. in Samarkand *a.* ثمان واربعين وثلثماية *trecentesimo quadragesimo octavo.* (a. 348 = 959,60.)

A. II. p. p. نوح بن || عبد الملك || الطيع لله *El-Muti'-lillah.* || *Abd-ul-melik* || *filius Nuhi.*

108.

Cus. et ipse *in* Samarkand *a.* تسع واربعين وثلثماية *trecentesimo quadragesimo nono.* (a. 349 = 960,1.)

A. I. inf. ε ε A. II. ut N. 107.

109.

Cus. ibid. anno, ut videtur, *trecentesimo quinquagesimo.* (a. 350 = 961.)

A. I. inf. ε ε A. II. ut N. 107.

MANSUR I.

110. ined.

Cus. *in esch-Schasch a.* (sic f.) ثمان وخمسين وثلثمية *trecentesimo quinquagesimo octavo.* (a. 358 = 968,9.)

In supr. A. I. فايق *Faik.*

A. II. p. p. منصور بن نوح || المطيع لله *El-Muti-lillah.* || *Mansur filius Nuhi.*

111. ined. notab.

N. rudis fabricæ. In Partis ant. M. int. non leguntur nisi hæc: *Cusus est hic Dirhem in esch-Schasch anno.* A. II. || لله محمد || عبد بن الله || ميكايل Primi ultimique versus litteræ dextrorsum more nostro progrediuntur. Inf. est ⊣ v. Tab. XVIII, 111.

112.

Cusus typo perverse insculpto, nimirum litteræ retrorsum spectant moreque Europæo dextrorsum progrediuntur; sed hæ ipsæ litteræ adeo deformatæ, ut frustra insumas operam invenire, quod ad definiendum numi auctorem et ætatem faciat. Neque tamen dubito, quin numus hic et ipse Samanidici cujusdam Principis sit.

VI.

NUMI

EMIRORUM HAMDANIDARUM.

113. ined. rar. notab. v. Tab. xviii, 113.

Cus. = = بماد = = — Acræ etiam notatio plane evanuit.

A. I. لا اله الا الله وحده ‖ لا شريك له ‖ سيف الدولة ‖ ابو الحسين i. e. —— *Seif-ed-daula* ‖ *Abu'l-Husein.*

M. ext. لله الامر &c.

A. II. نصر بالله (د ?) ط = = = = ‖ وعلى آله = = = ‖ رسول الله = = ‖ لله الدولة ‖ ابو محمد -- *Deo!* ‖ Muhammed *apostolus Dei est.* ‖ Benedicat Deus ei *et genti ejus.* ‖ El-Muktedir (?)-*billah.* ‖ *Nasr-ed-daula* ‖ *Abu-Muhammed* ‖ --

114.

Cus. = = = in = = = س سنة تسع وعشرين وثلثماية *a. trecentesimo vicesimo nono.* (a. 329 = 940,1.)

A. I. لا اله الا الله وحده ‖ لا ش = = = ‖ ابو الحـ = = = ‖ مولى = = = i. e. -- ‖ -- ‖ -- ‖ *Abu'l-Husein* ‖ *Cliens* Emiri Fidelium.

M. ext. لله الامر &c.

A. II. لله ‖ محمد ‖ رسول ‖ = = = ‖ = = = في لله i. e. —— ‖ El-Mutteki-*lillah.*

VII.

NUMUS

EMIRI 'OKEILIDAE.

115. rar. notab. v. Tab. xviii, 115.

Cus. بالموصل سنة سبع وثمانين وثلثمية *in el-Maufil* (Moful) *anno trecentesimo octogesimo septimo.* (a. 387 = 999.)

A. I. لا اله الا الله وحده لا شريك له ‖ الملك بها الدولة ‖ حسام = = = i. e. --- *Rex Beha-ed-daula.* ‖ *Husam-ed-daula* ‖ *Abu-Hassan.* Inf. est ع

M. ext. الأمر الله &c. excluso بنصر الله

A. II. لله ‖ محمد رسول الله ‖ صلى الله عليه ‖ القادر بالله ‖ جناح الدولة ‖ ابو الحسن i. e. --- *El-Kadir-billah.* ‖ *Dschenah-ed-daula* ‖ *Abu'l-Hasan.* Inf. ع est.

In M. qui solemnem versic. Kor. continet, كرهو pro كره male exaratum est.

VIII.

NUMI EMIRORUM BUWEIHIDARUM.

116. rar. notab.

N. vehementer attritus, cusus esse videtur a. 326 (= 937,8). Notabilis est a tertiâ Partis ant. inscriptione marginali, cujus reliquiæ sunt والسعادة والظفر *et felicitate et victoriâ* —

117. ined. rar.

Cus. بارجان سنة ثلث وثلثين وثلثماية *in Arradschan anno trecentesimo tricesimo tertio.* (a. 333 = 944,5.)

A. I. p. p. على بن بويه *Âly filius Buweihi.*

A. II. p. p. ‥ ال *el-Mutteki-lillah?*

118. rar. notab.

Cus. بمدينة السلام سنة ست وثلثين وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo tricesimo sexto.* (a. 336 = 947,8.)

A. I. لا اله الا الله ‖ وحده لا شريك له ‖ معز الدولة ‖ ابو الحسين ‖ بويه i. e. — — *Mu'ess-ed-daula* ‖ *Abu'l-Husein* ‖ filius τȣ *Buweih.*

A. II. لله ‖ محمد رسول الله ‖ صلى الله عليه وسلم ‖ المطيع لله ‖ عماد الدولة ‖ ابو الحسن ‖ بويه i. e. — — — *El-Muti-lillah.* ‖ *Emad-ed-daula* ‖ *Abu'l-Hasan* ‖ fil. τȣ *Buweih.*

119. ined. rar. notab.

Cus. بايدج (v. Tab. XVIII, 119.) سنة ‥ ربعين وثلث ‥ *in Idadsch* (quæ urbs in finibus Orient. Chusistanæ sita) *anno trecentesimo quadragesimo* ‥

A. I. tribus verss. postremis tantum non deletis continuisse videtur: Mu'ess-ed-daula || Abu'l-Hasan || *Buweih.*

A. II. vers. 1. & 2. ut in N. prox. antecedente. Deinde: المطيع لله || ركن الدولة || ابو علي || بويه *El-Muti'-lillah.* || *Rokn-ed-daula* || *Abu-Aly* || filius ꝛc. *Buweih.*

120 — 122.

Tres numi multo usu attriti, quos ad hanc dynastiam referre nullus dubito.

NUMI KUFICI ANECDOTI

EX

VARIIS MUSEIS SELECTI

& ILLUSTRATI

A

C. M. FRAEHN.

Conventui exhibuit die 8. Oct. 1823.

Fidem omnem fere excedit, quae novissimis annis undique, vel ex remotissimis oris, ad me perlata est, numorum Orientalium omnis generis vis, sive Museo Asiatico Academiae Imper. Scientiarum benigne liberaliterque dono oblati, sive ad permutationem propositi, sive venum dati, sive, ut ipsos possessoribus digererem et explicarem, mihi missi fuerint. Eorum quotquot Museo Asiatico inferre datum erat, Recensio numorum ejus propediem foras edenda comprehendit; eos vero, qui apud ipsos possessores manserunt et iidem in Museo Asiatico desiderantur, aequo animo videre non potui diutius apud me latentes, memor fidei datae a me Symbolas priores ad rem numariam Muhammedanorum edente, eamque primo quoque tempore solvere eo magis meum esse ratus, quo notabiliores inter illos deprehenduntur. Ut igitur in superiore scriptione, quidquid numorum Kuficorum in Museo Imperatoris augustissimi solitario servatur, in medium produxi, ita hujus ratio ea est, ut numorum Kuficorum, qui aliunde mihi innotuere anecdoti simulque vel rari vel notabiles, in lucem proferat partem aliquam; nam, etiamsi haec mea opera, numis recentioribus (ut Dschingisidarum, Timuridarum, Osmanidarum &c.) ad aliud tempus rejectis, ad solos antiquiores sese referat, tamen vel hos singulos atque

omnes hîc commemorare non licuit. Prætermissis, quotquot in Museo Rühliano *Berolini* ineditos notabilesve deprehendi, quoniam eos singulari libello pertractare mihi animus est, nec ratione habitâ rerum memorabilium Musei Fuchsiani *Kasani*, quia, ad hoc integrum edendum quæ pertinent, diu jam instruxi, ad præsens intra editionem eorum numorum antiquiorum et in Museo Asiatico non obviorum substiti, quos in aliis Museis, præter ambo illa modo laudata, deprehendi, scilicet in Museis cl. Demetrii Joannidae Nejelow *Kasani*, cl. Zoe Paulidae Zosima *Mosquae*, cels. Comit. Nicolai de Romanzow *Petropoli*, cels. Com. Severini de Potocki *ibidem*, seren. Ducis Alexandri Würtembergensis *ibidem*, cl. Gabrielis Joannidæ Pflug *ibidem*, Bibliothecae Imper. publicæ Petropolitanæ, emin. Eugenii Metropolitae Kiowiensis *Kiowiæ*, Universitatis Imp. Dorpatensis, et Societatis litt. et artt. Curoniensis *Mitaviæ*. Intercurrunt numi, quos per occasionem a me visos nunc ignoro, cujus sint. Longe maxima vero pars ex Museo, quod primo loco dixi, Nejelowiano depromta est.

Inter hos autem, quos hîc in medium protraxi, numos paucissimis exceptis (*) adhuc ineditos, haud pauci insignes eminent, veluti N°. 1 & 2. anni 80 H., N°. 22 in Armeniae metropoli cusus a Choseimâ &c., N°. 20 cus. in Abreschehr, N°. 24 nomine 'Aly-Rifzæ signatus, N°. 25 ab 'Obeid-ullah Ben-es-Sary in Aegypto, N°. 30 in Samerrâ a. 321 cusus, N°. 31 Tahiridicus, NN. 46 — 52 Buweihidici, N°. 54 Merwanidicus, primus hujus generis, N°. 55 Tamaræ, Reginae Georgiae, N°. 56 Patanicus. Tales aliosque, quos nominare longum foret, numos doctus et intelligens existimator contemplari non potest, quin sive ab exitio vindicatos sive ex tenebris,

(*) Quippe post scriptam hanc commentatiunculam tabulasque finitas ipsi etiam Museo Asiatico obtigerunt. Unum etiam a cl. Marsden in libro splendidissimo, inscripto „Numismata OO illustrata“, qui his ipsis diebus ad nos perlatus est, editum esse, ex nota ad N°. 25 posita adjectâ intelligetur.

in quibus jacebant sepulti, in lucem evocatos gaudeat: nam ut fines scientiæ rei numariæ Mu'hammedanorum proferunt, ita vel corrigunt vel amplificant vel testimonio suo gravissimo confirmant, quod de hac illave re gestâ ex libris perceptum habemus.

Jam eos ego mutato consilio non, ut quos ex Musco Imp. aug. solitario in superiore scriptione protuli, omni commentatione nudos recensendos, sed etiam potiora et difficiliora singulorum momenta illustranda esse censui, idque eo magis, quia inter hæc inveniuntur nonnulla, quibus conficiundis ipse par non fui, quæque ut ad liquidum perducantur, aliorum doctrinæ et judicio acriori commendare volui, id quod, nisi expositâ meâ ipsius sententiâ, commode fieri posse non videbatur.

Quae igitur ad hos numos vel accuratius disputavi vel paucis innui, veluti de urbe *Abbasiâ*, quam numorum interpretes ad hunc usque diem haud procul a Baghdado sitam autumârunt, quamquam in Libyâ quærenda est, simulque de hujus provinciæ Emirorum numis, circa quos in multo errore versati sunt interpretes; de *Abreschehr* et *Iranschehr*, antiquis Nisabori nominibus parum notis; de *Kafr-es-salam* in numis cum Medînet-es-salam facile confundendo et (suspicio est) nonnunquam confuso; de *Samerræ* monetâ ad extremum fere sæculi x. dimidium prius florente, quamquam auctor geographiæ Orientalis ab ill. Ouseley anglice editæ eam urbem suâ memoriâ dirutam desolatamque describat; de eo, quod circa situm *Enderabæ* urbis interpretes hallucinati sunt, simulque de nominibus provinciarum *Chilan* et *Gil* ad Oxum superiorem ex Tabulis geographicis nostris delendis; de epochâ mortis *Aly-Rifzæ* nondum satis exploratâ; de caussâ versiculi Koranici „Deo et fuit et erit imperium &c.“ in numos introducti; de faustâ precatione pro آل النبى s. *gente prophetæ*, nonnunquam, ut videtur, Schi'itismi indicio; de *Sinka*, numi nomine Syriaco; de principibus Patanicis in ipsis rebus sacris inauditi quid novare ausis; et quæ id genus alia sunt, — in iis habebit

(spero) Muhammedanorum rei numariæ et historiæ studiosus & intelligens, quæ, si recte et ad persuadendum accommodate a me disputata fuerint, in rem suam convertat, sin minus, ipse recognoscat et accuratius examinet meque, ubi certiora invenerit, edoceat. In singulis quæstionibus si quid difficultatis meæ ipsius sententiæ inest, ingenue, ut mos meus fert, confessus sum.

Quod denique ad Tabulas adjectas attinet, quibus vel numi integri vel eæ numorum partes, in quibus cardo caussæ vertitur, ære vel lapide expressæ sunt, aliæ ab aliis confectæ sunt artificibus, quorum quidem unus, tiro scilicet, qui Tabulam XIX. (*) æri incidit, passim minus bene rem gessit. Inde „ne quid detrimenti resp. capiat", peccata ejus ad singulos, ad quos attinent, numos suo loco notare non neglexi. Id autem doleo, fieri non potuisse, ut nonnullos numos notabiliores, in quibus illustrandis hîc operam collocavi, velut Samerrensem, ære incidendos vel in lapide delineandos curarem.

Quod restat, Nejelowiani numi plerique de numero illorum sunt, quos a. 1821 in provincià Wolodimirensi unà cum numis argenteis nonnullorum Imperatorum Germanicorum, ut Othonis II. Oth. III. all. effossos esse dixi in libello inscripto: „Das Muhammedanische Münzkabinet des Asiat. Mus. &c." p. 120. (**) Reliquos etiam, a paucis si discesseris, tam ex eodem Museo Nejelowiano, quam ex aliis laudatos, in Russià solum fodientibus oblatos esse scio.

Not. 1. Argentei sunt, quotquot in hac commentatione, non addito metalli nomine, offeruntur.
2. loca in numis detrita vel deleta indicat.
3. Lineola vocabulo Arabico subjecta, id minus distincte expressum notat.

(*) Moneo numorum tam eorum, qui in eàdem Tabulà infimo loco cernuntur litteris a, b, c insigniti, quam illorum duorum, qui in mediâ Tab. XXI. numeris 1 & 2 notati sunt, in hac commentatiunculà non habitam esse rationem. Ab hoc, quod hîc maxime tractavimus, numorum genere alieni, alii commentationi, quæ similes ipsis recensebit, reservati sunt.

(**) Male ibi aurei fuisse dicuntur illi numi Germanici.

I.

CHALIFAE UMAIJADICI.

'ABD-UL-MELIK.

1.

ex-Museo Nejelowiano Kasani.

Numus rarissimus, cusus بدمشق فى سنة ثمنين (v. Tab. XIX, 1.) *in Dimeschk* (i. e. Damasci) *anno octogesimo.* (a. H. 80 = a. Chr. 699 vel 700.)

Vetustatis gratiâ magni faciendus est, nam inter antiquissimos aureos argenteosve ab Arabibus typo mere Mu'hammedano signatos tertium tenet locum unâ cum duobus aliis, quorum alter proximus post hunc recensebitur ex Museo eodem Nejelowiano, alter Ramhormusensis in Museo Asiatico Acad. Scient. Petrop. asservatur.

Noto ثمنين ejectâ litterâ vocali, ut mos Kuficus priore ævo fert, scriptum pro ثمانين, hujusque vocabuli litteram ن pronam paullulum, ita ut fere pro ه habueris, ideoque, quod ثمنين legendum est, facile حمس legeris. (*a*) Hanc hujus litteræ figuram chalcographus quidem imitando non expressit, qui idem ductus etiam litterarum in hoc N. graciliores, quam debebat, reddidit.

Id etiam non alienum puto hoc loco monere, litteram finalem ق in دمشق et الحق fere ad instar ڧ formatam, ى autem finalem in على et بالهدى rectâ lineâ retro flexam esse, utrumque ex prisco more Kufico, cujus qui non meminerit, facile accidere potest, ut in nominibus difficilioribus kufice exaratis hæreat. (*b*)

(*a*) Inde, ut hujus rei exemplum ponam, factum est, ut numus 'Abbasidicus, ab ill. Hallenbergio in libri Numismata Orientalia inscripti Parte II, Tab. I, N. III. ære expressus et P. I, p. 117 descriptus, ad annum 205 relatus sit, quamquam ad a. 280 referendus erat. vid. l. c. P. II, p. 76 sq.

(*b*) Sic e. g. viris doctis in N. Umaijadico Musei Mainoniani secundo a. 95 cuso accidit. Frustra in nomine urbis, ubi cusus est, periclitati sunt: b. quidem Assemani بشيف *in Schif*, ill. S. de Sacy بنسف in Nesef signatum esse

2.

ex Mus. Nejelowiano.

N. rarissimus, notabilissimus, cus. برمعباذ سنة ثمنين (v. Tab. xix, 2.) *in Beremkobad* (?) *anno octogesimo.*

Huic non solum ob summam ætatem, sed etiam ob locum, cujus ex monetâ prodiit, multum tribuendum est. Novum enim et inauditum antea, nec aliis in numis nec in libris, quotquot mihi quidem ad manus sunt, obvium nobis hîc offertur urbis nomen, quod unum de paucis illis urbium monetalium nominibus est, quæ ad liquidum perducere mihi nondum contigit. Tres priores nominis litteras licet quidem برم transscribere, sed aliæ præterea suppetunt rationes; nam possunt etiam legi ترم, نزم, ترم variisque aliis modis. Pars posterior nominis innuere quidem videtur nomen Kobadi, filii Firusi, notissimi in historiâ regis Sasanidici, qui multarum urbium conditor fuisse et a quo كورة قباذ *nomus Kobadi*, in provinciâ Fars, nomen traxisse fertur; quamquam nec inter urbes ab illo conditas, nec inter eas, quæ hujus nomi sunt, deprehendi, quæ ad nostri nominis similitudinem accedat. Fieri autem potest, ut in extremâ nominis parte اباذ, per aphæresin باذ scriptum, lateat. Opto speroque futurum, ut quod ego nunc quidem integrum relinquere cogor, alius feliciori successu utens conficiat. Qui forte tentet, is velim teneat, eam nominis litteram, quam equidem pro ā habui, in numo ipso minus crassam latamque cerni, quam in imagine ejus

---

conjiciebat. Neutra sententia probanda. Memores illius, quam diximus, figuræ litteræ finalis ق, facile animadvertissent, hanc ipsam litteram ibi exstare, eamque cum caudâ rectâ retro flexâ ꟈ في coaluisse. Unice vera lectio est بسرق في سنة — *in Sorrak* &c. *Sorrak* autem, quod proprie nomen districtûs provinciæ Ahwas est, hîc more Arabibus solemni pro urbe ejus districtûs primariâ, دورق *Deurak*, positum. — Sic كى *in Dschey*, quod cum caudâ ꟈ ى retro flexâ scribitur eoque modo nonnunquam cum inferiore lineâ ꟈ ـ fere coaluit, me ejus immemorem olim; Numophylacium Pototianum adumbrantem, (ib. p. 19) præterire poterat.

ære excusâ, in quâ eâdem litterâ dicti nominis postrema ↄ longiore, quam debebat, intervallo a præcedentibus diremta est.

3.

ab A. Amburger V. C. e Persiâ allatus, nunc cujus sit, nescio.

Cus. بالبصرة فى سنة احدى وثمنين *in el-Baſrá anno octogesimo primo.* (a. H. 81 = Ch. 700,1.)

4.

in provinciâ Witebscensi repertus, nunc cujus sit, dicere non habeo.

Rar. et notab. cus. وثمنين (sic videtur) بجى فى سنة احدا *in Dschey anno octogesimo primo.*

جى *Dschey* vetus nomen est partis Iſfahani illius, quae, ab alterâ Jehudia dictâ milliarii Arabici et quod excurrit intervallo disjuncta, deinceps a Persis شهرستان *Schehristan* vocata, Jakuti quidem memoriâ in ruinis jacebat. Dicebatur illa etiam مدينة اصبهان *Urbs Iſbahani* (et Traditionariis simpliciter المدينة *el-Medina* s. *Urbs*), quæ appellatio deinde in Jehudiam transiit. (*c*).

Occurrit hoc idem nomen *Dschey* aliis etiam in numis jam editis, veluti in Mainoniano a. 82 (*d*), et in Pototiano Nejelowianoque a. 162. (*e*) At vide, sitne hæc ipsa Dschey intelligenda etiam in numis Kuficis iis, qui non quidem باصبهان *in Iſbahan*, sed بمدينة اصبهان *in Urbe Iſbahani* signatos se profitentur,

(*c*) Jakut in Mo'addschem el-buldan, et Uylenbrock V. C. in Descript. Iracæ Persicæ p. 12. 17. 63. 65.

(*d*) v. me in libello, qui inscribitur: Das Muhammedanische Münzkab. des Asiat. Mus. &c. p. 15.

(*e*) v. meas Nov. Symbol. ad rem num. Muhammedan. p. 47. coll. Das Muh. Münzk. p. 121.

quales sunt annorum H. 195 — 207! Conjecturae huic sane Ibn-Haukal favet, cujus memoriâ *Schehristan* (nomen enim antiquum *Dschey* ignorare videtur) adhuc florebat. (*f*)

5.

ex Mus. Nejelow.

Cus. بدمشق سنة ثلث وثمنين *in Dimeschk anno octogesimo tertio.* (a. H. 83 = 702,3.) في ante سنة abest.

WALID I.

6.

ex Mus. seren. Ducis Alexandri Würtembergens.

Rarus et notab. cus. بجندى سابور فى سنة احدى وتسعين *in Dschondei-Sabur anno nonagesimo primo.* (a. 91 = 709,10.)

جندىسابور *Dschondei-Sabur* (sic pronuntiari jubent Jakut & Abu'l-feda) — persice *Dschondi* (s. potius گندى *Gondi*) - *Schapur*, urbs antiqua Chusistanæ est, Persarum quondam incluta Academia medica, a. H. 19 sub Chalifatu 'Omari ab Arabibus expugnata. (*g*)

7.

ex Mus. ser. Duc. Alexandri Würt.

Rar. et notab. cus. بسابور فى سنة اثنين وتسعين *in Sabur anno nonagesimo secundo.* (a. H. 92 = Ch. 710,11.)

Sabur, pers. *Schapur*, provinciæ Fars urbs celeberrima, a. H. 23 sub 'Omaro capta, diu quidem jam diruta, sed ob parietinas

(*f*) v. Uylenbrock l. c. p. 5.

(*g*) Peculiari Commentatione de eâ egit I. H. Schulz in Comment. Acad. Petrop. T. XIII. cui adde The Oriental Geography p. 77 & alibi. Edrisy p. 138. 141. Jakut Lex. geogr. Abulf. Tab. IX. Abulf. Annal. II, p. 252. Goli ad Alferg. p. 115. Dschihan-Numa p. 234. Tarich Karamany in App. geograph. S. de Sacy Mém. sur div. Antiq. de la Perse p. 296. H. v. Hammer in Wien. Jahrb. der Litt. Th. VIII, 371. et alii.

et saxis sculptas figuras adhuc maxime spectanda. (*h*) Numos, qui ex hujus urbis monetâ prodierint, præter hunc, non vidi, nisi unum perperam a me aliquando Nisaburo attributum, (*i*) quem ipse deinceps (*k*) correxi errorem. (*l*)

WALID I. aut *SULEIMAN*.

8.

ex Mus. Nejelowiano.

Aureus cusus anno ستّ وتسعين *nonagesimo sexto*. (a. H. 96 = Ch. 715.)

Sitne سنة an فى سنة scriptum, annotare neglexi. Cetera, ut in aureis assolent, habent.

SULEIMAN.

9.

ex eod. Museo.

Cus. بواسط فى سنة سبع وتسعين *in Wasit anno nonagesimo septimo*. (a. 97 = 715,6.)

HESCHAM.

10.

ex Mus. Zosimano Mosquæ.

Aur. cus. *a. centesimo et vicesimo*. (120 = 738.)

(*h*) Consulantur de eâ The Oriental Geogr. p. 103 & alibi. Jakut in Lex. geogr. Golius ad el-Ferg. p. 115. Dschih. N. p. 269. sq. Ouseley's Travels. I, 296 sqq. 356. & S. de Sacy in Journ. d. Sav. 1819. p. 581. Ritter die Erdkunde im Verhältniss &c. II, p. 88. (ed. I.) v. Hammer l. c. p. 345. et all.

(*i*) De Academiæ I. Scient. Petrop. Mus. num. Musl. Prolusio I, p. 11. coll. p. 53.

(*k*) v. Das Muhammed. Münzkabinet p. 17.

(*l*) Etiam numum anni 97. nuperrime editum a ch. Marsden in opere inscripto Num. OO. illustr. P. I, p. 9, qui = ساورو se cusum profitetur, *Saburo*, non vero *Nisaburo*, ut interpres existimavit, tribuendum esse patet.

II.

CHALIFAE ʿABBASIDICI.

ʿABD - ULLAH.

11.

ex Mus. Nejelowiano.

Cus. بالكوفة سنة خمس وثلثين ومية *in el-Kufâ anno centesimo tricesimo quinto.* (a. H. 135 = Ch. 752,3.)

MANSUR.

12.

ex Mus. Pflugiano. (*m*)

Notab. cus. بالبصرة سنة اربعين ومية *in el-Baſrâ anno centesimo quadragesimo.* (a. H. 140 = Ch. 757,8.)

In A. II. inf. عبد *Ábd* (v. Tab. XXI, 12.), quod pro compendio nominis *Ábd-ullah* habeo, qualia et aliis in nūmis deprehendi, veluti عبيد *ʿObeid* in N. Amini a. 195 in Muhammedià cuso, pro quo in alio ejusdem Chalifæ ibidem loci a. 189 signato integrum exstat عبيد الله *ʿObeid-ullah.* Illud autem nomen *Ábd-ullah* nollem ita explicare, ut indicet ʿAbd-ullam filium ʿAlyi, patruum Mansuri, qui, postquam jam regnante ʿAbd-ullah Chalifarum ʿAbbasidūm primo Syriam tenuisset, eo mortuo, a. 137 de Chalifatu cum Mansuro contendere atque dignitatem eam per Syriam sibi vindicare sustinuit, sed, clade pugnæ acceptà, Baſram confugiens, ibi aliquamdiu latuit, (*n*) donec e latebris elicitus & occisus est; id quod secundum Chondemirum (apud Herbel. Art. Abd-allah) a. 137, juxta Abu'l-fedam (II, 10) a. 139 factum est, Ibn-el-ʿAmido (Elmacino) autem (p. 103) et Chronico Salihy si fidem habes, anno demum 147 evenit; hunc nollem, inquam, hîc intelligere ʿAbd-

(*m*) Alterum exemplum in Mus. Asiát. Petr. asservàtur.

(*n*) v. Eutych. II, 393. Elmac. p. 100. Bar-Hebr. p. 123. Abulf. II, 4. 3. ibiq. not. 13.

ullam, tanquam numos signandi jure usum. Potius vel Basræ urbi vel rei ibidem monetariæ præfectus aliquis sub hoc nomine intelligendus mihi videtur, qui, ut haud raro factum videmus, numis Chalifæ quidem auctoritate, sed suâ tamen curâ signatis suum ipsius etiam nomen, ipso Chalifâ non præmisso sive addito (qui mos, tunc temporis ne invaluerat quidem), inscribere non dubitavit.

13.

quem penes scrutarium aliquem vidi.

Aur. cusus *anno centesimo quadragesimo septimo.* (147 = 764,5.)

14.

ex Mus. Nejelowiano.

(v. Tab. XIX, 14.)

Notab. cus. بالعباسية سنة سبع وخمسين ومية *in el-Abbasiâ anno centesimo quinquagesimo septimo.* (a. 157 = 773,4.)

In A. II. supremâ ع vulgo perperam يحيى *Jahja* lectum, quod mihi idem valet atque ج (*o*), in eâdem imâ يزيد *Jesid* est.

Characteres Kufici, ut solent in numis 'Abbasianis, grossiores, protensi, dilatati; inde et يزيد in unum fere coaluit. سبع in ipso numo paullo distinctius, quam in figurâ æneâ, expressum de anno dubitare non patitur.

العباسية *el-Abbasia* (sic nomen habet in numis aliis, in hoc quidem, vel in ipso archetypo, extrema sintne سية an سة (*Abbasa*), ægre distinxeris) nomen urbis est, cujus e monetâ ingens numorum vis exiit, sed majorem partem minus bene signatis servatisve exemplis. Hæc autem urbs quæ fuerit et ubi terrarum quaerenda sit,

(*o*) v. me in Beiträgen zur Muh. Münzkunde aus St. Petersburg p. 5. et in Recensione libri Deseriz. di alcune mon. Cuf. del Mus. Mainoni in Ephemerid. litt. Jenensib. a. 1823.

tantum abest, ut, certo jam constet, ut potius eâ in caussâ a numorum Orientalium interpretibus probe erratum sit ad hunc usque diem. Postquam eorum nonnulli, veluti ill. Eichhorn (*p*) et b. Assemani (*q*), quod hac de urbe sentirent, prudenter non essent proloquuti, ven. Adler, (*r*) „De Abbasia, inquit, idem statuere velim, quod de Mukammedia asserui, eam palatium regium (in quo officina monetaria esse solebat), vel vicum fuisse prope augustam urbem a Chalifa quodam Abbasidâ constructum. Et re verâ Abbasia in latere Bagdadi occidentali sita laudatur ab Abulfedâ in Annal III, p. 449." Hanc Adleri sententiam unanimi assensione numorum interpretes excepere, ut b Tychsen (*s*), Moeller (*t*), Castiglioni (*u*), Hallenberg (*v*); et ipse ego aliquando (*z*) in eandem sententiam abivi. Nec sane est, quod de 'Abbasia illâ ab Abu'l-fedâ memoratâ dubites, etsi in textu Arabico العباسة prostet ab operarum profectum errore. Ei substituendum esse العباسية, cum Abu'l-faradsch in Hist. Dyn. p. 381 (text. arab.), ubi eandem ipsam, quam Abu'lfeda, rem gestam narrat, tum auctor Kamusii docet, apud quem: العباسية بلدة بنهر الملك *el-Abbasia pagus* (s. oppidum) *ad Nahr-el-Melik situs est* Quid? quod et ipsâ in urbe Baghdadi, etiamsi non palatium regium (ut Adler suspicabatur), vicus tamen hujus nominis erat. Jakut in Lex. geographico: والعاسية محلة كانت ببغداد واطنها خربة الان وكانت بين الصرائين بين يدى قصر المنصور قرب المحلة المعروفة اليوم بباب البصرة وهى منسوبة الى العباس بن محمد بن عبد الله بن العباس i. e. *El-Abbasia etiam vicus erat in Baghdad*,

(*p*) in Repertor. f. bibl. u. Morg. Litt. T. XVII, p. 254.
(*q*) Museo Cuf. Nauiano. I, p. XIX.
(*r*) Mus. Cuf. Borg. II p. 14.
(*s*) Introduct. p. 34.
(*t*) De numis OO. in Numophyl. Gothano asservatis Comm. I, p. 30.
(*u*) Monete Cufiche dell' I. R. Museo di Milano p. 22.
(*v*) Numismata Orientalia. P. I, p. 64
(*z*) Jahresverhandlungen der Kurländischen Gesellsch. f. Litt. u. Kunst. Bd. II, p. 393.

quem nunc dirutum esse puto. Situs erat inter utrumque fluviolum Sarat, ante arcem Manſuri, prope vicum hodie notum nomine Bab-el-Baſra. Nomen autem el-Abbasiæ trahebat ab el-Abbas filio Muhammedis. Hæc, utut conjecturæ Adlerianæ probabilitatis speciem addere aliquando mihi visa sint, jam nihil curo, postquam ingentem numorum nomen el-'Abbasiae gerentium vim perlustrare mihi contigit, unde certo mihi persuasum est, 'Abbasiam prorsus alio loco quaerendam esse. Scilicet quæcunque in numis 'Abbasianis occurrunt Emirorum nomina, illos ad unum omnes in Africâ cusos evidenter demonstrant. Ecce Emiros, quos ego in hisce numis deprehendi indicatos: عمر *'Omar* annis II. 151—154, عمرو *Amru* a. 155, يزيد *Jesid* aa. 155—173. Ili, obsecro te, quinam sunt, nisi Emiri Afrikiæ (s. Libyæ) provinciæ Chalifarum nomine præfecti? *'Omar* quidem ille est عمر بن حفص *'Omar Ben-Haff*, vulgo هزار مرد dictus, qui a mense 2. a. 151 usque ad m. ult. a. 154 illi provinciæ præfuit, quo anno a Berberis tumultuantibus occisus est. (*a*) Qui dein solo anno 155 in numis conspicitur *Amru*, in Annalibus, quod sciam, non memoratus, is haud dubie ejusdem provinciæ præses erat interea, dum in peremti 'Omari locum novus præfectus a Manſuro Chalifâ submitteretur, qui in proximis numis ipsoque eo, quem præ manibus habemus, conspicitur, *Jesid*, nimirum *filius 'Hatimi*, et ipse, ut 'Omar ante laudatus, de illustri gente Muhallebidarum oriundus: hic a. 155 in Afrikiam pervenit eique præfuit, usque dum Kairowani supremum obiret diem medio mense 9. a. 170. (*b*) Atque sane in numis 'Abbasianis nomen ejus inde ab a. 155, non solum per longam illam annorum seriem, sed etiam ulterius, ad a. nimirum 173 usque apparet, quod quidem non potes non mirari. (*c*) Qui post Jesidum ab Afrikiæ

(*a*) Jakut in Mo'adschem-el-buldan art. *Afrikia*. Ibn-Challekan art. *Jesid Ben-'Hatim*. coll. Abulf. Ann. II, 28. 30.

(*b*) Jakut l. c. Ibn-Chall. l. l. et art. *Rau'h*. Cardonne Geschichte von Africa &c. üb. v. Murr. I, 120 sqq.

(*c*) Caussam hujus rei in incerto nunc quidem relinquere, quam conjecturis non-

præfectis signati sunt numi, vel ex eâdem 'Abbasiâ prodiere vel ex *Afrikiâ* urbe (quo nomine non aliam quam *Kairowan*, Afrikiæ provinciæ urbem primariam, intelligi puto, utut Ibn-el-Wardy et Bakuwy huic sententiæ adversari videntur). Sunt autem Emirorum روح *Rauh*, نصر *Nasr*, الفضل *el-Fasl*, هرثمة *Harsema* & *Muhammed*.

Jam igitur in Afrikiâ i. e. Libyâ si 'Abbasiam numorum sitam fuisse necesse est, quo tandem ipso loco quærenda sit, roganti non habere me fateor quæ certa respondeam. In Aegypto quidem superiore situm Jakutus in L. G. laudat pagum العباسية, cujus tamen hîc vel eâ de caussâ ratio nulla habenda, quod præfectis Afrikiæ nihil negotii erat in Aegypto, peculiarium præfectorum curæ subditâ. (*d*) At vero idem Jakutus nonne quam quærimus urbem in ipsâ Afrikiâ nobis monstrat? *Tertia el-Abbasia*, inquit, *urbs est, quam Ibrahim Ben-Aghleb, Afrikiæ Emirus, prope Kairowan construxit:* والعباسية مدينة بناها ابراهيم بن اغلب امير افريقية قرب القيروان Verum enim vero Ibrahim hic Aghlebides Afrikiæ, cujus deinde imperium ad se rapiebat, a. demum 184 H. ab Haruno Chalifâ præfectus est; (*e*) triginta autem tribus ante eum annis jam 'Abbasiam in numis eorum ipsorum Afrikiæ præfectorum, quorum ille postremus fuit, nobis offerri vidimus. Hanc difficultatem quo

---

dum satis certis exornare malo. Offeretur nobis locus, ubi in accuratam disceptationem vocanda erit.

(*d*) Multo minus itaque de el-'Abbasiâ eâ, quæ in el-'Hauf s. parte Aegypti inferioris Orientali sita apud Eutychium (Annal. II, p. 494. l. 1.) legitur, cogitare licet. Primo enim tenendum est, العباسية *el-Abbasia* ibi perperam scriptum esse pro العباسة *el-Abbasa*. Illo quidem modo (العباسية) hujus oppidi nomen etiam in Kamuso et Append. geogr. Tarichi Karamany exaratum deprehendo, العباسة *el-Abbasa* contra non solum Abu'l-feda (Aeg. ed. Michael. p. 13) auctor hac in caussâ idoneus habet, sed etiam scribendum Jakutus disertis verbis docet. Secundo autem 'Abbasam hanc, utpote exeunte tandem H. sæculo tertio natam, vel temporum ratio non patitur admitti.

(*e*) Abulf. Annal. II, 78.

tollam, nunc quidem non habeo, nisi ut statuam, verbum بنا l. c. sensu eo, quo etiam, ut in linguis Ebraicâ & Syriacâ, ita in Arabicâ passim venit, accipiendum esse, scilicet ut *restauratam* vel *munitam* urbem indicet. (*f*) Et quid? si hæc 'Abbasia eadem est cum *Arce Kairowani* قصر قيروان, quam Jakutus magnam urbem prædicat a dicto Ibrahimo quatuor mill. Arab. a Kairowan a. 184 conditam? (*g*) Spero, futurum, ut virorum doctorum aliquis, qui hanc commentatiunculam censebit, veriora me edoceat. Interim non abs re erit, numos aliquot ab Emiris Afrikiæ provinciæ partim in hac 'Abbasiâ partim in Afrikiâ urbe cusos, quales fieri non poterat quin in Musеis Europæ meridionalis, ut Borgiano & Naniano, frequentes adfuerint, et quos qui edebant, haud suspicabantur præfectorum Afrikiæ provinciæ esse, ad suos auctores suamque in patriam restituere.

Jesidi quidem supra memorati frequentissimi exstant numi jam editi, veluti Borg. I, N°. VIII in el-'Abbasiâ a. 169 (non 167) cusus, Nan. I, N°. XI ib. a. 171 cus. (rar. & notab.), Nan. II, N°. LVIII ib. a. 161 cus. & plures alii in Tab. I. Nanianâ ære expressi.

Rauh (روح), fratri Jesidi, tribuendus Borg. I, N°. IX. cus. in el-'Abbasiâ h. d. a. 172. Ejusdem esse videntur Nan. I, N°. XII (a. 173) & XIII, nec non Nan. II, N°. LXII (coll. Borgiano modo laudato). Etiam Adlerianus II, N°. XII (el-'Abbasia a. 171?) eidem Emiro attribuendus erit. Ejusdem quin Pflugianus

---

(*f*) Hujus usus exempla si requiras, adi Elmac. 61. 158. Vit. Salad. 244. med. Aegypt. auct. Ibn-el-Wardy, 13. Abulf. Ann. I, 456. ej. Syr. 86. Vit. Tim. II, 456. cf. Arnoldi ad Bar-Hebr. p. 15. Michaelis in Suppl. p. 190. et all.

(*g*) Quod 'Abbasia ab Abu'l-feda in Geogr. plane non memoratur, jam opinionem excitat, ei urbi alterum insuper nomen fuisse. Vehementer autem doleo, mihi per sex ipsos annos diligentissime quærenti & circumspicienti Historiam Regum Mauritan. a b. Dombay versam, quo in libro et 'Abbasiæ urbis mentionem factam suspicor, etiam nunc deesse.

cus. h. d. in Afrikiâ a. 171, in quo explanando & definiundo olim periclitabar, (*h*) sit, jam nullus dubito. Quod منصور legendum mihi videbatur nomen in A. II. obvium, nunc mihi certum est, هرون *Harun* transscribendum esse. (*i*)

El-Faſzlo (الفضل) filio Rauhi vindicandi sunt Borg. II, N°. XIII in el-'Abbasiâ a. 177, et Nan. I, N°. IX in Afrikiâ cusus.

Harsemæ (هرثمة بن اعين) sunt Borg. I, N°. V. h. d. in Afrikiâ a. 180 cusus, Nan. I, N°. III. (quo quidem admisso, a. 160 esse non potest.) (Nan. I, N°. XXXI.)

Muhammedi Akkano (محمد العكى) filio Mukabili (بن مقابل) tribuendus Nan. I, N°. IV. qui in Afrikiâ a. 180 cusus esse videtur. (*k*)

Ut, quam de his quidem numis posui, sententiam diligenter probandi, ita alios id genus numos, et ipsos ab interpretibus non recte intellectos, indigitandi et illustrandi alius aliquando offeretur locus. Jam ad recensendos, quos instituimus, numos revertamur.

MUHAMMED MEHDY,
heres Chalifatûs designatus.

15.

ex Mus. Nejelowiano.
(v. Tab. XIX, 15.)

Rar. & notab. cus. بارمينية سنة اثنتين وخمسين ومية *in Armeniâ anno centesimo quinquagesimo secundo.* (a. 152 = 769.)

(*h*) Beiträge zur Muhammed. Münzkunde p. 6.

(*i*) In eâdem eum Pflugiano caussâ versatur numus Tychsenianus (v. Introd. p. 65. Tab. I, N°. VI.) non diversus nisi anno, qui tamen vix 155 esse potest. Vellem hunc numum a ven. Hartmanno Rostochiensi, cujus curæ nunc Numophylacium Tychsenianum commissum est, accurate examinari.

(*k*) Ad hunc eundem Emirum scito etiam referendum esse numum Marsdenii P. I, N°. XLVII, ubi interpres pro العكى *el-'Akky* perperam legit النصر *en-Naſr*. Numus is itaque anni 182 vel 181 est, non autem a. 192.

Ex اثنتين, quod hic numus legibus linguæ consentaneum habet, cape exemplum modi, quo hæc vox, nonnunquam, præsertim ubi اثنين scripta est, cum ثلثين confusa, kufice exarari solet, coll. iis, quæ in Novis Symbolis p. 8 sq. hoc super argumento disseruimus. Ad بارمينية annotare juvabit, litteras بنيه hîc, ut in imagine ære expressâ, ita in ipso numo a litteræ س *s* figurâ apice uno altius producto non distinctas esse.

A. II. بن امير المومنين || المهدى محمد || مما امر به *Est ex iis* (numis), *quos* (cudi) *jussit* || *el-Mehdy Muhammed* || *filius Emiri Fidelium.*

De urbe, quæ hîc nomine *Arminiæ* indicetur, dictum in Beiträge p. 40 sqq. Ibidem etiam p. 41. not. docueram nomen, quod in numo *Arrani* i. e. Berdaæ (*l*) cuso, ut hîc, in supremæ Partis anticæ ipso Margine super ضرب cernitur, بكير *Bekir* legendum esse; attamen et numi illius Hallenbergiani imaginem ære expressam et hunc ipsum Nejelowianum accuratius inspiciens, haud scio an potius بكار *Bekkar*, quod Arabibus neutiquam insolitum est, nomen hujus præfecti Armeniæ scribendum sit.

MU'HAMMED MEHDY CHALIFA?

16.

e Mus. Zosimano Mosquæ.

Aer. rar. notab. cus. ومية(aut وسبعين) وستين اربع سنة بالبصرة *in el-Basrâ anno centesimo sexagesimo* (?) *quarto.* (164=780,1.)

In supr. A. II. محمد *Muhammed*, in eâdem inf. بن اسحق *filius Ishaki*, quem Basræ fortasse præfectum in Annalibus Muhammed. invenire nondum contigit. In M. restant: = = = = = = الا مما امر به Ceterum cf. numus Mus. Mediol. apud ill. Castiglioni N°. XXIX, pag. 24.

(*l*) Male Marsden l. c. in numo notabili LIV. اران *Arran* cum حران *Harran* notâ illâ Mesopotamiæ urbe confudit.

MUSA HADI,

aut

HARUN RASCHID.

17.

ex Mus. Nejelow. (*m*)

(v. Tab. XIX, 17.)

Cus. بالعباسيّة سنة سبعين ومية *in el-Abbasiá anno centesimo septuagesimo.* (a. 170 = 786,7.)

In A. II. supr. ع, infra autem يزيد *Jesid* est, de quo Libyæ præfecto redi ad N. 14. Nomen ejus hîc multo distinctius.

HARUN RASCHID.

18.

ex Mus. Universitatis Imp. Dorpatensis. (*n*)

Rar. et notab. cus. بالمحمدية سنة سبعين ومية *in el-Muhammedia* (i. e. Rey) *anno centesimo septuagesimo.* (a. 170 = 786,7.)

A. II. الخليفة الرشيد || الله صلى الله || عليه وسلم || محمد رسول *Muhammed est apostolus* || *Dei. Deus propitius sit* || *ei & salutem præstet!* || *Chalifa er-Raschid.*

In hac A. II. supremâ est ما, in eâd. inf. رك, (vid. Tab. XX, 13.) quod compositum مبارك *Mubarek* aut pro nomine proprio hominis, monetarii fortasse præfective urbis, habere licet; مبارك enim articulo sive auctum sive destitutum, Arabibus tanquam nomen frequentatur; (*o*) aut pro fausti ominis signo habendum vertendumque: *felix faustumque sit!* quo utique sensu idem مبارك Arabi-

(*m*) Hujus numi alterum exemplum in Mus. Asiat. Petrop. asservatur.

(*n*) Etiam hujus numi exemplum Museo As. Petr. nunc accessit.

(*o*) De el-Mubarek Ibrahim filio Mehdyi, fratre Haruni, qui deinceps a. 201, quum Mamun 'Alyum Rifzam Chalifatûs successorem nuncupasset, ab 'Abbasidis id factum indignantibus, abrogato Mamuno, Chalifa Baghdadi creatus est (v. Ibn-Challekan in vit. Ibrahimi dicti, Abu'l-faradsch Hist. Dyn. p. 244. Abulf. Ann. II, 116.), cogitare non licet, quum illo eum titulo المبارك antea jam auctum esse nec constet nec probabile sit.

bus all. (cf. Vit. Salad. 11. 65. & Meninsk.) adhibetur. Posteriorem rationem ubi sequutus fueris, similes cum eâ compone formulas aliis in numis obvias, veluti بركة الله *favor & auxilium Dei!* in antiquissimis Arabum typo Chosroico cusis (*p*), بركة لموسى *bene sit Musæ!* in Hadii, & بركة لهرون *bene sit Haruno!* in Haruni numis nonnullis, (*q*) قوتلوغ بولسون *quod bene vertat!* in Tataricis, et quæ id genus alia sunt. (*r*) Nec ipsum سكه مبارك in Baburidarum numis obvium sperne.

19.

ex Mus. Nejelowiano. (*s*)

Notab. cus. بالعباسية سنة احدى وسبعين ومية *in el-Abbasid anno centesimo septuagesimo primo.* (a. 171 = 787,8.)

In supr. A. II. ع, in ead. inf. يزيد *Jesid*, distincte. Cf. Nan. I, N°. VII & VIII. (Moell. de numis OO. I, N°. 8. ?) et redi ad numorum nostrorum 14^um^.

20.

ex Mus. Univers. Imp. Dorpatensis.
(v. Tab. XX, 20.)

Numus rarissimus & notabilissimus, cusus بمدينة ابرشهر سنة ثلث وتسعين ومية *in Abreschehr anno centesimo nonagesimo tertio.* (a. H. 193 = Ch. 808,9.)

Noto artificem in hujus numi signo incidendo primum وسعين sculpsisse, deinde autem, animadverso errore, ´ i. e. ت ab initio addidisse videri. Chalcographus satis bene imitatus est.

(*p*) Takieddin Almakrizi Tract. de legal. Arab. pond. ed. Tychsen p. 37.

(*q*) Vocabulum بركة, quod etiam in quatuor numis Marsdenianis (P. I, NN. XXII. XXVII. XXX. XXXIII.) sese offert, video nuspiam recte lectum ab interprete esse; nam modo مهلى, modo مرده vel هرده, modo برده, modo ممدى transscripsit!

(*r*) v. quæ hoc super argumento dicta sunt in Beiträgen zur Muh. Münzk. p. 5.

(*s*) Etiam in Mus. As. Petrop. hujus adest exemplum.

A. II. supremo loco vocabulum ab initio oblitteratum conspiciendum præbet, infimo autem loco نصر بن سعد *Nasr Ben-Saʿad.*

Observandum præ ceteris est nomen urbis, in quâ hic numus signatum se profitetur, ابرشهر *Abreschehr.* Ita pronuntiandum disertis verbis Jakut in Lex. geogr. docet hoc ipso articulo: ابرشهر بالفتح ثم السكون وفتح الراء والشين المعجمة معا وسكون الهاء والراء Citat ibidem auctorem الكسرى, quem ignoro quis fuerit, (*t*) tradentem scribendum esse *s* loco *sch* (igitur *Abresehr*), additque: وهو القريب والاصل الاعجام لان شهر بالفارسية هو البلد وابر اغيم *sed prius* (sc. puto leg. والاول هو) *veritati propius; origo enim vocabuli barbarica* (Persica) *est, siquidem schehr in linguâ Persicâ urbem, ebr autem nubem* (l. غيم) *denotat.* In narratiunculâ, quam mox ex eodem auctore tradit, ابرشهر *Abreschehr* eandem atque *Nisabur* esse dicitur — ابرشهر وهى نيسابور. Et in disticho, quod deinde ex Elegiâ Bohteryi (in textu البحرى male pro البحترى est) in mortem Emiri Tahir Ben-Abd-ullah, in Nisabur sepulti, citat, nomine *Abreschehr* appellatur urbs, ubi ejus sepulchrum exstabat. In fine denique ejusdem articuli Jakutus annotat, esse, qui pro ابرشهر *Abreschehr* per aphæresin dicant scribantve برشهر *Berschehr*, cui et ipsi fidem addito poëtæ alicujus versu facit. Hoc eodem modo scriptum posuit in peculiari articulo برشهر, ubi repetit inculcatque, nomen id esse urbis Nisabur: برشهر الهاء ساكنة والراء اسم مدينة نيسابور بخراسان وهى ابرشهر Tertio etiam loco (art. نيسابور) Jakut *Abreschehr* unum de nominibus *Nisaburi* esse denuo dicit: ومن اسماء نيسابور ابرشهر In eandem sententiam cum Burhan-kati' (ed. Constantinop. p. 61) ابرشهر فتح بايله نيسابور شهرينك نام قديمدر *Aberschehr est vetus nomen urbis Nisabur. In viciniâ hujus urbis fodinæ Turcoidis gemmæ est*, et Ferheng-schüuri I, fol. 104 recto: ابرشهر ولايت نيشابورك اسم قديمى اولدوغنى مجمع الفرسنه مسطوردر *Abreschehr pro-*

(*t*) Num forte الكساى ?

vinciæ Nischaburensis vetus nomen esse, in Pandectis Persarum (*u*) *memoriæ proditum exstat;* tum Golii et Castelli Diction. Persico - Latinum: „ابرشهر *Abreschehr* nomen antiquum et proprium urbis *Nisabur*," et Herbelot in Bibl. Or. „*Aberscheher*, ancien nom Persien de la ville de *Nischiabour* &c. Elle fut ainsi appellée à cause de sa situation élevée" &c. (*v*) Veterem urbem *Nisabur* illo nomine *Abreschehr* affectam fuisse, locus etiam Eutychii cum Mirchonde comparatus ostendere videtur; nimirum quæ in narratione de Kobadi, filii Firusi, amoribus ille (*z*) prope *Abreschr* (sic juxta orthographiam alteram supra adductam exaratum nomen est), hic (*a*) prope *Nisaburum* accidisse refert.

Herbelot art. *Nischiabour* tradit, urbem *Nischabur* a Schabur su'l-aktaf conditam esse prope ruinas veteris urbis *Aberscheher* dictæ. Atque sane hanc posteriorem diversam a Nisabur urbem fuisse, sed, quo tempore Chorasan ab Arabibus expugnabatur, adhuc florentem, statuendum foret, si recte haberet Tarich ef-Sali'hy (تاريخ الصالحى) ad a. 27. inter expugnatas 'Osmano Chalifâ urbes Chorasani commemorans: نيسابور وهراة وبوشنج وطوس وابرشهر (sic) ومرو الروذ *Nisabur*, *Herat*, *Buschendsch*, *Tus*, *Abreschehr*, *et Merw-er-rud.* In loco parallelo apud Ibn-el-'Amid (Elmacin.) p. 32. pro ابرشهر *Abreschehr* exstat quidem ابريم *Abrim*, quod Kochler (Repert. XIV, 67) in ابيورد *Abiward* mutandum esse suspicatus est. Sed patet, id ex ابرشهر multo facilius potuisse corrumpi; atque hoc re verâ scriptum ab Ibn-el-'Amido vel ab ipso Tabery esse puto. Neque tamen id me compellere videtur

(*u*) Num forte idem liber atque كتاب الفرس ab Abulf. in Geogr. passim citatus?

(*v*) Scil. ابر *eber* Persis *supra* est. — Recte autem Schultens ad Herb. annotavit, passim in libris ايرشهر scriptum offerri. Atque sane in ipso articulo ابرشهر apud Jakutum bis ايرشهر male exaratum invenio.

(*z*) Annal. T. II, p. 126 & 129.

(*a*) apud S. de Sacy in Mémoires sur divers. Antiq. de la Perse p. 352.

ad concludendum, duas diversas urbes, simul quidem florentes, fuisse Abreschehr et Nisabur. Mallem potius existimare, hos quidem auctores Arabicos gemino hoc urbis Nisabur nomine, altero veteri Abreschehr (quod forte a primo conditore, quem Tahmuras fuisse volunt, inditum erat), altero recentiori Nischapur, (quod ab restauratore, quem Schapur su'l-aktaf esse perhibent, accepit (*b*)) inductos eum in errorem esse, ut duarum diversarum urbium esse crederent; idque eo facilius fieri potuisse nemo negabit, qui reputaverit, veteris etiam nominis, novo introducto, usum, etsi in desuetudinem abiret, tamen non plane cessasse, testè numo nostro exeunte sæc. H. secundo in ابرشهر *Abreschehr* cuso, dum alii eodem sæc. paucis post annis cusi nomen نيسابور *Nisabur* præ se ferant. Ejusdem documentum haud scio an praebeat etiam Geographia Armeniaca Mosi Chorenensi vulgo, sed male, attributa, inter districtus urbesve, quæ provinciâ Ariâ comprehendebantur, etiam *Apersariam* (*c*) seu *Abrschahr* (*d*) comemorans, nomine Nisaburi non posito, quamquam nec hoc Armenis ignotum erat. (*e*)

Verum enim vero quæ hactenus ad probandum, Nisaburum vel certe veterem ejus urbem olim vocabulo *Abreschehr* nuncupatam esse, disputavimus, ecquid labefactantur suspectumque hoc vocabulum redditur ab ايرانشهر *Iranschehr*, quo et ipso veteri nomine Nisaburum affectum fuisse non unus autor refert? *Iranschehr* quidem juxta Abu'r Rihanum (apud Jakut. in Lex. geogr.) nomen erat, quo proprie provinciæ Irak, Fars, Dschebal & Chorasan comprehendebantur: ايرانشهر هى بلاد العراق وفارس والجبال وخراسان

(*b*) Scil. نه شابور *Nih Schapur* i. e. *urbs Schapuri*.

(*c*) in Mosis Chor. Hist. Arm. edd. G. & G. G. Whiston. p. 365.

(*d*) in St. Martin Mémoires sur l'Arménie, II, 373. 393. quo postremo loco cel. auctor illud nomen *Abrschahr* quid sibi velit, in medio reliquit. Cf. autem Wahl Vorder- u. Mittel-Asien I, 564.

(*e*) v. St. Martin l. c. II, 121. 439.

بجمعها كلها هذا الاسم. Quà cum sententià cf. quæ Mirchond apud Hyde de rel. vett. Pers. p. 427 (ed. 2.), Mas'udy apud S. de Sacy in Not. et Extr. VIII, p. 148 et Dimeschky in نخبة الدهر p. 43 habent. Sed alio usu ad solam urbem Nisabur restringebatur. Sic Belasory, vetus autor apud Jakutum (art. خراسان) : خراسان اربعة اربع فالربع الاول ايران شهر وهو نيسابور وقهستان والطبسين وهراة الخ *Chorasan quatuor constat partibus, quarum prima comprehendit Iranschehr, quæ eadem atque Nisabur est, Kohistan, utramque Tabes, Herat* &c. Neenon Burhan-kati' (ed. Kalekut.) ايران شهر (بروزن ويران شهر) نام اول نيشاپور است *Iranschehr – primum et antiquum nomen Nischapuri est;* et Ferheng-schüuri I, 136 verso: ايران شهر نيشابورك اصل ادبدور *Iranschehr originale nomen Nischaburi est;* et Katib Tschelebi in Dschihan-numa p. 321: معين الدين ايدر سلفنده بوكا ايران شهرى ديرلردى Mu'in-ed-din *refert*, *hanc* (urbem Nisabur) *olim Iranschehr vocatam fuisse.* (*f*) Addatur Hyde l. c. Hæc legens quis non adducatur ad suspicandum, hoc nomen unum idemque esse cum ابرشهر *Abreschehr?* Eamque suspicionem facile auxerit, quæ hujus quidem orthographia apud Jakutum (art. Chorasan) loco mox laudando offertur, ابرنشهر. Nam hæc, kufice ابرسهر expressa, uno neglecto apice sane quam facile in ابرسهر transire et *Abreschehr* proferri potuisset. Quid? quod in ipso eo ابرشهر, quod supra p. 607 in not. *v* indicavimus, illius ابرنشهر *Iranschehr* vestigium residuum adesse videatur. Neque tamen rem ita se habere censeo. Utut enim statuere liceat, in libris manuscriptis apicem illum unum facile a festinante calamo corripi et intercidere potuisse, indeque decursu temporis a serioribus scriptoribus *Abreschehr* male receptum esse, obstat tamen, quominus hanc amplectaris opinionem, numus noster, in quo tres tantum apices adsunt ابرسهر distincte expressi; ejusmodi autem antiquæ memoriæ monumento fidem negare, nemo facile ausit. Accedit, quod non unicum est; nam in aliis etiam duobus hoc idem

(*f*) Apud Witsen in Noord en Oost Tartarye p. 338 (ed. 2.) male legitur: Muni Eldin *wil, dat deze plaets, te vooren, Iran wierd geheten.*

nomen deprehendisse mihi videor. Scilicet b. Tychsenius, ut ex ejus litteris novi, in manibus habuit duos numos, unum a. 192, alterum eodem quo Dorpatensis anno, cusos, in quibus ille quidem nomen urbis مدينة ابن سهل *medinet-Ibn-Sahl* legere sibi visus est. At *Urbs Filii Sahli* ubinam, quæso, locorum quærenda? Nec exstitit nec exstat. Optimum Tychsenium, quod mecum مدينة ابرشهر *urbs Abreschehr* transscribendum erat, male مدينة ابن سهل *urbs Ibn-Sahli* transscripsisse, nullus dubito. Facile hæc quidem cum illis permisceri poterant; tantum inter ea kufice exarata intercedit similitudinis. (*g*) Trium igitur monumentorum fide, libros supra citatos ut taceam, hæc orthographia nititur. Adde, quod Jakut (art. Nisabur) disertis verbis dicit: ومن اسماء نيسابور ابرشهر وبعضهم يقول ايرنشهر والصحيح ان ايران شهر هى (هو) ما بين جيحون الى الفارسية (الفارس؟) *Ex nominibus Nisaburi etiam Abreschehr est. Sunt, qui Iranschehr dicant. At si verum quærimus, Iranschehr denotat quidquid regionum inter Oxum et Fars* (sic legendum videtur) *patet.* Non igitur dubitandum est, quin ابرشهر *Abreschehr* et ايرانشهر *Iranschehr* duo diversa nomina sint, quæ uni eidemque urbi, puta Nisaburo, debeantur. (*) Posterius quidem ei inditum esse videtur, quatenus inde a Schapuro sedes regia Sasanidarum in Chorasanâ erat. (*h*) Ceterum mirari subit, horum Nisaburi nominum veterum neque in libro the Oriental Geography &c. inscripto neque in Abu'l-fedæ Tabb. geogr. reperiri. Jam pergamus ad ea, quæ in numo, quem nunc maxime tractamus, perlustranda restant.

Quod in ejus A. II. supremâ conspicitur vocabulum ab initio oblitteratum, si in imagine quidem ære expressâ spectes, الور = vel الور = præ se ferre videtur, at in numo ipso prius etiam ا vel ل

(*g*) Cf. سمرقند habitum pro سهل فنك, infra ad N. 24.

(*) Nunc video ill. Hammerum *Iranschehr* habere pro *Dameghan* urbe. Adi Wien. Jahrb. d. Litt. Tom. IX, p. 29 sq. Verum enim vero Kaswiny, ad quem vir doctissimus provocat, Iranschehr in Tabristan sitam esse neutiquam dicit nec in textu Arabico nec in ejus versione Persicâ.

(*h*) Dschih. numa p. 321 supr.

prorsus non cognoscitur. Inde factum, ut nonnunquam suspicarer, nomen نيسابور hic latere. Quâ in conjecturâ ne quis forte offendat, observare juvabit, mihi aliis etiam in numis simile quid oblatum esse. Sic in numi a. 169 in هرون اباد *Harun-abad* cusi supremâ A. II. deprehendi, quod ارمينية *Arminia* legendum videtur; in n. a. 282 in *esch-Schasch* cusi infimâ A. I. سكث exstat, quod بنكث *Binkes* legeris; in n. a. 292 in *Balch* cusi A. II. imâ cernitur, quod et ipsum pro بلخ *Balch* habueris; et in n. a. 162 جى بمدينة *in urbe Dschey* cusi infimâ A. II. adest, quod parum abest ut et ipsum جى *Dschey* legendum credam. In quibus exemplis intelligens habebit, quod cum animo suo ad caussam nostram trahat.

Qui in eâdem A. II. infimâ numi, quo occupamur, laudatur *Nasr filius Sa'adi*, fueritne urbis Nisabur præfectus an monetarius, me præterit.

Annus denique, quem numus hic gerit, Chalifatûs Haruni extremus simul et Amini primus est, ut, utri tribuendus numus sit, dubitationem habeat. Ad Harunum referre eum malui propterea, quod et Chalifæ regnantis nomine destitutus et in Chorasanâ cusus est.

MU'HAMMED AMIN,

heres Chalifatûs designatus.

21.

ex Mus. Zosimano Mosquæ.

Notab. c. بمدينة السلام سنة اربع وثمنين ومية *in Urbe salutis* (*i*) (s. Baghdadi) *anno centesimo octogesimo quarto.* (184 = 800.)

(*i*) v. me ad Ibn-Fofzlan's u. anderer Araber Berichte üb. die Russen p. 85. — Nomen autem مدينة السلام *Medinet-es-salam*, quod in numis Kuficis longe frequentissimum et in vulgus pervulgatum est, sæpe veritus sum, ne hospites in palæstrâ Kuficâ legere sibi visi sint in iis etiam numis, qui non eâ in urbe, sed بقصر السلام in *Kasr-es-salam* s. *Arce salutis*, conditâ ab Haruno in urbe Rakkâ, cusi sunt, et quorum unus certe a Mehdy cusus a.

A. II. محمد رسول الله || مما امر به الامير الامين || محمد بن امير المومنين || جعفر *Muh. est ap. D.* || (Hic numus est) *ex iis, quos* (cudi) *jussit Emirus el-Amin* || *Muhammed filius Emiri Fidelium.* || *Dscha'far.*

22.

ex Museo Pflugiano.
(v. Tab. XX, 22.)

Rarissim. & notabilissimus, cus. ومية (sic) بارمينية سنة تسع وثمن *in Arminiá anno centesimo octogesimo nono.* (a. H. 189 = Ch. 805.)

A. II. عهد الساعين || الله الامين ولى || محمد رسول || خزيمة بن حازم || : نسر بن خزيمة || *Choseima Ben-Hasim.* || *Muh. est ap.* || *Dei. El-Amin Procurator* || *Foederis Muslimorum.* || *Nasr* (vel *Boschr*) *Ben-Choseima.*

Scriptura Kufica in hoc numo obvia nescio quid insoliti redolet, quod contemplantis oculos non potest non advertere. Sufficiat nominatim indicasse vocabula الامين et ولى

Videmus hunc numum, Haruno Chalifatum tenente, nomine Amini, ejus filii et successoris designati, in Armeniæ urbe capitali Dowin (Debil) cusum, quamquam Armenia cum provinciis vicinis Kasimo (القاسم الموتمن s. القسم), tertio Haruni filio et post fratres Aminum et

---

167 nuper me curante Museo Asiatico accessit. Acciditne tale quid Marsdenio in numo et ipso Mehdyano anni 168 (an 162?) (P. I, N°. XXXI.), quem editor quidem بمدينة السلام *in medinet-es-salam* signatum esse vult, sed imaginem ejus ære expressam quisquis intuitus fuerit, potius بقصر السلام *in Kasr-es-salam* cusum esse dixerit? Etiam Tabula numorum Kuficorum a b. Tychsenio, tunc adhuc tirone, sculpta et explicata in Kritische Sammlungen Tom. III, p. 698. numum ab Haruno a. 179 cusum بك سلام conspiciendum præbet. Hoc quidem ibi etiam بمدينة السلام transscriptum est, sed quidni suspiceris in hoc etiam بقصر السلام latere?

Mamunum futuro Chalifatûs heredi designato, a. 186 a patre attributa illique tandem a. 194 ab Amino ademta erat. (*k*)

Choseima autem *filius Hasimi*, qui in supr. A. II. cernitur, idem est atque ille, a quo Dscha'farum filium Musæ Hadii adhuc infantem, patre mortuo, de jure suo succedendi in Chalifatum cedere minis coactum esse refert Abu'l-faradsch. (*l*) Addit idem auctor, Choseimam eâ re magnam apud Harunum iniisse gratiam. Atque numus noster eum in Armeniæ præfecturâ administrandâ adjunctum fuisse Kasimo Harunidæ, vel hujus nomine huic provinciæ ipsum præfuisse docet. Hoc posterius ut statuas, suadet Ibn-el-Asir, ex quo cel. St. Martin (*m*) tradit, a. Chr. 788 (= H. 171,2) 'Obeid-ullahum, fratrem Haruni (?), Armeniæ præfuisse, (*n*) et huic deinde *Choseimam filium Hasimi Temimy* suffectum esse, qui, postquam Armeniæ quindecim annos præfuisset, a. Ch. 818 (= a. H. 202,3) diem supremum obierit. Anno igitur uno vel altero ante cusum hunc numum nostrum Armeniæ præfectus est. (*o*)

Notatu dignum id quoque est, quod hic, præter hujus præfecti nomen, alterum etiam, forte rei monetariæ præfecti, offeratur in eàdem A. H. infimâ, quod haud dubie filium illius indicat. Id autem tam بشر *Boschr*, quam نسر *Nasr* legere licet. Utrum verius sit, in medio relinquo. (*p*)

(*k*) Elmac. p. 115. (coll. Abulf. Ann. II, not. 94.) Lubb-Tarich p. 55. Adleri Mus. Cuf. Borg. II, p. 33.

(*l*) Hist. Dyn. p. 231.

(*m*) Mémoires sur l'Arménie I, 343. 417.

(*n*) Et hujus ipsius nomine insignitus numus exstat cusus in Armîniâ a. 178.

(*o*) Adsunt mihi alii quoque numi hujus *Choseimæ* nomen gerentes, veluti aa. 188. 190. 191. cusi in *Arran* (s. Berda'a). — Tychsenius pie defunctus olim mihi perscribebat, in Museo Adleri Berolinensis adesse numum a. 169 cusum in رقّة (imo vero الرقة debebat esse), in quo nomina حرثمة بن حارم *Harsema Ben-'Harim* legantur. Mihi vero non est dubium, quin in eo quoque, ut in Pflugiano, legenda sint خزيمة بن حازم *Choseima Ben-Hasim*.

(*p*) Posterior lectio نسر si verior est, vide num forte is idem sit cum נצר seu

'ABD - ULLAH MAMUN.

23.

ex Mus. Nejelow.

Notab. cus. بمدينة السلام سنة ثمان وتسعين ومية *in Urbe salutis anno centesimo nonagesimo octavo.* (a. 198 = 873, 4.)

In supr. A. II. لله *Deo* scil. celebrando, seu: quod Deo celebrando sit; vel etiam i. q. D. O. M. s. Deo Sacrum. Vide sis, quæ de hoc لله disseruimus in Beiträge &c. p. 22 sqq. et in recensione libri „Monete Cufiche del Museo di Milano" in Ergänz. Blätt. zur Jen. Allg. Litt. Zeit. 1822. N°. 55. — In ead. inf. ذو الرياستين propr. *possessor duorum principatuum* s. *præses utriusque regiminis*, quo titulo Abu'l-'Abbas el-Fafzl Ben-Sahl a Mamuno ornatum esse constat, quia illi mandaverat رياسة الحرب والقلم *principatum belli et calami*, ut Abu'l-fedæ, seu الوزارة والسيف *Wesiratum et gladium*, ut Ibn-Challekani explicatione utar, i. e. quia eum tam summæ rei bellicæ administratorem, quam imperii Cancellarium supremum constituerat. (*q*)

'ALY - RISZA,

Chalifatûs successor designatus.

24.

ex Mus. Nejelowiano.

(v. Tab. XIX, 24.)

N. rarissimus et notabilissimus, quem rei gestæ in Islamismi Annalibus gravissimæ testem publicum dicere fas est, cusus بالمحمدية سنة ثلث ومايتين *in el-Muhammediâ*, (i. e. in er-Rey) *anno ducentesimo tertio.* (a. H. 203 = a. Ch. 818, 9.)

כאצר illo, quem Abu'l-faradsch ad aa. Chr. 810 & 812 (= H. 195. sqq.) novas res in Armeniâ movisse narrat. v. Chronic. Syr. p. 141 sq.

(*q*) Mu'hammed Ben-Kasim Amasy in Raufz-el-Achjar fol. 41 verso duobus his principatibus intelligi vult الوزارة وامارة العراقين *Wesiratum et utriusque 'Iraki Emiratum*; male, ut jam Reiske ad Abulf. Ann. II, not. 105 observavit.

A. II.	لله	*Deo* (Sacrum.)
	محمد رسول الله	*Muhammed apostolus Dei est.*
	المامون خليفة الله	*El-Mamun Chalifa* (s. Vicarius) *Dei.*
	مما امر به الامير الرضا	(Hic numus est) *ex iis, quos* (cudi) *jussit Emirus er-Rifza,*
	ولى عهد المسلمين على بن موسى	*Procurator Foederis Muslimorum* (s. successor Chalifatûs designatus), *Aly filius Musæ,*
	بن على بن ابى طالب	*unus e posteris* (*s*) *Alyi filii Abi-Talibi.*
	ذو الرياستين	*Possessor duorum Principatuum.*
(*r*) ٥		*M.*

Qui hîc post Mamunum nominatur Aly Rifza, ipse ille duodecim Imamorum Alidicorum octavus est, quem Mamunus, impulsore Faſzlo Ben-Sahl, qui ipse Schi'ita erat (كان يتشيع, Ibn-Challekan annotat), Chalifatûs successorem a. H. 202 (juxta Ibn-Chall.) vel mense nono a. 201 (juxta Mu'hammedem Ben-'Aly 'Hamatenum in Chronico Manſurico et Abu'l-fedam) declaraverat, de quâ re gestâ multi multa. Mamunum ejus nomen, qui honor imperii successoribus designatis haberi solebat, in numis poni jussisse, ut hîc vidimus, ita rerum Mu'hammedanarum auctores silentio non præterierunt. (*t*) Exstant autem præter hunc Nejelowia-

(*r*) Moneo, a chalcographo peccatum in eo esse, quod caput litteræ و ٦٨ المامون non, ut debebat, rotundum depinxit, nec litteram ة vocabuli خليفة, quae in ipso numo paullum læsa, nec بن ante موسى satis bene expressit.

(*s*) بن *filius* hîc idem valet atque Græcorum εκγονος, id quod non advertisse videtur vir doctus in (Hall.) Allg. Litt. Zeit. 1820 N°. 286. Multi enim majores Musam inter et 'Alyum Ben-Abi-Talib intercesserunt. Notum autem est, Arabes passim membrum unum vel plura in genealogiis silentio transmittere solere, brevitatis studio.

(*t*) Sic e. c. Ibn-Challekan: وضرب اسمه على الدينار والدرهم, et Emir Muſtafa: وضرب السكة باسمه

num duo alii numi hujus 'Alidæ honori a Mamuno dati, alter, qui Musei Duc. Gothani est, a. 202 *Samarkandi* (*u*) cusus, alter, qui in Mus. Aş. Petropol. asservatur, *in urbe Iſpahan* cusus a. ٢٠٢, qui non potest non esse annus 204. (*v*) Ad tollendam difficultatem, quæ ex hac posteriore anni notâ oritur, quatenus a. 203 periisse ille 'Aly Rifza dicitur, non esse videtur, quod exitimes Partem numi posticam veteri typo, quemadmodum pluribus aliis numis accidit, signatam esse. Video nempe de tempore mortis 'Alyi Rifzæ, neutiquam inter se consentire auctores. Ibn-Challekân quidem (fol. m. 246) in vitâ ejus ad extremum mensem 2^um^ a. H. 202 refert, sed omnes reliqui, quos evolvi, ad a. 203, et quidem alii, ut Ibn-el-'Amid (p. 134) et Emir Muſtafa, (*z*) non additâ mensis notatione, alii autem hujus anni et ipsum mensem, quo mortuus est, nominatim indicant, sed denuo non uno omnes modo: scil. alii ut Muhammed Hamawy l. c., Abu'l-faradsch (ar. p. 244), Abu'l-feda (II, 118), Ibn-ef-Sabbagh, (*a*) auctor τῷ Lubb-Tarich (p. 17.), et Ahmed Dimeschky (*b*) mensem 2^um^, alii teste Lubb-T. mensem 9^um^, alii denique teste Ibn-Challek., vel mens. 11^um^ vel 12^um^. Quid? si posteriorum rationum aliquam ceteris præferendam esse putemus, nixi numi Iſfahanensis fide? Sane si 'Alides ille mense ultimo a. 203 fato defunctus est, fieri posset, ut numus hic initio a. 204 Iſfahani signatus sit, vel nondum eo perlato de morte illius, quæ Tusi acci-

---

(*u*) Nam vix dubito, quin sic بسمرقند legendum sit pro eo, quod بسهل فنك *bi Sahl-Fanek* („im Gefilde von Fanek") interpretandum visum est viro docto in (Hall.) Allg. Litt. Zeit. l. c (cf. supr. ad Num. 20. not. *y*.)

(*v*) Me hoc jam olim in Prolusione p. 18 statuentem immerito notavit idem vir doctus l. l., nec recte censuit, numum Petropolitanum ad eundem annum cum Gothano referendum esse. Omnino ille, ut urbe, in quâ cusus est, ita anni notâ ab hoc differt.

(*z*) in Chronico inscripto: تحفة الاديب وهداية الاريب

(*a*) in Historiâ XII Imamorum inscriptâ: الفصول المهمة فى معرفة الايمة

(*b*) in Chronico اخبار الدول واثار الاول

derat, nuntio, vel Schiitis Iffahanensibus blandissimam, in quam adducti erant, spem ulterius trahere etiamsi frustra studentibus.

Jam age, quæ in numo nostro restant, res notatu dignas consideremus et, si potest, explanemus. Primum est, quod Mamunus hìc non simpliciter, ut in aliis numis, الخليفة *Chalifa*, sed خليفة الله *Chalifa Dei*, seu Dei in terrà Vicarius, prædicatur. Eodem modo etiam in numo Tahiridico infra laudando audit. Vide sis, quæ hac de appellatione diximus in Ergänzungs-Blätt. zur J. A. L. Z. 1822 N°. 55. Quibus adde etiam Ibn-el-'Amid. p. 107, nec non Ibn-Challek. in vità el-'Hasan Baſry, ubi Chalifa Jesid II. et ipse خليفة الله audit, quem استخلفه على عباده, et numum Awghanicum in extremà hac Commentatione recensendum, ubi formula variata et in خليفة رب العالمين mutata est.

Deinde eum, qui post 'Aliden illum in inf. A. II. numi nostri conspicitur ذو الرياستين seu *possessor duorum principatuum*, fratrem puto esse Faſzli supra memorati, puta *el-'Hasan Ben-Sahl*, qui post mortem illius a Mamuno ad Wesiratum evectus fuit et eodem illo, quo fratrem gavisum esse vidimus, titulo ornatus fuisse videtur, quamquam de hoc ipsi etiam adhibito honore Annales sileant. (*c*)

Siglum ٥, quod ذو الرياستين ٣٥ subscriptum cernitur, non expedio. Numquid mensem محرم *Muharrem* indicat? (*d*) an vero abbreviatum مبارك (v. supra ad Num. 18. huj. Comment.) est?

In inf. A. I. vocabulum illud se offert, quod me probe exercuit, licet ad hoc usque tempus successu parum prospero. Adi sis Numophyl. Potot. p. 24 et Beiträge p. 19. 21 sq. Po-

(*c*) Non dissimulabo tamen, hunc 'Hasanum a. 203 melancholiâ correptum ideoque a rerump. administratione remotum esse, teste Tabery apud Ibn-Challek. in vità ejus (fol. m. 115.).

(*d*) v. me in Prolusione p. 15.

steriori libello pariter atque Novis Symbolis dictum vocabulum ad varia numorum exemplaria delineatum adjeci. Ill. Hallenbergius (*e*) السرو legendum esse et *liberalem* s. *generosum* significare opinatur. Hoc quidem modo legendum mihi et ipsi quondam visum est; (*f*) id tamen quominus probem, articulus præfixus me impedit. Significatio autem *liberalis* s. *generosi* num مسرو תפ conveniat, dubito . سرى talem proprie denotat. Interea igitur tenere lectionem المشرف etiamnunc placet. Hoc autem, quid? si pro مشرف الدولة vel مشرف الدين habeas? Constat, quam ferax formandis ejusmodi titulis usus Arabicus sit, et quam is alterum vocabulum الدين vel الدولة passim omittere, ejusque in vicem prius articulo augere solet. Cf. الجلال , الموفق , المويد , الشرف et similia; et quid? si hunc الشرف diversum habeas ab ذو الرياستين in A. II. obvio? quam posteriorem rationem jam innuimus in Beiträge p. 22. l. 14 sq. Haberet ea quidem, quo se tueretur, numum Musei Reg. Stockholmiensis a. 201 in urbe Serendsch cusum (apud Hallenb. in Numismat. OO. I, 109. II, 78), cujus Aream II. inf. ille ذو الرياستين occupat, alteram autem inf. nomen كلثوم *Kelsum*, quem quidem suspicor esse eundem atque كلثوم بن ثابت *Kelsum Ben-Sabit*, qui paucis post annis, Mamuno adhuc regnante, tabellariis regiis in Chorasanâ præfuit, ut ex Ibn-Challekan in vitâ Tahiri I. (fol. m. 182 verso) et Mirchonde (in Hist. prior. Regum Persar. ed. Jenisch fol. 2. pers.) discimus. Sane non abhorreret a probabilitate, المشرق nostrum simili in caussâ versari, nimirum diversum esse ab illo ذو الرياستين, nisi in diversissimarum provinciarum numis, et in plurimis conjunctum cum posteriore, nobis offerretur. Occurrit nempe in numis Samarkandensibus, Ispahanensibus, Nisaburensibus, Reyensibus &c.

Restat in hoc numo notanda res qualiscunque momenti ad doctrinam numismaticam quidem. Area Partis antiere altero Mar-

(*e*) Numismata Oriental. I, p. 108.

(*f*) Numoph. Potot. l. c. et Prolus. p. 18.

gine aucta est inscriptum gerente versiculum Koranicum illum: *Dei et fuit et erit imperium; jam vero lætentur auxilio divino Fideles.* De tempore, quo numi Kufici hoc augeri cœpti sint additamento, loquutus sum in Beiträge p. 29. Sed ibi nescio quo modo per errorem accidit, ut dixisse videar, id in exteriore Partis adversæ Margine jam a. H. 177 in numo Haruni Heratensi offerri. Error ex loco epistolæ b. Tychsenii, qui ibi a me citatus intercidit, minus recte a me intellecto ortus. Non ea mens erat viri pie defuncti, ut duplicem ad Marg. Areæ I. inscriptionem, quarum exterior versiculum illum modo laudatum continet, ascendere ad a. 177 contenderet; imo vero hoc dicere voluit, hunc versiculum a semet in numo ær. Haruni a. 177, et quidem ad Marg. Partis aversæ primum visum esse; numum autem, qui eundem in altero s. exteriore M. Partis adversæ additum primus gerat, esse ab ipso deprehensum argenteum Mamuni cusum in Medinet-es-salam a. 206. Ad illum autem numum æreum Tychsenianum facere non possum quin moneam, æreos tum in P. II. Margine plerumque inscriptionem a formulâ مما امر به incipientem gerere, tum multo magis, quam argenteos, vetustatis dentibus corrosos esse solere, nec ipsum Tychsenianum integrum fuisse videri, nomen enim urbis, in quâ cusus est, annotatum a b. viro non invenio. Hæc ubi reputo, subinde nonnihil suspicari coepi, fieri posse, ut vir optimus minus recte solverit illam inscriptionem. Caussam igitur hanc in medio relinquamus, dum ven. Hartmann, vir ut nobis amicissimus, ita studiis numismaticis justum pretium statuens, ex Museo Rostochiensi nos docere veriora non gravatus fuerit; interea autem numum eum, qui primus duplici inscriptione marginali auctus exstat, eundem et primum, qui versiculum illum Koranicum gerat, sumamus. Is vero est nostri numi frater natu major, qui a. 202 h. d. Samarkandi cusus in Museo Duc. Gothano asservatur. Quo posito, illa sententia primum iis inscripta fuisset numis, quos Mamunus nomine 'Alyi Rifzæ designati successoris cudi fecit. Quamquam mirari subit, hunc esse fontem, ex quo derivata deinde in omnium fere, qui sequuntur, Chalifarum et plerorumque Emirorum

numos dimanaverit. Certe ille versiculus, postquam in tribus, qui nobis innotuere, 'Alidæ istius numis aa. 202, 3 & 4 apparuit, statim inde ab a. 204 ipsius etiam Mamuni numis additus cernitur, et per proxima sæcula in numis principum permansit. (*g*)

'ABD - ULLAH MAMUN.

25.

ex Mus. cels. Comit. S. de Potocki.

Numus aureus rarissimus, notab. A. I. لا اله الا الله وحده || لا شريك له

Infra est: عبيد الله بن السرى *'Obeid - ullah Ben - es - Sary.*

M. محمد رسول الله ارسله بالهدى ودين الحق ليظهره على الدين كله

A. II. الخليفة | محمد || رسول || الله || المامون *Muhammed est || apostolus || Dei. ||* Supra est: *Chalifa*, infra *el - Mamun.*

M. بسم الله ضرب هذا الدينر سنة تسع ومينين *In nomine Dei! Cusus est hic Denarius anno ducentesimo nono.* (209 = 824,5.)

Hujus numi, qui, ut aurei solent, urbis notatione caret, patria nos fugeret, absque nomine illo foret, quod in A. I. inf. conspicitur eumque in Aegypto cusum esse docet. Huic nimirum provinciæ a. H. 206 usque ad a. 211 „Ebn - Alsorri" præfuisse, memoriæ prodidit Muhammed Sadiky in Not. et Extr. I, 279. Hunc autem ipsum *'Obeid - ullah Ben - es - Sary*, nostri numi auctorem, esse, patet ex Ibn - el - 'Amido (Elmacino), qui p. 134 inf. refert „Abdallam f. Assarii" عبد الله بن السرى a. 206 Muhammedi fratri in præfecturâ Aegypti suffectum militari suffragio, et p. 136 eundem a. 211 ab 'Abd - ullah Ben - Tahir hac præfecturâ remotum esse. Lectionem عبد الله *Abd - ullah*, quam eandem et in Tarich-ef - Salihy inveni, ut passim, sic hîc male habere, et unice veram esse *'Obeid-ullah*, non solum numus noster docet, sed etiam Bar-

(*g*) Quæ tandem cunque hujus versiculi in numis positi prima ansa fuerit, id certe exploratum est, conjecturas de eâ, quas numorum interpretes in medium produxerunt et nuperrime etiam Marsden l. c. p. 55, locum habere non posse.

Hebræus in Chron. Syr. p. 150, ubi עביד בר שָׁרִי, et Ibn-Challekan in vitâ 'Abd-ullah filii Tahiri (fol. m. 201 recto), ubi ex Tarich-el-Ferghany laudatur عبيد الله بن السرى بن الحكم (*h*)

MUTEWEKKIL.

26.

ex Mus. Pflugiano.

Cus. *in Urbe salutis anno ducentesimo tricesimo tertio.* (233 = 847,8.)

A. II. p. p. المتوكل على الله *El-Mutewekkil-'al'-allah.*

(*h*) Sojuty quidem (in Hist. Aegypti inscriptâ: حسن المحاضرة فى اخبار مصر والقاهرة fol. 216 verso) et ipse male habet عبد الله بن السرى Contra Makrisy (apud Quatremère in Mémoires sur l'Egypte I, 317 sqq.) veram lectionem *'Obeid-ullah* exhibet. Eandem ipsam etiam apud Eutych. II, 421 deprehendere mihi videor. Nimirum l. 10 pro لابن السرى legendum censeo ابن السرى, quo facto عبيد الله, quod ei proxime præcedit, cum eodem conjungendum est. Et ipsa orationis compositio hanc emendationem mihi videtur flagitare. Male etiam ibidem, quod obiter annoto, Tahirides عبيد الله pro عبد الله audit.

Nunc video hunc ipsum numum nuperrime etiam a Marsdenio l. c. P. I, N°. LI editum, sed non sine magno errore. Nam quod عبيد الله بن السرى *'Obeid-ullah Ben-es-Sary* legendum erat, عبد الله بن الور (ون) *'Abd-ullah Ben Al-Harun* tam scripsit et ad *el-Mamunum* A. H. obvium trahendum censuit. At tam de lectione *'Obeid* quam de *es-Sary* ipsius etiam numus dubitare non sinit. Et proh' deûm fidem! quis Arabs dixerit الهرون *el-Harun*, cum articulo scilicet! Præterea numum suum ad a. 207 retûlit, quamquam imago ejus xre expressa potius a. 209 præ se fert — Etiam numum notabilem a patre nostri 'Obeid-ullahi, *es-Sary Ben-el-'Hakem* (de quo vid. Quatremère l. c. pag. 309 sqq.), cusum idem Marsden P. I, N°. L. edidit, pariter ibi lapsus in legendo nomine السرى *es-Sary*. Legit nimirum „ الشرفى *Al-Sherfi*", hac additâ observatione, quam ipsis ejus verbis repetere juvat: „The title of Al-Sherfi *the noble* or *the descendant of the Prophet* may be presumed to designate the Khalif (Mamun) himself".

27.

ex Mus. cels. Com. de Mannteufel.

Notab. cus. بفارس سنة اربع واربعين ومايتين *in Fars anno ducentesimo quadragesimo quarto.* (a. 244 = 858,9.)

A. I. inf. المعتز بالله *El - Mu'tess - billah.* Est Mutewekkili filius, *Abu - Abd - ullah* in antiquioribus patris numis audiens.

A. II. eadem, quæ nùmi 26.

Fars mihi est hujus provinciæ tunc urbs primaria *Schiras.*

MU'TASZID.

28.

ex Mus. Zosimano Mosquæ.

Cus. *in Urbe salutis anno ducentesimo octogesimo nono.* (289 = 901,2.)

A. II. p. p. المعتضد بالله *El - Mu'tafzid - billah.*

MUKTEDIR.

29.

ex Mus. Krögeriano Rigæ.

Notab. cus. بالبصرة سنة اربع عشرة وثلثماية *in el - Basra anno trecèntesimo decimo quarto.* (314 = 926,7.)

A. I. p. p. ابو العاس بن || امير المومنين *Abu'l - Abbas filius || Emiri Fidelium.* Est idem atque ille, qui deinceps, interjecto Kahir - billahi regno, Chalifatum gessit titulo *Rafzi - billah* ornatus.

A. II. pp. المقتدر بالله *El - Muktedir - billah.*

KAHIR.

30.

ex Mus. eminent. Metropolitæ Kiowiensis Eugenii.

Rar. notab. cus. بسرمن‌راى سنة ا ء ى وعشرين وثلثماية *in Serrmenra' anno trecentesimo vicesimo primo.* (a. H. 321 = Ch. 933.)

A. I. p. p. ابو القاسم بن || امير المومنين *Abu'l - Kasim filius* || *Emiri Fidelium.* Est Kahiri filius, qui deinceps, interjecto Rafzii et Mottekii Chalifatu, et ipse ad hanc dignitatem evectus est.

A. II. pp. القاهر بالله *El - Kahir - billah.*

Serrmenra' seu *Samerra* urbs inter Baghdad & Tekrit ad Tigrin sita, quam Mu'tafim ipsius conditor a. 221 = Chr. 836 (secundum Jakutum) vel a. 222 = 837 (juxta Eutychium) (*i*) sedem Chalifatûs elegit, ejus exemplum imitantibus, qui eum excepere Chalifæ septem. (*k*) Quo factum, ut nova urbs brevissimo temporis spatio, maxime sub Mutewekkilo, lætissime cresceret et efflorescerct, adeo ut evasisse dicatur اعظم بلاد الله *maxima urbium Dei.* (*l*) Sed hic flos haud diuturnus fuit, celeriter defloruit. Postquam enim a. 280 (= Chr. 893), quo Mu'tafzid Baghdadum pristinam regiam repetiit, sedes imperii esse desiisset, ab eo inde tempore ab incolis deseri et destitui, et deinceps collabi cœpit, adeo ut sæculo fere interjecto Muhelleby locum qui ibi habitaretur colereturque non nisi exiguum, quantum parvus pagus capiat, mediis in ruinis præsens ipse videret, prout in geographiâ suâ, vulgo العزيزى dictâ, quam inter aa. 365 — 386 (= Chr. 975 — 996) composuit, refert apud Jakut. in Lex. geogr. coll. Abulf. Tab. geogr. VIII, p. 262.

Neque tamen simul cum sede Chalificâ Baghdadum denuo translatâ, moneta Samerræ instituta operari desiit. Etiam post abi-

(*i*) Male Dimeschky (in تخبة الدهر fol. 96 verso) a. 228 (= 842,3) conditam esse tradit.

(*k*) Hoc igitur temporis intervallo Constantinum, seu Cyrillum Monachum, alphabeti Slavici inventorem, in „Samara" sede Chalificâ cum theologis Mu'hammedanis de doctrinæ Christianæ veritate disputasse, recte retulerunt Acta Sanctorum Russica. v. Schlözer ad Nestor. III, 237.

(*l*) Hac loquendi formulâ biblicâ Abu'l-'Abbas A'hmed Dimeschky in Append. geogr. Chronici sui اخبار الدول واثار الاول utitur. — Etiam Jakut in Lex. geogr. refert, non fuisse olim in toto terrarum orbe urbem Samerrâ ampliorem, cultiorem et pulchriorem.

tum Chalifæ Mu'tafzid a. 280 numi ibi cusi sunt, ut ab hoc ipso principe a. 288 (= 901), (*m*) a Mukteſi a. 290 (= 903), Muktedir aa. 298. 303. 312. 314 (s. 911 — 926 p. Chr.), quibus is, quem nunc cum maxime tractamus, numus Kahiri a. 321 (= 933) accedit, agmen claudens omnium, quotquot in Samerrâ cusos vidi. Hi autem posteriores numi nobis non possunt non se commendare animumque nostrum advertere, quam qui maxime. Scilicet auctor libri, quem, The Oriental. Geography of Ebn Haukal minus recte inscriptum, anglice edidit ill. Ouseley, de Samerrâ hæc habet p. 69: „it is all in ruins, so much that within the space of a farsang there is not any building or cultivated land to be seen". Hæc, obsecro te, quomodo concinnunt cum hoc nostro aliisque numis post initium sæculi X^i. in Samerrâ signatis! hæc, quî fieri potuit, ut scriberet auctor ille, si ejus ætas ad primos viginti annos sæculi modo memorati recte refertur!

III.

TAL'HA, EMIRUS TAHIRIDICUS.

31.

ex Museo Nejelowiano Kasanî.
(v. Tab. XIX, 31.)

N. rarissimus, notab. cus. بسمرقند سنة ثمان ومايتين *in Samarkand anno ducentesimo octavo.* (a. H. 208 = Chr. 823,4.)

In altero orbe Aream I. ambiente versiculus ille لله الامر من قبل &c. legitur.

A. II. طاحة || خليفة الله || الله المامون || محمد رسول || لله *Deo!* || *Muh. est ap.* || *Dei. El-Mamun* || *Chalifa Dei.* || *Talha.*

M. محمد رسول الله ارسله &c.

(*m*) v. ill. Hallenbergii Numism. OO. I, p. 145, quamquam articulus, quo nomen سر من رأى male auctum ibi legitur, lectionis fidem in suspicionem adducit.

IV.

EMIRI SAMANIDAE.

NASR II.

32.

ex Mus. Nejelowiano.

Rar. notab. cus. ببدخشان سنة ثلث عشرة وثلثماية *in Badachschan anno trecentesimo decimo tertio.* (v. Tab. XIX, 32.) (a. 313 = 925,6.)

Monendum, ductus litterarum nominum numeralium, qui et in ipso numo fere coaluerunt, a chalcographo minus bene redditos, et male litteram ٣ ثلث supinam, et ٣٥٠ مية in duos apices divisam esse. Numus ipse hisce vitiis caret.

A. II. p. p. نصر بن احمد || القتدر بالله *El-Muktedir-billah.* || *Nasr filius Ahmedis.*

Non est in hoc numo, quod advertas, præter urbem, cujus ex monetâ prodiit. Nam rarissime offertur in numis. Nomen autem hujus urbis, in summâ Tocharistanâ sitæ, gemmarum, quæ in ejus montibus eruuntur, vario genere clarissimæ, a vulgo باخشان *Balachschan* profertur, teste Jakuto in Lex. geogr., unde *Balaxiam* apud Marcum Paulum et *Walaschamum* apud Schiltbergerum. (*n*) Mirari igitur subit, hanc posteriorem rationem apud Ibn-'Arabschahum in Vit. Tim. obtinere.

33.

ex Museo Romanzowiano.

Cus. *in esch-Schasch* (i. e. Taschkend (*o*)) *anno trecentesimo vicesemo secundo.* (a. 322 = 934.)

A. II. p. p. نصر بن احمد || القاهر بالله *El-Kahir-billah.* || *Nasr filius Ahmedis.*

(*n*) Hæc pronuntiatio vulgaris etiam in باخشى *Balachschy*, nomine rubini, qui ex illâ regione exportatur, deprehenditur

(*o*) v. me in Nov. Symb. p 3 sqq. et in Ergänzungsbl. zur J. A. L. Z. 1822. N°. 58.

34.

ex Mus. Romanzowiano.

Cus. *Samarkandi anno trecentesimo vicesimo sexto* (?). (a. 326 = 937,8.)

In inf. A. I. ع ع quod, fieri potest, ut sit geminum عدل, per compendium scriptum. (*p*)

A. II. pp. نصر بن احمد || الراضى بالله *Er-Rafzi-billah.* || *Nafr fil. Ahmedis.*

35.

ex Biblioth. Imper. publ. Petropolitanâ.

Cus. بنيسابور *in Nisabur anno trecentesimo vicesimo octavo.* (a. 328 = 939,40.)

A. II. eadem est, quæ numi 34.

36.

ex eâdem Bibliothecâ.

Cus. ibidem *anno trecentesimo tricesimo.* (330 = 941,2.)

A. II. p. p. نصر بن احمد || المتقى بالله *El-Mutteki-billah.* || *Nafr fil. Ahmedis.*

De gemino modo, quo nunc المتقى بالله nunc المتقى لله scripserunt, nonnulla prælusi in Nov. Symb. p. 7.

NU'H II.

37.

(Musei Pflugiani est, puto.)

Notab. cus. ببخارا سنة تسع وثلثين وثلثماية *in Bocharâ anno trecentesimo tricesimo nono.* (a. 339 = 950,1.)

A. II. p. p. نوح بن نصر || المستكفى لله *El-Mustekfi-lillah.* || *Nuh filius Nafri.*

(*p*) Adi quæ de hac quæstione diximus in Ergänzungsbl. z. J. A. L. Z. 1822. N°. 57. p. 67.

Cur Chalifæ, jam a. 334 depositi et a. 338 mortui, nomen etiam post hosce annos in Samanidarum numis sese offerat, lege conjecturas in Beiträge p. 47 et Nov. Symb. p. 11. ubi etiam p. 12 notavi pravam, quæ in hoc aliisque nonnullis numis offertur, orthographiam المستكفى لله *El-Mustekfi-lillah*, pro المستكفى بالله *El-Mustekfi-billah*, quæ, in plerisque aliis numis obvia, libris unice probata est.

ʿABD-UL-MELIK I.

38.

ex Biblioth. Imper. publ. Petropol.

Notab. cusus بسمرقند سنة خمس واربعين وثلثماية *in Samarkand anno trecentesimo quadragesimo quinto.* (345 = 956,7.)

A. I. inf. عم (forte compendium litterarum τοῦ عدل) (*q*).

A. II. p. p. بن نوح || عبد الملك || المستكفى بالله *El-Mustekfi-billah.* || *Ábd-ul-Melik* || *filius Núhi.*

39.

ex Mus. Nejelow. Kasani.

Cus. *in esch-Schasch anno trecentesimo quadragesimo nono.* (349 = 960,1.)

In A. I. supremâ: ع quo de siglo vide conjecturas nonnullas propositas in Prolus. p. 15.

A. II. p. p. بن نوح || عبد الملك || المطيع لله *El-Muti'-lillah.* || *Ábd-ul-Melik* || *fil. Núhi.*

40.

ex Mus. Nejelowiano.

Cus. بباغ *in Balch* eodem anno.

In supr. A. I. vestigium est vocabuli, quod puto عدل fuisse.

A. II. p. p. بن نوح || عبد الملك || المص = = = ut in N°. 39.

(*q*) Cl. Marsden in N. suo LIV. hoc idem siglum عى transscripsit, minus recte. Quod in utroque numo cernitur, non est, nisi ع imperfectum.

MANSUR I.

41.

ex Mus. Nejelowiano.

(v. Tab. XIX, 41.)

Notab. cus. بيخارا سنة احد (sic) وخمسين وثلثماية *in Bochará anno trecentesimo quinquagesimo primo.* (351 = 962.)

Moneo, litteras بيـ vocabuli بيخارا supinas conspici, contra quam in ipso numo habent.

In supr. A. I. بغرا *Boghra;* in eâdem infimâ الملك المظفر (cujus ظ caput crassius chalcographo debetur) *El Melik el-Muszaffer* s. *Rex perpetuo victor*, qui titulus ipsius Emiri Manfur in P. aversâ laudati est, (*r*) inferius autem, ductibus tenuioribus, بك. forte بك *Bek* legendum, et jungendum cum بغرا *Boghra* in supremâ A. obvio, qui num idem sit cum بغرا الحاجب cujus Mirchond in Hist. Samanid. ed. Wilken p. 126 mentionem facit, dubium est.

A. II. p. p. المطيع لله || منصور بن نوح *El-Muti'-lillah.* || *Manfur* || *filius Nuhi.*

42.

ex Mus. Nejelowiano.

Notab. cus. *in Samarkand* سنة اربع وخمسين ٥ ثلثماية *anno trecentesimo quinquagesimo quarto.* (354 = 965.)

Nota ٥ sub بنصر Marginis exterioris collocata haud dubie و ٣٥ ثلثماية præfigendum, sed ab artifice formam numi incidente suo loco addi neglectum indicat.

In supr. A. I. سع (v. Tab. XIX, 42.) quid sibi velit, cum ignorantibus ignoro.

A. II. eadem est atque numi prox. præcedentis.

43.

ex Museo Romanzowiano.

Notab. cusus *Bocharæ* = = = = = = ار سنة *anno* 354 aut 364.

In supr. A. I. بغرا *Boghra*, in eâd. inf. ورع = puto الورع

(*r*) cf. Novæ Symbolæ p. 16.

(*le Madrigalier?*), qui auctus prænomine ابو بكر *Abu-Bekr* aliis in numis Samanidicis occurrit.

A. II. p. p. = = ور بن نوح || = = ع لله Muti' (aut Tai'-*lillah.* || Manſur *filius Nuhi.*

44.

ex Museo Romanzowiano.

Notab. cus. = = = = = باندرابة سنة خمس *in Enderabe anno* = = = = *quinto.* (a. 355 aut 365.)

In supr. A. I. فايق *Faik* (de quo v. sis Nov. Symb. pag. 17 sq.), in eâdem inf. quod fuit, deletum est.

A. II. p. p. منصور بن نوح || = = = = الـ

Circa urbem, in quâ hic numus signatus est, paullulum commorari, non abs re esse videbitur. اندارية *Enderabe* audit etiam اندراب *Enderab.* Utraque scribendi ratio tum ab Jakuto et Katib Tschelebi. in Dschihan-numa indicatur, tum ab auctore geographiæ sub nomine Haukalidæ a cel. Ouseley editæ et epitomatore Edrisyi promiscue adhibetur. Alii tamen, velut Abu'l-feda, Dimeschky, Mirchond, solâ posteriore utuntur. In numis contra, si ab uno Chalifico discesserim, non nisi prior occurrit. Urbs hæc, duobus rigata fluviis, altero cognomine اندراب *Enderab*, altero نهر كاسان *nahr-Kasan* dicto, inter Balch & Ghasna, ipsâ longe celebriores, sita est. Olim a geographorum Mu'hammedanorum aliis (ut Belasory, Abu'l-fedâ) ad Chorasanam, ab aliis (ut auctore Geogr. Orient. Ousel. et Edrisy) ad Tocharestanam, ab aliis (ut Naſir-ed-din et Ulugh-Bek) ad *Chottelan* referebatur, nullo id quidem discrimine, quatenus, ut Sch. Dimeschky tradit, *Chottelan* s. *el-Chottel* (*s*)

(*s*) Sic vulgo, خُتَّلان vel خُتْلان *Chottolan*, vid. Abulf. et Katib Tschel. Quamquam Jakutus خِتْلان *Chatlan* rectius pronuntiari ait. الختل *El-Chottel* autem unum idemque cum *Chottelan* esse (licet Jakutus ab eo distinguere videatur), tum disertis verbis Schems-ed-din Dimeschky docet, tum pro

ad Tocharestanam (superiorem quidem), Tocharestana autem utraque ad Chorasanam (et quidem ad Balchensem ditionem) accensebatur. Quamquam alii ad Mawarennahr, alii ad Badachschan traxerunt. Chottel atque ipsa Enderab nunc similiter ad Balch, hodiernæ Awghanistanæ provinciam, accensetur, et in potestate Schahi Murad, filii Emiri provinciæ Kondüs (قندس) esse dicitur.

Enderabe, quoniam aliquando Samanidarum imperio subdita erat, haud infrequens in horum Emirorum numis inde ab a. H. 292 usque ad a. 366 memoratur, quorum nonnulli jam editi sunt. Ad eos quum ab interpretibus tantum non omnibus in definiundâ provinciâ, in quâ sita illa urbs est, mirandum sane in modum erratum sit, facere non possum quin hunc errorem hîc aperiam et corrigam. (*t*) Jam accipe quomodo singuli hac de urbe sententiam suam prodiderint.

T. C. Tychsen in Com. I. de numis Cuf. (Com. Gœtt. T. IX, p. 130) „Anderaba, inquit, urbs provinciæ *Gilan* haud procul a mari Caspio, alio nomine Anderab sive Abherab, quæ Samanidarum imperio tum subjecta erat.“ — Adler in Mus. Borg. Cuf. II, p. 56: „Enderaba, urbs provinciæ *Gilan*, quæ pars plana & æqua est regni Dilemitici &c. &c.“ — O. G. Tychsen in Introd. p. 32: „Anderabe in provinciâ *Gilan*.“ — Eadem plane habet Götlin De numis Cuf. I, p. 10. — Schiepati denique in Descrizione del Museo Mainoni p. 56: „Enderaba città della provincia di *Gilan* è in una pianura, e fa parte del regno di Dilem confinante coll' Indostan.“

Vides, quam errante uno erraverint reliqui, atque primus error prorependo accreverit. Fontem, unde ill. Tychsenius hausit,

---

miscuus utriusque nominis usus apud auctores obvius: conferend. الجيل *Dschil* & الجيلان *Dschilan*, fortasse etiam خزر *Chasar* et خزران *Chasran*. — Quod ad situm illius provinciæ, adi cel. Ritter in libro: Die Erdkunde im Verhältniss &c. II, 489. 492. (ed. 1.)

(*t*) Verbulo jam feci in Prolus. p. 29.

si quæris, Herbelotus est. Scripserat hic in Bibl. Or.: „Anderab ou Abherab (*u*) ville de la province de *Khilan* ou *Gilan*," hisque long. & latit. notationem a Nafiro et Ulugh-Beko traditam addiderat. Jam adi horum astronomorum Binas Tabulas geographicas (edit. a Gravio a. 1652.), et invenies p. 23 & 55 ipsius etiam communis erroris primam originem. Scilicet nomen provinciæ, sub quâ ibi Enderabe urbs recensetur, utroque loco arabice scriptum خيلان *Chilan* est. At enimvero hoc primo aspectu lectionis pravitatem prodit. Quis enim non protinus videt, pro خيلان *Chilan* punctis litteræ secundæ transpositis utique legendum esse ختلان *Chottelan?* Si ibi de Gilan provinciâ ad maris Caspii oram sermo esset, ejus nomen Arabicum الجيل *el-Dschil*, s. جيلان *Dschilan*, persice (ut illarum binarum Tabularum lingua poscit) scribendum fuisset كيلان *Gilan*. Adde, quod hæc posterior provincia كيلان *Gilan* in utràque Tabulâ jam suo loco p. 19 & 51 memorata est, item quod illa, quæ perperam خيلان *Chilan* scripta est, media inter Tocharistanam & Choresmiam recensetur, inque eâ, præter Enderaben, etiam Badachschan urbs. Certa igitur est, quam quæ certissima, nostra illius erroris emendatio, et hæc quum tam promta et levis sit, miror, magnum Herbelotum, qui, quod ceteri viri docti supra commemorati neglexisse videntur, ipsas illas Binas Tabulas consuluit, manifestum errorem non animadvertisse.

Illæ autem Binæ Tabulæ non solæ sunt, in quibus nomen *Chottelan* a librariis corruptum. Etiam apud 'Hamd-ullam Kaswiny, vulgo Geographum Persicum dictum, in ejus نزهة القلوب (Cod. 'Romanzow.) plus simplici vice id nunc خيلان *Chilan* (ut in illis Tabb.) nunc جيلان *Dschilan* male exaratum offendi. Item in Ayeen Akbery II, 357 خلان *Khelan* perperam pro ختلان *Chottelan*. Nec non Edrisyo similis macula adhæret. Adi ejus textum

(*u*) Hoc commentum unde ortum sit, non satis patet. Idem Herbel. alio loco, Abherab eandem urbem atque Abher (in 'Irako Persico) esse ait.

Arabicum pp. 158. 160 — 164 &c. et ubique quod الجتل *el-Chottel* scribendum erat, male الجيل *el-Dschil* scriptum est, indeque in ejus Versione Latinâ vulgo nomine Geogr. Nubiens. notâ pp. 135. 137. 138. 140. 141 &c. *Gil* pro el-*Chottel* exstat. (*v*)

Monendum quoque hoc est, illum errorem de provinciâ Chottel s. Chottelan commissum non intra solos libros se continuisse. Vel extra librorum fines egressus per haud paucas etiam mappas geographicas Europæorum pervasit in iisque hodiedum obtinet. Ipsam exiguam, quæ mihi ad manum est, ejusmodi mapparum suppellectilem ejus rei testem habeo. Major earum pars vel *Chilan*, vel *Gil*, vel utrumque, tanquam nomen provinciæ a Chottelan diversæ, ab oriente Balchi ad Oxum superiorem sitæ, spectandum præbet. En tibi indicem.

Tabula Strahlenbergiana ad calcem libri famosi: Das Nord- u. Ostl. Theil v. Europa u. Asien (a. 1730) inscripti, ut prima est, quæ *Chilan* tanquam diversam a „Catlan" provinciam mihi offert, ita mater hujus erroris in reliquas tabulas derivati esse videtur. — Nouveau Atlas par de l'Isle (Amsterd. 1733) in Tab. Persiæ præter „Catlan" exhibet tam *Chilan* quam *Gil*. — Alexandri Magni Imperium & Expeditio. Tab. auct. de l'Isle ostendit etiam *Chilan*, addens: ou Bedacchan. — Carte qui comprend la Chine, la Tartarie Chinoise &c. p. d'Anville (1734): Kotlan, et *Gil*. — Neue Karte vom mittl. Asien v. J. R. Forster (ad librum: Geschichte der Entdeckungen &c. a. 1783) tam Kotlan, quam *Kilan* et *Gil* oculis nostris exhibet. — D'Anville Asien verbessert von Schrämbl (a. 1786) præter Kotlan, tam *Kilan* quam *Gil* habet. — Neue Karte des Pers. Reichs von Wahl (ad ej. librum: Vorder- u. Mittel-Asien P. I. a. 1795) Chotlan simul et *Khilan*

(*v*) cf. Ritter l. c. II, 492.

ostendit. (z) — Carte encyprotype de l'Asie p. H. Bruë (Paris, 1814), præter Khotlan, *Kilan* etiam coram produxit. — Charte v. Asien v. F. W. Streit (a. 1817) solum *Khilan* exhibet. — Persien v. C. G. Reichard (a. 1804 & 1820) tum Chotlan, tum *Khilan* habet. —

Hæc sufficient ad fidem iis, quæ de errore longe lateque diffuso diximus, afferendam. Speramus, futurum, ut tum numorum interpretes Enderaben urbem ad maris Caspii oras collocare tandem desinant, tum geographi nomen *Khilan* vel *Gil* in tabulas suas porro non admittant.

45.

ex Mus. Nejelowiano.

Notab. cus. *Samarkandi anno trecentesimo quinquagesimo nono.* (359 = 969,70.)

In supremâ A. I. جد de quo redi ad N°. 34.

A. II. p. p. *El-Muti'-lillah.* || *Manſur* || *filius Nuhi.*

(z) Doctissimus auctor libri modo laudati nihil suspicans scribebat p. 569: „Ein Theil von Tocharistan steht auf den besten Karten unter dem Namen *Kilan*."

V.

EMIRI BUWEIHIDAE. (*a*)

'EMAD-ED-DAULA 'ALY,

Emirus Emirorum.

46.

ex Museo Pflugiano.

(v. Tab. XIX, 46)

Numus rarissimus, notab. cusus بشيراز سنة سبع وثلثين وثلثماية

(*a*) Ill. Hammer in Kruse's Archiv für alte Geogr. Gesch. u. Alterth. Vol. I, fasc. 2. p. 128 monet, perperam a quibusdam LL. OO. peritis *Bowaih* scribi, quum *Boja* debeat (unde Bojariorum originem deducendam esse censet); atque nuperrime iterum ad Motenebbyum germanice versum Præfat. p. XXIX, *Bujeh*, non *Bowaih* scribendum esse inculcat, quoniam in extremo versuum Persicorum بويه congruat cum خويه *chuje*. Hoc puto ill. S. de Sacy et mihi dictum esse. Doctissimus Parisiensis, in Magas. encyclop. 1810 Juillet, nomen illud, quod vulgo *Buja* pronuntietur, potius, auctore Ibn-Challekan in vitâ Mo'essed-daulæ A'hmedis, *Bowaih* efferendum esse observaverat. Atque hunc ego deinceps sequutus sum scribendi modum, in Numoph Pot. et alibi. Nec id temere vel inconsiderate factum. Nimirum, non solus Ibn-Challekan, sed etiam Mu'hammed Ben-Kasim Amasy doctus commentator τȣ ربيع الابرار (in روض الاخبار fol. m. 42 verso) hanc veram pronuntiationem esse disertis verbis docet; præterea eodem modo nomen hoc phthongisatum vocalibus deprehendi in multis aliis libris manuscriptis, veluti in Sc'alebyi يتيمة الدهر (Part. II, fol. 172 v.), in تاريخ الصالحى (vetusto et optimæ notæ codice) ad a. 323, in Mu'hammedis 'Hamateni تاريخ المنصورى ad a 373; porro Pocockius etiam in Abulfar. Hist. Dyn. hac ipsâ pronuntiandi ratione usus est, vid. e. c. vers. Latinæ. pag. 195 sq. Ipse denique auctor Kamusii eundem tradit: بويه كزبير *Buweih, ad formam Subeir*; quamquam idem adjicit: *dicunt etiam Bujah*. Ex tot igitur auctorum fide, collatis etiam nominibus راهويه *Rahweih*, خالويه *Chaleweih* et similibus, manifestum et apertum est, tantum abesse, ut pronuntiatio *Boweih* s. *Buweih* respuenda et condemnanda, ut ipsi alteri (*Bujah*) præferenda sit; quamvis hanc jam diu etiam in consuetudinem inductam esse, et, illâ priore non quidem abolitâ, sed præter ea mobtinuisse (fortasse apud scriptores antiquitatis minus peritos), tam ex additamento illo apud Firusabadyum, quam ex homoeoteleuto supra memorato intelligatur.

in Schiras anno trecentesimo tricesimo septimo. (a. H. 337 = 948,9.)

A. I. p. p. بن بويه || ابو الحسن *Abu'l - Ḥasan* || *Ben - Buweih.*

M. exter.: *Dei fuit eritque imperium* &c. (*b*)

A. II. عماد || محمد رسول الله || صلى الله عليه وسلم || المطيع لله || لله الدولة || امير الامراء *Deo!* || *M. est ap. Dei.* || *Propitius sit Deus ei et salutem præstet!* || *El - Muti' - lillah.* || *'Emad - ed - daula* || *Emirus Emirorum.* Infra est ɔ quod fieri posse, ut pro عدل abbreviato habendum sit, dixi.

M. محمد رسول الله ارسله &c.

Nomina *Abu'l - Ḥasan filius Buweihi* in A. I. obvia jungenda sunt cum titulis in verss. 5 & 6 Areæ II., inter quos notissimum illum: *Emir - el - Umera* s. *Emirus Emirorum* i. e. supremus Emir, hoc in numo primum eundemque, quod miror, postremum vidi.

MU'ESS - ED - DAULA A'HMED,

'Emadi, Emiri supremi, vicarius. (*c*)

47.

ex Mus. Krögeriano Rigæ.

Notab. cus. a. اربع = لثين وثلثماية *trecentesimo tricesimo quarto.* (334 = 945,6.) Nomen loci prorsus deletum.

A. I. p. p. = = || ابو الحسين || معز الدولة *Mu'ess - ed - daula* || *Abu'l - Ḥusein* || (filius (*d*)) Buweih.

A. II. *Deo!* || *Muḥ. ap. Dei est,* || *cui Deus benedicat et salutem præstet!* || *El - Muti' - lillah.* || عماد الدولة *'Emad - ed - daula* || ابو الحسن *Abu'l - Ḥasan* || بويه (filius) *Buweihi.*

(*b*) Idem versiculus etiam in numorum Buweih. proxime sequentium altero orbe obtinet.

(*c*) Abulf. Annal. II, 454.

(*d*) De hac ellipsi vid. Nov. Symb. p. 21. 25. et Jen. Ergänzungsbl. a. c. p. 53.

48.

ex Mus. Societat. litt. atque art. Curoniensis.

Notab. c. مدينة السلام سنة خمس وثلثين وثلثماية *in Medinet-es-salam anno trecentesimo tricesimo quinto.* (335 = 946,7.)

Reliqua huic numo cum proxime præcedente conveniunt.

Idem

MU'ESS-ED-DAULA A'IMET.

Rukn-ed-daulæ, Emiri supremi, vicarius. (*e*)

49.

ex Mus. Nejelow.

Notab. cus. سنة احدى واربعين وثلثماية (?) بالبصرة *in el-Basrá anno trecentesimo quadragesimo primo.* (341 = 952,3.)

A. I. p. p. بويه || ابو الحسين || مع = د = لة *Mu'ess-ed-daula* || *Abu'l-Husein* || (filius) *Buweihi.*

A. II. ابو || ركن الدولة || (*f*) || صلى الله عليه وسلم || محمد رسول الله || لله || على || بويه *Deo!* || *Muh.* &c. || *cui benedicat* &c. || *Rukn-ed-daula* || *Abu-Aly* || (filius) *Buweihi.*

50.

ex Mus. Nejelow.

(v. Tab. XIX, 50. (*g*))

Notab. cus. بلص = = سنة تسع واربعين وثلثمية ? *in . . . anno trecentesimo quadragesimo nono.* (349 = 960,1.)

A. I. p. p. بوية || ابو الحسين || مع = = = لة *Mu'ess-ed-daula* || *Abu'l-Husein* || (fil.) *Buweihi.*

A. II. *Deo!* || *Muh.* &c. || *cui benedicat* &c. || *El-Muti'-lillah.* || *Rukn-ed-daula* || *Abu-Aly* || (filius) *Buweihi.*

(*e*) Abulf. Annal. l. c.

(*f*) Non dubito, quin in annotando hoc numo non ea Chalifæ, quod hîc adesse debuit, male neglexerim.

(*g*) Marginis Parvis poster. inscriptionem æri incidi opus non est visum.

'ASZOD-ED-DAULA FANNA-CHOSRU (*h*).

5 t.

ex Mus. Nejelowiano.

N. rarissimus, notabilis, ad insolitam typi faciem compositus. Arearum enim Marginumque inscriptiones non circulo sed figurâ sexagonâ circumclusæ.

In A. I. non restant, nisi = = || = = = = || = = وحد || = = لا اله ا reliquis detritis.

M. ضرب هذا الدرهم بشيراز سنة = = واربعين وثلثماية = = = = = = *Cusus est hic Dirhem in Schiras anno trecentesimo quadragesimo* = =

Extra hunc M. supersunt reliquiæ versiculi: لله الامر &c.

A. II. || لله || محمد رسول الله || صلى الله عليه | ال = = ع لله | عضد = = دولة *Deo!* || *Muh. ap. D. est,* || *cui Deus benedicat!* || *el-Muti'-lillah.* || *Afzod-ed-daula* || *Abu-Schadscha'.*

M. محمد رسول الله ارسله &c. plerisque oblitteratis.

Extra M. restant: (ودولة) = = واقبال ود = = (الظفر ?) = = = victoria *et prosperitas et fortuna* —

Incommode accidit, ut quæ in inf. A. I. fuerant, evanuerint. Haud dubie autem nomina Rukn-ed-daulæ aderant. Nimirum 'Afzod-ed-daula, ejus filius, 'Emado patruo mortuo a. 338 in regnum Persidis, non tamen in Emiratum supremum successerat; hæc enim dignitas ab 'Emado ad Ruknum transiit, Mo'esso, ut antea 'Emadi, sic nunc Rukni in 'Irako vicibus fungente. Nec hac supremi Emiri dignitate potitus esse videtur, nisi post mortem Rukn-ed-daulæ a. 366, vel potius post cædem 'Ass-ed-daulæ filii Mu'ess-ed-daulæ a. 367. Atque sane eum, quum moreretur a. 372, Emira-

(*h*) seu *Fenna-Chosru*; sic cum duplici *n* pronuntiari et Ibn-Challekan (in vitâ 'Afzod-ed-daulæ), et Se'aleby et Amasy (ll. cc.) jubent hoc nomen, quod vulgo *Fana-Chosru* lectum est, cuique ill. Hammer in Motenebbyo suo p. 407 et sqq. corruptam prorsus lectionem *Kiachosrew* قياخسرو ex تربدة التوارع nescio quâ substituendam censuit.

tum in 'Irako 5 annos et 6 menses tenuisse testantur historiarum auctores. (*i*)

52.

ex Mus. Nejelow.

(v. Tab. XIX, 52.)

Rar. notab. بجرجان ٠٠ سبعين وثلثماية *in Dschordschan* anno *trecentesimo septuagesimo*. (a. H. 370 = Ch. 980,1.)

In supr. A. I. quod supra الله additum cernitur لا equidem non video, quid sibi velit. In eâd. inf. الطايع لله *Et-Tai'-lillah.*

A. II. p. p. ابو شجاع || وتاج الملة || عضد الدولة *Afzod-ed-daula* || *we-Tadsch-el-Milla* || *Abu-Schadscha'*.

Monendum, chalcographum litteram ا ناج male cum sequente ع conjunxisse.

'Afzod-ed-daula, nullius alius Buweihidæ, cujus majorem potestatem agnosceret, nomine addito, ipse jam ad supremum Emiratum evectus suâ ipsius auctoritate et assumto altero titulo *Tadsch-el-Milla* s. *Tiara Religionis* (cujus et apud Ibn-Challekanum mentio fit) hunc numum cudit. Redi ad N. 51.

(*i*) Liceat mihi hîc locum aliquem Ibn-el-'Amidi (Elmacini), quiad nostri Buweihidæ res spectat, sed in vitio cubat (quod cel. Umbreit in Com. de Hist. Emirorum-al Omra p. 71. non animadvertit) breviter emendare. Exstat p. 236, legendus et intelligendus hunc in modum: *Præcepit Chalifa Tai'-lillah, ut Baghdadi pro 'Afzod-ed-daula, quâ Rege* (للملك), *fausta vota fierent in Chutbâ* (s. Concione sacrâ) *die Veneris, statim subjiciendo* (التالية) *Chutbæ ei, quæ pro ipso Chalifâ T. lillah habebatur.* Sic etiam Reiskium legisse, ex ejus notâ ad Guthrie u. Gray Allg. Weltgesch. Bd. VI, Th. II, p. 9 patet. Nec minus Ibn-Challekan emendationi nostræ fidem affert, in vitâ 'Afzod-ed-daulæ hac de re ita referens: هو اول من خطب له على المنابر ببغداد بعد الخليفة

EMIRUS SIJARIDES, (*k*)

KABUS.

53.

ex Mus. Nejelowiano.

(v Tab. XIX, 53)

Notab. cusus, ut videtur, سنة ثمان ستين ثلثماية *anno trecentesimo sexagesimo octavo.* (368 = 978, 9.) Copulæ numeralibus interjiciendæ omissæ. Nomen loci, ut in imagine ære expressà, sic in ipso numo, obscurum ita, ut vix solveris. Litterarum ejus ductus male coaluere. In Dschordschan forte cusus est.

A. I. p. p. قابوس بن وشمكير *Kabus filius Waschmekiri*, in numo ipso distinctius quam in imagine ære expressà.

Marginis exterioris epigraphe solemnia illa لله الامر &c. continens ut a chalcographo addatur, non est visum necesse.

A. II. || محمد رسول الله || المطيع لله || عضد الدولة || وتاج الله لله || ابو شجاع *Deo!* || *Muh. ap. D. est.* || *Et-Tai'-lillah.* || *Afzod-ed-daula* || *we-Tadsch-el-milla* || *Abu-Schadscha'.*

Hanc etiam Aream qui ambit orbis, notissima illa Koranica continens, inanis relictus in Tabulâ est.

VI.

EMIRUS MERWANIDES,

MUMEHHID-ED-DAULA.

54.

ex Mus. Univers. Imp. Dorpatensis. (*l*)

(v. Tab. XX, 54)

Rariśsim. notabilissim. cus. = = = = وبس · اثنين سنة فارقين = = in Mia*farekein anno* trecentesimo *non*agesimo *secundo.* (a. 392 = Ch. 1001, 2.)

(*k*) vel *Sijadides.* cf Nov. Symb p. 22 sq.

(*l*) Etiam hujus numi Museo Asiat. Petrop. jam accessit exemplum.

A I. p. p. ابو منصور || ممهد الدولة || الغالب بالله *El-Ghalib-billah* (s. Dei ope Prævalens) || *Mumehhid-ed-daula* (s. Complanator regni) || *Abu-Manfur.*

A. II. الملك || القادر بالله || صلى الله عليه واله || محمد رسول الله || لله *Deo!* || *Muh. ap. Dei est;* || *Deus benedicat ei gentique ejus!* || *El-Kadir-billah.* || *El-Melik* (s. Rex) *Beha-ed-daula* || *Kotb-el-milla.*

Marginis inscriptio plane periit.

Numus hic cusus ab illo Merwanide est, qui post Abu-'Aly Ben-Merwan, fratris, cædem, Miafarekeino aliisque urbibus, quæ antea sub fratris ditione fuerant, potitus, brevi post tempore a. 402 occisus est. (*m*) Prænomine *Abu-Manfur* et titulo superbo *el-Ghalib-billah* cum gavisum esse, ut numus noster docet, historiarum auctores, quos memoravi, ignorasse videntur. Dolendum, eundem non et proprium ejus nomen, quum idem etiam auctores illos fugerit, nobis indicare. Verum nec hoc levis momenti est, quod Emiros Merwanidas supremum Buweihidarum auctoritatem agnovisse (nam qui in A. II. post Chalifam nobis se offert Beha-ed-daula &c. Buweihides est mortuus a. 403) ex hoc numo intelligimus; nec id nullius momenti est, quod pro suetâ Mu'hammedi fausta precandi formulâ صلى الله عليه واله hìc legitur صلى الله عليه وسلم (*n*)

(*m*) Abulf. Annal. II, 570. Abulfar. Hist. Dyn. p. 323. Emir Mu'tafa p. 332.

(*n*) Quod hìc non solius Mu'hammedis, sed etiam *gentis ejus* memoria piâ laude fertur, in eo Schi'itismi indicium inesse videri possit, quatenus ال النبى passim de progenie Mu'hammediis per ipsius generum 'Aly adhibetur. In hac sententiâ positum habes in loco Institut. Timuri, quem adductum vide sis in Beiträge p. 57. Eodem sensu legimus apud Elmacin. p. 132 Ibn-Tabatabam Aliden invitasse homines الى الرضا من ال محمد; sic apud Abulf. in Annal. II, 112 'Alyum filium Musæ Imamum VIII. a Mamuno titulo الرضا من ال محمد auctum esse; sic Laila Ben-No'man, dux ille bellicus 'Alidarum, præ-

VII.

P A G R A T I S,

T A M A R A.

55.

ex Mus. Pflugiano.
(v. Tab. XXI, *55.*)

N. æneus, bilinguis, rarus, notabilis.

A. I. (quæ supra ad dextram typo minoris moduli denuo signata est) ... لعظم (vel لعطمة ..) ‖ ... دنيا والدين ‖ تامار ابنة كيوركى ‖ ظهير المسيح ‖ .. الله انصاره Rex *summe honorandus* (vel Regina *s. honoranda*) ‖ Dschelal - ed - *dunja w'ed - din* (seu gloria mundi et religionis) ‖ *Tamar filia Giorgii* ‖ *Adjutrix Messiæ,* ‖ *Deus victorias ejus* nobilitet!

Quæ in orbe, qui Aream ambit, fuere, ea partim truncata sunt, partim confusiora. Inter alia autem ibi deprehendere mihi videor fausta precandi formulam hanc ضاعف الله اجلاله *Deus duplicet* (o) *majestatem ejus.*

---

dicatus est المنتصر لآل رسول الله, v. Numus in Prolus. p. 45 sqq.; sic Lubb-Tarich (Büsch. Mag. XVII, 162) 'Alyum Muaijedum, ultimum principum Serbedariorum, qui Schi'itæ fuere, *familiæ propheticæ* observantissimum fuisse paratumque semper habuisse equum Mehdy illi Imamorum postremo excipiundo refert. Quid? quod huic sententiæ favere etiam videri possint cippi Kufici haud ita pridem ex Aegypto Romam advecti, quorum inscriptiones accuratà arte descriptas vidi apud cel. Lanci, quo tempore hîc per aliquot menses commorabatur. Nimirum quum eorum unus, anni 239 ideoque dynastià Fatimidarum prior, fausta Mu'hammedi precandi formulam صلى الله عليه وسلم legendam exhibeat, reliqui per sæcula 5tum et 6tum sculpti omnes loco ejus vel صلى الله عليه واله vel اللهم صل على محمد النبى واله habent. Cf. etiam Cipp. Kuf. anni H. 454. a cel. Lanci editum et illustratum in Lettera sul Cuf. sepolcrale monumento ec. (Roma 1819). Neque tamen illam sententiam sub voce ال in hoc numo Merwanidico subjiciendam esse puto.

(o) pro *augeat* cf. Inscript. Diarbekrens. in Niebuhrii Reisebeschr. II, 403. et Abulf. Annal. T. V. passim.

In Part. aversæ Margine inscriptionis Georgianæ reliquiæ sunt, quas hujus linguæ periti expediant. Quæ eidem Parti ad dextram impressa nota cernitur, littera Georg. *D* est, qualem jubente *Davide* Rege deinceps additam censet ill. Castiglioni in Monete Cuf. p. 347.

Tamar, filia Georgii III, regina (*p*) Georgiæ potentissima & clarissima, tum quo anno patri in regno successerit, tum quo diem supremum obierit, non satis constat. Auspicia regni ejus alii ad a. Ch. 1171, alii ad 1184 referunt, extremum autem vitæ ejus annum 1193 esse Historia Georgiana vult, cel. St. Martino autem potius a. 1206 vel 1207 fuisse videtur. v. ejus Mémoires sur l'Arménie I, 381 sq. II, 247 sq. Adi etiam Com. meam de titulis Chanorum Ordæ aureæ p. 21 sq.

VIII.

SULTANUS AWGHANICUS,

MUBAREK - SCHAH.

56.

ex Museo Nejelowiano Kasani.
(v. Tab. XXI, 56.)

N. aureus, quadratus, rarissimus, notabilissimus.

A. I.	الامامُ الاعظمْ	*Imamus supremus*,
	خليفة ربّ العالمين	*Chalifa Domini mundorum*,
	قطب الدنيا والدين	*Kotb-ed-dunja w'ed-din*,
	ابو المظفر مُباركشاه	*Abu'l-Muszaffer Mubarek-Schah*,
A. II.	السُّلطان ابن	*Sultanus, filius*
	السلطان الواثق	*Sultani el-Wasik-*
	بالله امير المومنين	*billah Emiri Fidelium.*

(*p*) Rex, *Mepe* prædicabatur. Num inde انصاره pro انصارها ?

Inscriptio marginalis in P. aversâ plane non fuisse addita videtur. Quæ in P. adversâ cernitur, præcisa est ita, ut litterarum fere omnium apices superiores pericrint. Quæ supra sunt, lego: ضرب هذه السكة *Cusa est hæc moneta* (*q*), quæ infra et ad dextram: سنة عشر | ين وسبعماية — *anno septingentesimo vicesimo* (a. H. 720 = 1320 Ch.). At quæ ad sinistram et ibidem in angulo inferiori fuere, ea non expedio. Dixerim in illis quidem latere بقلعة مكران *in arce Mokran*, vel etiam — بقلعة مكز *in arce Mekes* (quæ, teste Jakuto, præcipua urbs Mokrani et sedes regia fuit). Sed an Sultani, cujus hunc numum esse demonstrabimus, ditioni Mokran, hodie Beludschistan dicta, subjecta fuerit, valde dubito. Nonnunquam igitur animum subibat cogitatio, fieri posse, ut illa legenda sint بشعبان مكرم *mense Schabano maxime colendo*. Mensium quidem notatio in numis neutiquam insolita, (*r*) nec menses ejusmodi epitheto augendi mos apud Muhammedanos infre-

---

(*q*) سكّة *sikka* 1) (clavus) 2) *typus monetalis*, 3) *omnis typo signata pecunia, moneta*. v. Makrisy de pond. et mens. ed. Tychs. p. 38. Cum hoc vocabulo vide annon comparandum sit Syrorum סינקא *sinka* apud Castell. in Lex. Syr. ed. Mich. p. 609. et Assemani Act. Mart. OO. T. I, p. 114. 117. coll. قبة et كنبل, שבח et شنبه similibusque exemplis in ven. Gesenii Lehrgeb. p. 134 et ven. Hartmanni Linguist. Einl. p. 343 allatis. Tychsenium quidem pie defunctum de hoc vocabulo passim percontatum esse video ex ejus Vitâ auct. Hartmanno T. II, P. 2, p. 319 et Merkwürdige Beilagen p. 281. — Datâ hac occasione non possum non uti ad tollendum, quod Castelli Lex. heptagl. obsidet, turpe mendum. Legitur ibi sub hoc vocabulo: „دور سكك *rotundi numi*. v. Geogr. Nub. p. 15, l. 8.“ Numos rotundos arabice dixeris دراهم مدورة At دور السكك (sic enim Edrisy) eædem sunt atque دور الضرب i. e. *Officinæ monetariæ*. Maronitæ non verterant. Non versum ipse interpretari conatus est Castellus, sed, ut passim, ita hîc misere lapsus.

(*r*) Habes exempla in Beiträg. p. 52. et Recens. Numor. Mu'h. Mus. Asiat. p 221 et al.

quens est, (*s*) nec denique مكرم articulo destitutus te offenderit in numo illius ævi populique. Hanc tamen et ipsam rationem vix a me impetro ut admittam. Ill. Tychsenius, qui editâ de numis Indicis commentatione semet operam eximiam historiæ Indicæ dedisse testatus est, opto, ut hanc difficultatem removeat. Imago hujus numi ad veritatem expressa est lapide. Quod denique τῳ سنة proxime antecedit, utpote vehementer truncatum, me præterit. Erat, ubi conjicerem in eo latere من شهور vel فى شهور vel من الهجرة Sed jam ad epigraphes in utraque Areâ obvias examinandas accingamur.

Kotb-ed-dinum Mubarek-Schahum esse Sultanum illum Awghanicum seu Patanicum, qui ab. a. H. 717 (= Ch. 1317) regno Delhiensi præfuit usque dum a. 721 (= 1321) occideretur, annus numi probat. ابو المظفر *Abu'l-Muszaffer*, quod propriâ vi suâ significat *patrem el-Muszafferi* s. Victoriosi, non verum prænomen ob filium, qui el-Muszaffer dictus sit, assumtum, sed sensu metaphorico, ad instar vulgatissimi illius *Abu'l-Ghasi*, adhibitum, et pro mero titulo honorifico Sultanis hujus dynastiæ solemni habendum esse censeo; nam tum nostri patrem Muhammed-Schahum, tum Tughlyk-Schahum, ejusdem successorem, eodem titulo usos esse videmus. (*t*) Qui ab alterâ Parte adjectus cernitur, titulus *Sultanus filius Sultani* seu Sultanus Sultano prognatus satis superque notus est ex numis seriorum 'Osmanidum, qui præ aliis eo delectantur. Respondet fere τῳ πορφυρογεννητῳ Imperatorum Byzantinorum. (*u*) Atque Mubarek-Schah sane regio sanguine ortus erat, utpote filius tertius τῳ 'Ala-ed-din Iskender sani. (*v*)

Hi omnes tituli non habent, in quo offendat, quisquis reputaverit, quam proni Orientales sint in ejusmodi ornamentorum inanium

---

(*s*) v. me in Mémoires de l'Acad. I. des Scienc. T. VIII, p. 502.

(*t*) v. Recensio Numorum p. 176 sq.

(*u*) Reisk. ad Constant. Porph de Cærim. aulæ Byz. p. 80.

(*v*) Adi The History of Indostan by Ferishta, transl. by Dow. I, 297 sqq. Ayeen Akbery. II, 95. 103.

congeriem sibi assumendam. Sed enim vero admiratio animum incessit oportet, quod tum idem Sultanus *Imami* & *Chalifæ* titulo auctus, tum pater ejus *el-Wasik-billah*, nomine Chalifico, et *Emir el-Mumenin* s. Emirus Fidelium dictus conspicitur. Exstincto quidem (a. H. 923 = 1517) per Selim I. 'Osmaniden Chalifatu sub Mamlukorum auctoritate in Aegypto misere existente, tum Sultanos Turciæ, tum Scherifos Mauritaniæ, tum Schahos Persiæ, tum Chanos Buchariæ, singulos sibi vindicasse Chalifatum et, ei qui debentur, titulos affectasse, non est, quod mireris. Verum sæculo XIV. in Aegypto adhuc stabat, licet inani specie, Chalifatus 'Abbasidicus; atque ut nonnullorum Sultanorum Awghanensium numi docent, eos principes debitam Chalifis reverentiam exhibuisse, ut quorum alius ناصر امير المومنين, alius امين امير المومنين se prædicabant. Quid? quod a Sultano hujus dynastiæ, Muhammede Ben-Tughlyk, nomen Chalifæ Aegyptii el-Mustekfi-billah, suo ipsius plane suppresso, in numos receptum esse videmus. (z) Huic quidem simile consilium quominus locum habuisse in hoc numo existimes, inscriptionis obstat dispositio; quis enim opinaretur, disjecta ejus membra digerenda esse ita, ut verba الامام usque ad العالمين ad الواثق &c. referantur, الواثق autem &c. cum السلطان altero non sint jungenda? Quin imo, vel hac epigraphes compositione admissa, Wasik-billah idem esse cum Chalifa hujus nominis eo, qui inter seriores illos Chalifas 'Abbasidas Aegyptiacos exstitit, neutiquam censeri potest, nam hunc viginti demum annis post Mubarik-Schahum ad Chalifatum admotum fuisse constat. — Nihilominus non video, quæ alia difficultatem illam expediendi via suppetet, nisi ut conjicias tam 'Ala-ed-dinum Muhammed-Schahum, quam ejus filium Kotb-ed-dinum Mubarek-Schahum re verâ eo processisse insolentiæ, ut, stante adhuc in Aegypto Chalifatu 'Abbasidico, eam supremam in sacris dignitatem sibi asserere sustinerent. Neque id, quod ad priorem attinet, valde difficile ad fidem videbitur legenti, quæ Ferishta (a) de eo

(z) v. Recens. Numor. p. 177. sqq. cll. Das Muhammed. Münzkabinet p. 44 sq.

(a) l. c. I, p. 263.

memoriæ prodidit: „In the third year of the reign of Alla, when prosperity shone upon his arms, he began to form some extraordinary projects. One of these was the formation of a new system of religion, that, like Mahommed, he might be held in veneration by posterity. — His other design was equally romantic. He proposed to leave a viceroy in Hindostan, and, like the great Secunder, to undertake the conquest of the world. In consequence of this project, he assumed the title of Aescunder Sani, which was struck upon the currency of the empire.“ Numquid mirandum, si qui alterum Alexandrum se jactabat, (*b*) idem et summi Muhammedanorum antistitis dignitatem in se transferre, seque nomine pio Chalifico *Wasik-billah* et titulo *Emir-el-Mumenin* prædicare non est veritus? Quidni principem, ut erat immodicæ ambitionis, licet a novandi res sacras consilio abduci se passus sit (v. Ferischta l. c. p. 265.), deinceps ad eandem insaniam rediisse, probabile videatur legenti, quæ idem auctor p. 290 narrat. Quod autem ad filium attinet, qui numum hunc cudi jussit, et quem dissolutum et effrenatum nullâ in re modum tenuisse eadem Historia (I, 299) docet, num a probabilitate alienum videatur, eum patris vestigiis ingressum ad similem insaniam & arrogantiam abreptum esse, quâ se *Imamum supremum* et *Vicarium Dei* prædicaret? — Si quid novisti rectius istis, candidus imperti.

Hæc autem qualiacunque delibasse sufficiet interpretatione horum numorum, in quibus haud pauci, qui ampliore commentatione, ut egent, ita dignissimi sunt.

(*b*) Testem rei numum etiam habemus, quem v. Recens. Num p 176.

NUMI KUFICI,

qui hisce duabus Commentationibus recensiti sunt, uno in conspectu positi.

Numeri nota Romana Commentationem, Arabica Numum indicat.

A) Chalifæ Umaijadæ Orientales,

'Abd-ul-Melik

Dimeschk, a H. 80. II, 1.
Beremkobad (?), a. eod. II, 2
Basra, a. 81. II, 3.
Dschey, a. eod. II, 4.
Dimeschk, a. 83. II, 5.

'Abd-ul-Melik, aut *Walid* I.

Wasit, a. 86. I, 1.

Walid I.

Dschondei-Sabur, a. 91. II, 6.
Sabur, a. 92. II, 7.

Walid I. aut *Suleiman*

a. 96. II, 8.

Suleiman

Wasit, a. 97. II, 9.

Jesid II.

Wasit, a. 103. I, 2.

Heschem

Wasit, a. 107. I, 3.
a. 120. II, 10.
Wasit, a. 122. I, 4.

B) Chalifa Umaijadicus Occidentalis,

'Hakem II.

Sehra ⁂ I, 5.

C) Chalifæ 'Abbasidæ,

'Abd-ullah

Kufa, a. 135. II, 11.

Mansur

Basra, a. 140. II, 12.
a. 147. II, 13.
'Abbasia, a. 157. II, 14.

Mehdy, heres Chalif. design.

Arminia, a. 159. II, 15.

Idem, Chalifa

Basra, a. 164 (?) II, 16.
a. 165. I, 6.
'Abbasia, a. 167. I, 7.
a. 168. I, 8.
'Abbasia, a. 169 (?) I, 9.

Hadi, aut *Harun Raschid*

'Abbasia, a. 170. II, 17.

Harun Raschid

Mu'hammedia, a. 170. II, 18.
'Abbasia, a. 171. II, 19.
Mu'hammedia, a. 175. I, 10.
Serendsch, a. 185. I, 11.
Tabristan, a. 191. I, 12.
Abreschehr, a. 193. II, 20.
Samarkand, a. eod. I, 13.
Medinet-es-salam, a. 193 (?) I, 14.

Amin, her. Chalif. design.

Medinet-es-salam, a. 181. I, 15.
ibid. a. 184. II, 21.
Arminia, a. 189. II, 22.

Idem, Chalifa

Medinet es-salam, a. 194. I, 16.
ibid. eod. anno. I, 17.

Maman, heres Chalif. design.

Balch, a. 194. I, 18.

Idem, Chalifa

Arran, a. 196. I, 19.
Medinet-es-salam, a. 198. II, 23.
a. 204. II, 25.
Medinet-es-salam, a. 216. I, 20.

'Aly Rifza, her. Chalif. design.

Mu'hammedia, a. 203 II, 24.

Mutewekkil

Medinet-es-salam, a. 233. II, 26.
Fars, a. 244. II, 27.

Mu'tess

Samarkand, a. 253. I, 21.

Mu'tafzid

Medinet-es-salam, a. 282. I, 22.
ib. a. 289. II, 28.

Muktedir

Medinet-es-salam, a. 300. I, 23.
ib. a. 305. I, 24.
Maufil, a. 312 (?) I, 25.
Serrmanra', a. 314. I, 26.
Wasit, eod. anno. I, 27.
Basra, eod. a. II, 29.
Medinet-es-salam, a. 317. I, 28.
Kufa, a. 318. I, 29.

Kahir

Medinet-es-salam, a. 321. I, 31.
Serrmanra', a. eod. II, 30.

Razi

Medinet-es-salam, a. 323. I, 32.
Basra, a. 324. I, 33.
Medinet-es-salam, a. 325. I, 34.

Mutteki

Medinet-es-salam, a. 329. I, 36.
Basra (?) a. 332. I, 37.

D) Chalifa Alidicus Edrisidarum auctor,

Edris

⁂ a. 174. I, 40.

E) Chalifa Fatimidicus

Mustanfir

Miſr, a. 439. I, 41.

F) Emirus Tahiridicus

Talha

Samarkand, a. 208. II, 31.

G) Emiri Samanidæ,

Isma'il I.

Schasch, a. 284. I, 42.
ib. a. 286. I, 43.
ib. a. 290. I, 44
ib. a. 291. I, 45
Samarkand, a. eod. I, 46

Ahmed

ſ ſ ſ a. 295 (?) I, 47
Samarkand, a. 296. I, 48
Schasch, a. 298 (?) I, 49.
Samarkand, a. 299. I, 50.
Enderabe, a. eod. I, 51.
Samarkand, a. 300. I, 52

Nasr II.

Schasch, a. 302. I, 53.
Samarkand, a. 305. I, 54.
Balch, a. 306. I, 55.
Samarkand, a. 312. I, 56.
Badachschan, a. 313. II, 32
Schasch, a. 315 I, 57.
Mu'hammedia, a. eod. I, 58
Schasch, a. 316. I, 59
ib. a. 317 I, 60.
Schasch, a. 320 (?) I, 63.
ib. a. 321 (?) I, 64.
ib. a. 322. II, 33.
Samarkand, a. 324. I, 65.
Schasch, a. eod. I, 66.
Samarkand, a. 325. I, 67.
Schasch, a. eod. I, 68.
Samarkand, a. 326. I, 69.
ib. eod a. II, 34.
ib. a. 328. I. 70.
Nisabur, a. eod. II, 35.
Samarkand, a. 329. I, 71.
Schasch, a. eod. I, 72.
Enderabe (?) a. 3ſſ I, 75.
Enderabe, a. 330. I, 76.
Nisabur, a. eod. II, 36.
Samarkand, a. eod. I, 77.
Schasch, a. 331. I, 78.

Nuh I.

Samarkand, a. 332. I, 85.
ib. a. 333. I, 86
ib. a. 334 I, 88.
Schasch, a. eod. I, 89.
ib. a. 335. I, 90.
Bochara, a. eod. I, 91.
Samarkand, a. 336. I, 92.
ib. a. 337. I, 93.
ib a. 338. I, 94.
Bochara, a. eod. I, 95.
ib. a. 339. II, 37.
Schasch, a. 33ſ I, 97.
ib a. 340. I, 98
Samarkand, a. eod. I, 99.
ib. a. 343. I, 100.

'Abd-ul-Melik I.

Samarkand, a. 345. II, 38.
ib. a. 348. I, 107.
ib. a. 349. I, 108.
Schasch, a. eod. II, 39.
Balch, a. eod. II, 40.
Samarkand, a. 350 (?) I, 109.

Manfur I.

Bochara, a. 351. II, 41.
Samarkand, a. 354. II, 42.
Schasch, a. 358. I, 110.
Samarkand, a. 359. II, 45.
Bochara, a. 361 (364)? II, 43.
Enderabe, a. 365 (365)? II, 44.

H) Emir. 'Hamdanid.

Seif-ed-daula

ſ ſ ſ ſ ſ I, 113.

ſ ſ ſ a. 329. I, 114.

I) Emirus 'Okeilides

'Husam-ed-daula

Maufil, a. 387. I, 115.

K) Emiri Buweihidæ,

'Emad-ed-daula

Arradschan, a. 333. I, 117.
Schiras, a. 337. II, 46.

Mu'ess-ed-daula

ſ ſ ſ a. 334. II, 47.
Medinet-es-salam, a. 335. II, 48.
ib. a. 336. I, 118.
Basra, a. 341. II, 49.
ſ ſ ſ a. 349. II, 50.
Idadsch, a. 34ſ I, 119.

'Afzod-ed-daula

Schiras, a. 34ſ II, 51.
Dschordschan, a. 370. II, 52.

L) Emirus Sijarides

Kabus

ſ ſ ſ a. 368 (?) II, 53.

M) Emirus Merwanides

Mumehhid-ed-daula

Miafarekein, a. 392. II, 54.

N) Regina Pagratis

Tamar

ſ ſ ſ II, 55.

O) Sultanus Awghanicus

Mubarck-Schah

ſ ſ ſ a. 720. II, 56.

DU CHATEAU ROYAL DU BOSPHORE ET DE LA VILLE DE GARGAZA DANS LA CHERSONÈSE TAURIQUE

PAR

H. KOEHLER

Présenté à la Conférence le 3. Déc. 1823.

Diodore de Sicile, en racontant la guerre que les fils de Pærisade, roi du Bosphore, firent entre eux après la mort de leur père, fait mention du château royal et de la ville de Gargaza (1). Sans cet auteur nous ignorerions entièrement que ces deux endroits ont existé dans la Chersonèse. Tant de difficultés se présentoient pour retrouver la place où ils étoient situés, qu'aucun géographe n'en a même tenté la recherche. Pour s'en occuper avec succès il étoit nécessaire d'avoir une connoissance assez détaillée de ce pays tel qu'il est de nos jours, afin d'accorder avec son etat actuel les notions que les anciens nous en ont laissées.

La manière la plus sûre et la plus commode de mettre le lecteur à même de se former une idée juste des questions à traiter, et des recherches qui serviront à les éclaircir, est de mettre sous ses yeux le texte de Diodore. Le voici d'après la traduction de l'abbé Terrasson (*), que j'ai cru devoir corriger en plusieurs endroits.

„ Après la mort de Pærisades, roi du Bosphore Cimmérien, ses fils, Satyrus, Eumélus, et Prytanis, se firent la guerre pour la succession au trône. Satyrus, l'aîné des trois, avoit été

nommé par son père, qui avoit régné trente-huit ans. Mais Eumélus ayant fait alliance avec quelques barbares du voisinage (2), et rassemblé des forces considérables, lui disputoit la succession. Satyrus instruit de cette entreprise marcha contre lui à la tête d'une forte armée, et après avoir traversé le fleuve Thapsis, il fit à son camp un rempart de tous les chariots qui avoient servi à apporter les provisions immenses dont il s'étoit fourni: se mettant en ordre de bataille, il occupa lui-même le centre, suivant l'usage établi parmi les Scythes. Il étoit suivi d'environ deux mille soudoyés Grecs et d'autant de Thraces. Le reste de ses troupes consistoit en d'autres Scythes ses alliés, qui passoient le nombre de vingt mille hommes de pied et de dix mille hommes de cheval. Eumélus avoit dans son parti Ariopharnes, roi des Thraces (3), accompagné de vingt mille cavaliers, et de vingt deux mille hommes d'infanterie."

„Le combat ayant commencé avec beaucoup de vigueur, Satyrus accompagné de l'élite de ses guerriers, conduisit une attaque de cavallerie contre Ariopharnes placé dans le centre de l'armée ennemie. Après une grande perte de part et d'autre, il fit reculer enfin le roi des Barbares: mais s'appercevant en même tems que son frère Eumélus avoit l'avantage dans l'aîle droite, et que de son côté les soudoyés perdoient continuellement du terrein, il se désista de sa poursuite pour venir à l'appui des siens, et rétablissant une seconde fois le combat, il mit en fuite les ennemis, et prouva que son courage le rendoit aussi digne que son droit d'aînesse de succéder au trône de son père."

„Ariopharnes et Eumélus vaincus se retirèrent dans (une forteresse nommée) la résidence royale, située sur le fleuve Thapsis qui l'entouroit et qui étant suffisamment profond, en rendoit l'abord très-difficile. Ce fort étoit défendu par de hauts précipices et entouré encore d'une épaisse forêt, qui ne laissoit d'accès à

la ville que par deux routes faites de main d'homme. L'une conduisoit au fort même, defendu par de hautes tours et des fortifications : la seconde étoit pratiquée de l'autre côté dans un marais et gardée par des fortifications en bois ; des habitations y étoient construites sur pilotis. Ce lieu étant de tous les côtés si bien fortifié, Satyrus commença d'abord à en ravager les environs, et à brûler les villages, qui lui fournirent un grand nombre d'esclaves, et un butin considérable. Mais ayant voulu forcer l'entrée du côté des tours et fortifications, il perdit beaucoup de monde et se retira. Forçant alors l'entrée du côté du marais, il devint maître des forts bâtis en bois, et les ayant pillés, il traversa le fleuve, et commença à couper la forêt, opération nécessaire pour se faire un chemin jusqu'au château. Pendant qu'on poursuivoit ce travail avec ardeur, le roi Ariopharnes, se voyant menacé de la prise de la forteresse, combattit avec opiniatreté, puisque la victoire étoit la seule ressource de son salut. Il plaça aux deux côtés du chemin des tireurs d'arc, qui perçoient à coup de trait les coupeurs de bois, aux quels l'epaisseur de la forêt ôtoit tout moyen et de prévoir les flèches, et de se défendre. Les soldats de Satyrus persistèrent néanmoins encore trois jours entiers dans l'entreprise laborieuse d'abattre les arbres de la forêt pour se faire une route jusqu'à la muraille, au pied de la quelle ils parvinrent le quatrième jour. Mais accablés de traits sur un terrein étroit, ils ne s'en trouvèrent que plus mal. Méniscus commandoit les soudoyés, homme distingué autant par son jugement et ses connoissances, que par son courage : arrivé par bien des efforts au pied du mur, et combattant à la tête des siens avec la plus grande bravoure, il fut repoussé par une sortie d'un plus grand nombre des assiégés. Satyrus le voyant dans ce danger, courut à son secours; et après avoir soutenu quelque tems tout le poids de cette attaque, il fut blessé au bras d'un coup de lance : de sorte que l'excès de la douleur l'obligea de se retirer dans son camp. Il mourut dans la nuit, n'ayant régne que neuf mois depuis la mort de son père Pœrisades. Méniscus

leva alors le siège et ramena ses troupes dans la ville de Gargaza, transféra de là à Panticapæum, en deça du fleuve, le corps du roi qu'il remit à Prytanis, frère du défunt. Prytanis fit faire des funérailles magnifiques, et apres avoir déposé le corps de Satyrus dans le mausolée royal, il se rendit promtement à Gargaza, prit le commandement des troupes, et se mit en possession du pouvoir suprême. "

„Eumélus essaya de négocier avec son frère Prytanis pour qu'il lui cédât une partie du royaume; mais celui-ci n'y fit aucune attention, laissa une garnison dans Gargaza, et revint à Panticapæum, dans l'intention de s'affermir sur le trône. Au même tems Eumélus, soutenu par les Barbares, s'étoit emparé de Gargaza, et de plusieurs autres villes et bourgades. Il vainquit Prytanis, qui étoit venu à la tête de son armée pour s'opposer à lui, et l'ayant enfermé dans l'isthme de la mer Mæotide, il l'obligea d'accepter un traité par lequel celui-ci lui cédoit ses guerriers, et abandonnoit toutes ses prétentions au trône. Prytanis cependant étant venu à Panticapæum, ville qui de tout tems étoit la résidence des rois du Bosphore, entreprit encore une fois de s'emparer du trône, mais ayant été défait et s'étant réfugié à Cépi, (une des villes du Bosphore asiatique) il y fut tué."

On voit que dans cet exposé rapide de Diodore de Sicile le château royal du Bosphore et la ville de Gargaza sont plusieurs fois mentionnés. L'auteur nous donne même une description assez détaillée du château royal. Il n'en est pas de même de Gargaza dont il ne parle qu'en passant; mais il nous donne néanmoins quelques indications qui peuvent nous faire conjecturer où se trouvoit cette ville.

Pour revenir au château royal du Bosphore, j'observerai d'abord que Diodore ne le nomme jamais autrement que *τὰ βασίλεια*,

quoique cet endroit eut sûrement encore un autre nom ; ensuite je remarquerai que ce fort étoit entouré de hauts précipices (4). Ces derniers mots que j'ai traduits littéralement doivent être interprétés dans le sens que comporte tout le récit de Diodore, c'est à dire que le château construit au sommet d'un roc élevé, étoit par sa position inaccessible de tous les côtés.

Une forêt impénétrable l'entouroit, et elle devoit être étendue, puisque Satyrus, pour se faire jour au travers, ayant fait abattre des arbres par ses soldats avec beaucoup de peines et de fatigues, pendant trois jours et probablement tout autant de nuits, ne put approcher de la muraille extérieure qui entouroit le rocher que le quatrième jour.

Cette muraille se trouvoit dans la plaine entre le rocher et la forêt, et à peu de distance du rocher; elle étoit sans doute garnie de fortifications et de tours. Sa destination étoit d'empêcher l'ennemi, s'il s'étoit frayé un chemin au travers de la forêt, d'escalader le rocher escarpé de la forteresse (5). Ce mur extérieur a dû être très-bien fortifié à l'entour de l'entrée principale de la forteresse, puisque Satyrus, ayant dans le commencement attaqué la place sur ce point, à la tête de ses troupes, fut repoussé quoiqu'elles combattissent avec la plus grande valeur, et ne put espérer de succès qu'en attaquant ce fort d'un autre côté.

La forêt étoit entourée du Thapsis, fleuve assez profond pour empêcher les incursions des ennemis. Si ce fleuve entouroit aussi la forêt du côté où se trouvoit l'entrée principale, qui conduisoit au haut du rocher, son pont pouvoit être enlevé lorsqu'on craignoit l'ennemi.

Il n'y avoit que deux avenues par lesquelles on pouvoit approcher de ce château fortifié, et une seule conduisoit au haut du

rocher. Le mur extérieur avec ses fortifications et ses tours défendoit aussi cette entrée, et y étoit plus nécessaire qu'ailleurs. Nous avons vu que Satyrus avoit fait une attaque infructueuse de ce côté, et qu'il s'étoit trouvé dans la nécessité de la recommencer du côté du marais.

L'ancien historien de qui Diodore a emprunté sa narration, n'ayant pas eu l'intention de nous donner une description détaillée du château royal du Bosphore, et n'en ayant parlé qu'autant qu'il le croyoit nécessaire pour l'intelligence de son récit, il s'en suit qu'il a laissé à l'intelligence du lecteur plusieurs détails à suppléer. Il est, par exemple, très-probable que du côté où se trouvoit le chemin qui conduisoit au haut de la forteresse et au château royal, la forêt étoit moins profonde et moins épaisse qu'en tout autre endroit de sa circonférence, et qu'un chemin d'une largeur moyenne y étoit ménagé pour conduire le roi et sa suite de la plaine au sommet de la plate-forme. Sans cela, Diodore nous auroit sûrement rapporté quelles peines et quels travaux Satyrus, lors de sa première attaque, avoit eu à supporter en faisant couper une forêt si épaisse pour ouvrir un chemin à ses troupes. Diodore n'auroit pas, dis-je, passé sous silence ces travaux pénibles, puisqu'il en parle en détail lorsqu'il traite de la seconde attaque que Satyrus fit au même château immédiatement après la première. Il résulte du récit de Diodore que, du côté de l'entrée, la défense que ne pouvoit procurer la profondeur et l'épaisseur de la forêt, étoit remplacée par des fortifications et des tours solidement construites.

Le point qu'attaqua ensuite Satyrus étoit naturellement fortifié par un marais avec lequel le Thapsis devoit communiquer. De ce côté, les fortifications et les tours étoient construites en bois et sur pilotis. Par derrière se trouvoient, suivant Diodore, les habitations pour la garnison et les ouvriers nécessaires, construites en bois et aussi sur pilotis. Satyrus, ayant fait avec succès l'assaut de ce

côté, devint maître du marais et de ses fortifications qu'il fit piller. Ce côté, défendu principalement par le marais, doit être regardé comme un fort particulier, ou un accessoire du château royal du Bosphore. On pouvoit être maître du fort sur les bords du marais, comme Satyrus l'étoit devenu, sans qu'il y eut quelque probabilité qu'on put se mettre en possession du fort principal. Cependant on ne peut pas douter, malgré le silence de Diodore, qu'il existât des moyens de communication entre ce fort et les guerriers qui défendoient, les uns le château, les autres la muraille fortifiée de la plaine, soit à travers la forêt, soit en passant le Thapsis. Nous savons que le château d'Orchomène, ville de l'Arcadie, se trouvoit en hiver entouré d'un marais (6). De même la forteresse de Tichos, sur le promontoire d'Araxus, étoit entourée d'un profond marais qui communiquoit avec la mer (7).

Avant que de chercher les endroits où le château royal du Bosphore et la ville de Gargaza ont été situés dans la Chersonèse Taurique, il faut préalablement fixer les limites du royaume du Bosphore d'Europe au tems de Pœrisade I. Ces limites nous indiqueront le terrain sur lequel ces deux endroits devoient se trouver. Les anciens géographes nous ont donné là-dessus des notions assez exactes et ils confirment ce que nous en disent quatre inscriptions découvertes dans les dernières vingt années. Ces monumens sont de la plus haute autorité, puisqu'ils datent du tems de Pœrisade I. (8) sous le règne de qui ils ont été exécutés. Le premier monument est l'inscription de la reine Comosarye, par laquelle elle a consacré aux plus grandes divinités du Bosphore, à Anerges et à Astara, sa statue et celle de son époux Pœrisade. Le second monument est l'inscription de Mestor, fils d'Hipposthénes. Le troisième est l'inscription de Xénoclide (9); elle est très-intéressante, parce qu'elle nous donne la certitude que tous ces monumens remontent au règne de Pœrisade I. fils de Leucon. L'inscription de Phanomaque (10), ou le quatrième monument,

ne nomme pas, comme les trois précédens, les peuples gouvernés par les rois du Bosphore, mais il indique les limites de ce royaume, ce qui revient au même.

Ces monumens nous apprennent qu'au tems de Pærisade I. le royaume du Bosphore ne s'étendoit à l'ouest que jusqu'à la ville de Théodosie qui en faisoit elle-même partie. Ces limites s'accordent parfaitement avec ce que nous en dit Strabon, qui observe (11) que le côté à l'ouest du port de Théodosie terminoit les possessions des rois du Bosphore, et que là commençoit le territoire des Taures (12). Cette même limite entre le Bosphore et les Taures doit être sous-entendue dans l'expression ΤΕΡΜ°ΝΕΣ ΑΚΡ°Ι ΤΑΥΡΩΝ, dont se sert l'inscription de Phanomaque. Les Taures habitoient toute la côte méridionale et montagneuse de la Chersonèse qui est baignée par le Pont-Euxin, jusqu'un peu au delà du port nommé *συμβόλων λιμὴν*, où commençoient, immédiatement après la chaîne des montagnes, les possessions de la ville de Chersonèse. D'après Strabon (13), ces possessions des Taures avoient une étendue de 1000 stades. Ce peuple étoit Scythe (14), s'occupoit de piraterie (15), et étoit fameux par sa cruauté envers les navigateurs qui faisoient naufrage sur ses côtes (16). On prétend qu'ils les offroient en sacrifice à une déesse de leur pays (17). Toute cette côte avoit été appelée du nom de ses habitans *la côte Taurique* (18). La largeur de ce pays des Taures ou Scythotaures étoit considérable. Car ils étoient maîtres de la plaine très-fertile de la péninsule (19) jusqu'à l'isthme qui en formoit l'entrée, et depuis l'isthme jusqu'à la baye Carcinite (20). Les Taures possédoient ainsi dans la péninsule, outre la côte méridionale, toute la plaine jusqu'au pays des Scythes Satargues à l'est, et à l'ouest jusqu'au bord de la mer noire (21). Tout ce pays étoit appelé dans l'antiquité *la petite Scythie*. L'inscription de Phanomaque donne au Bosphore, du côté de l'est, *les limites du Caucase* pour frontière; ce sont les montagnes des Tcherquesses.

Pline dit ([22]) que les possessions des Scythotaures touchoient à l'est le pays des Scythes Satargues. Ces Scythes étoient probablement établis depuis Sudag jusqu'au port de Théodosie, ville qui du tems de Pline, étoit ruinée et presque déserte ([23]). Nous apprenons de Mela ([24]) que les terres de ces Satargues s'étendoient le long des frontières du Bosphore jusqu'à la mer Mœotide, et de là vers l'ouest. Quant à l'opinion de Peyssonnel ([25]) sur les Scythes Satargues et sur l'étymologie de leur nom, je doute qu'elle soit fondée.

Puisque nous avons des notions si exactes sur l'étendue de l'ancien royaume du Bosphore, notions plus précises que celles qu nous sont parvenues de beaucoup d'autres états de l'antiquité, nous savons donc entre quelles limites nous devons chercher le château royal du Bosphore, et la ville de Gargaza. On n'a qu'à tirer une ligne droite, à partir du côté occidental du bord de Théodosie, jusqu'un peu à gauche de la langue de terre qui sépare le Sivach de la mer Mœotide, et on aura marqué la frontiere du Bosphore qui le sépare du reste de la péninsule. Un passage de Diodore dans sa narration citée ci-dessus, nous engage de donner à cette ligne de démarcation cette direction vers le nord. Cet auteur dit qu'Eumélus avoit enfermé Prytanis dans la langue de terre de la mer Mœotide ([26]) mentionnée ci-dessus; il s'ensuit donc qu'elle appartenoit au Bosphore, puisqu'Eumélus et son frère Prytanis ne pouvoient pas porter le théâtre de la guerre dans un pays étranger, sans s'exposer à des traitemens hostiles de la part des Taures. Cette ligne de démarcation est environ de 150 stades, ou à peu près de 30 verstes; et telle étoit l'étendue de cet état en Europe sous Pœrisade I. Dans la suite, ce royaume, fut considérablement aggrandi, comme nous le prouverons ci-après.

Un passage un peu obscur de Strabon cité dans la note ([27]), où il parle de l'isthme qui réunit la Chersonèse Taurique au continent, a donné lieu à beaucoup d'erreurs. Il faut observer que, dans

le commencement de ce passage, Strabon parle de la largeur de cet isthme, qu'il fixe à 40 stades, étendue qui s'accorde avec les $8\frac{1}{2}$ verstes qu'a réellement cette langue de terre. Mais le même auteur ajoute: „d'autres portent sa largeur à 360 stades," assertion qui ne donne aucun sens; car comment la largeur de cet isthme pourroit-elle être tantôt de 40 stades, tantôt de 360? Il n'y a pas de doute que Strabon, ou l'auteur qui lui a fourni ses renseignemens, a confondu la largeur de cet isthme avec la longueur de la langue de terre d'Arabat, qui sépare de la mer Mæotide le Sivach titué tout près de Pérécop. Ce qui achève de prouver que Strabon, dans l'endroit cité, parle de la langue d'Arabat, c'est le passage qui suit où il rapporte ([28]), d'après Hypsicrate, qu'Asandre avoit fortifié avec un mur l'isthme de la Chersonese qui est à côté de la Mæotide et qui étoit de 360 stades. Ce que Strabon nomme ici τὸν ἰσθμὸν τῆς χερρονήσου τὸν πρὸς τῇ Μαιώτιδι, ne peut être que la langue d'Arabat que l'on doit sous-entendre aussi dans le premier passage cité du même auteur. Sa longueur de 360 stades s'accorde à peu près avec l'étendue qu'on lui donne actuellement puisqu'elle n'est que de 38 verstes plus grande. Asandre avoit fait garnir ce mur de dix tours sur chaque stade. Ce mur étoit donc destiné à prévenir des invasions hostiles dans le territoire du Bosphore par un endroit qui, dans les tems modernes, a facilité plus d'une fois, faute de fortifications, la conquête de la Chersonèse ([29]).

Je suis fâché de voir qu'un savant géographe a confondu l'isthme qui réunit la Crimée au continent avec la langue de terre d'Arabat ([30]). On ne peut pas non plus approuver que le même savant donne au rempart fortifié d'Asandre, dont il a été question, une direction de l'ouest à l'est, depuis Guslewe jusqu'à l'embouchure du Salgyr, tandis que le véritable rempart, construit sur la langue d'Arabat est du sud au nord-ouest. Remarquons que ce rempart ne peut jamais avoir été placé ainsi que le croit M. Mannert,

puisque, comme je l'ai déjà observé, il étoit destiné à fortifier la langue d'Arabat. J'ajoute que la longueur du rempart d'Asandre, s'il avoit la direction que lui donne M. Mannert, auroit eu, au lieu des 360 stades que lui assigne Strabon, au moins 560 stades. Ce que l'auteur dit encore ([31]), d'après Constantin Porphyrogénète ([32]), d'un long fossé rempli d'eau de la mer, ne peut rien prouver pour le rempart d'Asandre. Ce fossé, qui n'est mentionné ni dans Strabon, ni dans Pline, ni dans aucun autre géographe ancien, et dont la direction est directement opposée à tout ce que Strabon a rapporté du rempart d'Asandre, ne peut avoir été fait avant le quatrième siècle de notre ère. On ne peut, par par conséquent, rien en conclure relativement à la direction du mur fortifié d'Asandre. On voit dans l'ancien territoire du Bosphore les débris d'un ancien rempart ou d'une muraille qui servoit de limite, et qui a été dessiné dans la carte du célèbre Pallas ([33]). On ignore en quel tems ce mur peut avoir été construit; mais si ces débris, qu'on trouve dans un endroit de l'isthme plus large que le pays entre Théodosie et Arabat, sont les restes d'une ancienne démarcation de cet état, son étendue a dû être d'environ 200 stades. C'est par erreur qu'on a voulu prendre ces débris pour des restes de la muraille d'Asandre, puisqu'alors il s'en suivroit que le territoire de cet état auroit été, sous le roi cité, réduit à la moitié de son ancienne étendue. Mais l'histoire dit le contraire; car après que les Scythes, possesseurs de la plaine de la Chersonèse-Taurique, eurent été vaincus et humiliés par Mithradate Eupator, les Romains ne trouvèrent point d'obstacle à soumettre aux rois du Bosphore toute la plaine de la Chersonèse ([34]): et ceux-ci devinrent ainsi maîtres de la plaine depuis le Bosphore jusqu'au rivage occidental de la péninsule.

Il faut ajouter encore qu'il n'y a pas de doute que les Romains changèrent, au moins en partie, l'état politique et les limites jusqu'alors subsistans de la côte méridionale de la Tauride et

de ses habitans, les Tauroscythes. C'est un fait qui résulte clairement des paroles de Strabon. Après avoir parlé du port de Théodosie, il ajoute ([35]): „*autrefois*, πρόλεγον, ce port a été la frontière des possessions du Bosphore et des Taures." Strabon est ici trop concis; mais nous ayant dit plus d'une fois que le territoire du Bosphore, très-petit auparavant, avoit été considérablement augmenté par les Romains, le mot πρόλεγον nous indique que, dans ce même tems, les frontières du Bosphore avoient été reculées du côté de la côte méridionale habitée par les Taures; mais on doit regretter que cet ancien géographe ne nous ait pas donné des notions plus précises sur cet objet. Tel étoit l'état de la Chersonese sous les premiers empereurs Romains.

Strabon parle d'un autre fossé creusé par les esclaves des Scythes, pour repousser leurs maîtres qui revenoient de leur expédition de Médie ([36]), laquelle avoit fini par leur être funeste. Mais ce fossé ne peut avoir laissé aucunes traces de son existence, puisqu'il n'avoit d'autre objet qu'un service momentané. Au reste, ce dernier rempart avoit la même direction du sud au nord que les débris du rempart que j'ai cités, et il nous prouve que les Scythes qui alloient soumettre leurs esclaves rébelles, occupoient la partie orientale de la Chersonèse, et étoient distincts des tribus de la même nation établies dans la partie occidentale. Au reste, de pareilles murailles qui devoient servir de lignes de démarcation, munies quelquefois de fossés et de fortifications, n'étoient pas rares en Grèce. Témoins, entr'autres, le mur qui coupoit l'isthme de la petite Chersonèse du reste de la Tauride; un autre qui, près de Taphræ, défendoit l'entrée de la Tauride, et les deux murs qui isoloient l'isthme de Corinthe, tant du côté du Péloponnèse, que de celui du continent ([37]); enfin la grande et longue muraille, qui enferme toute la Pamphylie, de sorte que cette province est bornée ou par la mer d'un côté, ou par cette longue suite de murailles de l'autre ([38]). L'ancien territoire de la ville de Chersonésus est partout

couvert des fondemens des murs qui séparoient les possessions des citoyens, et cet usage avoit été établi dans toute la Grèce (39).

Si dans des recherches comme les nôtres, il étoit question d'autres endroits et de villes de l'ancien monde hors de la Chersonèse, le cours d'un fleuve assez considérable, comme doit l'avoir été le Thapsis d'après le récit de Diodore, nous conduiroit dans la plupart des cas, à un résultat probable. Mais dans la Chersonèse Taurique le cours des fleuves est si variable et si incertain, que de toutes les indications géographiques, celles de ce genre sont les moins utiles. Des eaux courantes qui en été forment à peine un ruisseau, deviennent en automne et en hiver des fleuves profonds et des torrens dévastateurs qui changent les limites des propriétés, et quelquefois les anéantissent. Cette inconstance des rivières que des voyageurs modernes (40) ont observée aussi en Grèce, quant à la quantité de leurs eaux et à leur direction, existoit certainement dans l'antiquité comme aujourd'hui, et ses effets étoient peut-être alors plus sensibles qu'ils ne le sont à présent, parce que la côte méridionale de la Chersonèse Taurique étoit beaucoup plus peuplée et, par conséquent, encore plus cultivée et plus riche en jardins et en arbres fruitiers qu'elle ne l'est actuellement. D'autres causes, telles que la chute des rochers, ou l'industrie active des cultivateurs ont pu aussi détourner le cours des ruisseaux et changer le lit des fleuves.

Mais une influence bien plus grande est celle qu'exerce sur le système hydrographique d'un pays, la destruction des arbres et des forêts, et sa nudité absolue pendant un grand nombre de siècles. C'est à cette cause qu'il faut attribuer la disparition du Thapsis et peut-être d'autres torrens moins considérables dans la péninsule de Panticapæum. C'est précisément la même cause, l'abatis des forêts, qui a produit dans l'Attique, et en général dans toute la Grèce, les mêmes changemens (41). En effet toute la Chersonèse

Taurique, à l'exception de la côte méridionale qui est très-boisée, est entièrement privée de grands végétaux. Déjà il en étoit ainsi lorsque les Tatares étoient maîtres de cette presqu'île ([42]), et très-probablement cet état de choses remonte à des tems beaucoup plus reculés. On sait qu'avant notre ère toute la plaine de la Chersonèse, depuis la frontière du Bosphore jusqu'à la côte occidentale, étoit cultivée avec le plus grand soin : on sait que le produit de son agriculture étoit immense ; que de beaux jardins ont dû se trouver partout, et que Mithradate Eupator lui-même avoit encouragé la culture des arbres ([43]).

Quelle est la conséquence naturelle de ces faits? C'est que la Chersonèse dans ces tems de prospérité devoit avoir de nombreux ruisseaux qui, en se réunissant, formoient des fleuves considérables. Mais dans une période d'à peu près 2000 ans le nombre des habitans ayant considérablement diminué et la surface du pays ayant éprouvé des changemens divers, soit par les révolutions de la nature, soit par celles que les guerres entraînent à leur suite, surtout quand elles font succéder les peuples les uns aux autres, ces fleuves ont entièrement cessé d'arroser les plaines de la presqu'île. Il ne faut donc pas s'étonner de trouver mentionnés dans les anciens auteurs des rivières et des forêts dont on ne retrouve aujourd'hui aucunes traces. C'est précisément le cas pour le Thapsis de Diodore qu'on chercheroit en vain parmi les fleuves et les torrens qui existent dans la partie Européenne de l'ancien Bosphore. De même, des fleuves très-célèbres, l'Ilisse ([44]), et le Céphisse ([45]) en Attique, l'Ismène de la Boeotie ([46]), le Scamandre de la plaine de Troie ([47]), et plusieurs autres ([48]), sont ou devenus très-petits et insignifians, ou ont tout-à-fait disparus, comme l'Inachus de l'Argolide du tems de Lucien ([49]). Aussi cet auteur, en parlant de la caducité de tous les objets terrestres, observe-t-il que, les villes, et même les fleuves, ont leur fin tout comme les hommes. Peyssonnel ([50]) doute de l'existence des villes placées par les anciens géographes dans le golfe Car-

cinite, à cause du manque d'eau. J'observe que ces villes n'étoient probablement que des bourgades et des villages, et que l'auteur cité n'avoit point de motifs suffisans pour douter de leur existence. Tott ([51]) parle, il est vrai, de l'abondance des eaux en Crimmée, mais il ajoute qu'elles n'y forment cependant aucune rivière remarquable, et que la proximité du rivage appelle chaque ruisseau à la mer.

Ainsi au lieu de découvrir à l'aide du Thapsis l'ancien site du château royal et celui de la ville de Gargaza, il nous faut au contraire, deviner à l'aide de ces sites que nous déterminerons, pour l'un avec assez de certitude, pour l'autre avec une grande probabilité; le cours même du Thapsis. Commençons par le fort royal du Bosphore.

Si, en venant de Kertch, nous cherchons dans la direction de l'ouest le château royal du Bosphore dont Diodore nous a donné beaucoup plus de détails que de la ville de Gargaza, nous ne trouverons, ni dans la plaine qui s'étend jusqu'à l'ancienne forteresse turque d'Arabat, ni en nous tournant vers la ville de Théodosie où se termine la chaine des montagnes qui embrassent toute la côte méridionale, aucun rocher, aucune colline qui ressemblent, soit en totalité, soit en partie, à la description du château royal. Le cours des fleuves et des rivières a pu changer dans la Chersonèse depuis le tems de Diodore: mais si la forteresse avoit été située à l'ouest de Panticapæum dans une des deux directions sus-mentionnées, nous devrions trouver, si non des restes ou des vestiges des anciennes fortifications, au moins le rocher sur lequel le fort avoit été construit.

Il faut donc chercher le château royal au sud de Panticapæum. En prenant ce chemin et en se tenant assez éloigné de la mer et de la pointe de Takil-Burun, où étoit autrefois Acra, on distingue dans le lointain une haute montagne isolée. Elle frappe singulièrement le voyageur par son sommet aplati, qui a la forme

d'une table dont on croit même découvrir l'épaisseur, ce qui est l'effet de la coupe à angle droit qu'on a donnée au sommet. Cette montagne, appelée l'*Opuk*, est formée d'un seul roc immense et entièrement isolé, à une distance de 45 verstes de Kertch. Ce point est trop remarquable et sa forme trop frappante pour qu'il ait pu échapper aux anciens géographes et qu'ils l'ayent passé sous silence. Aussi Strabon en parle, après avoir fait mention du Trapézus, le Tchatyrdag d'aujourd'hui, qui est la montagne la plus élevée de la Chersonèse; il dit ([52]): „une autre montagne nommée *Cimmérius* appartient aussi à la chaîne de la côte méridionale; elle a reçu son nom des Cimmériens qui autrefois ont été les maîtres du Bosphore. C'est de cette montagne que tout le golfe cimmérien, c'est à dire, tout le passage jusqu'à l'embouchure de la mer Mœotide, a reçu son nom." Strabon rapporte, avec raison, le mont Cimmérius à la chaîne de la côte méridionale, mais il se garde bien de le placer vers le milieu. Il indique au contraire sa position comme étant à l'extrémité de cette chaîne. Si le mont Cimmérius ne s'étoit pas trouvé dans le territoire du Bosphore européen, comment auroit-il pu communiquer son nom au détroit connu sous le nom du Bosphore-cimmérien? Il est donc au dessus de toute contestation que le mont Cimmérius se trouvoit enclavé dans les possessions des rois du Bosphore, et que c'étoit la montagne nommée aujourd'hui l'Opuk.

Si l'on prétendoit que Strabon a voulu parler d'une montagne située au nord de Kertch et qui avoit donné son nom au Bosphore-cimmérien, on seroit dans l'erreur. D'abord cet ancien géographe, dans le passage cité, ne parle pas du Bosphore. Mais il dit très-clairement, que tout le golfe qui s'étend jusqu'à la fin du détroit connu sous le nom du Bosphore, a reçu son nom du mont Cimmérius. Ensuite on chercheroit vainement dans tout le pays situé au nord de Kertch, pays que j'ai traversé dans toutes les directions et plus d'une fois, une montagne ou un rocher isolé

d'une médiocre élévation, ou un peu remarquable par sa forme. Tout ce qu'on y trouve sont des tertres et des chaînes de collines les unes à côté des autres et dont plusieurs sont pierreuses. Il y a plus: dans des recherches que j'ai faites pour retrouver d'autres lieux de l'ancienne géographie de la Crimmée, j'ai examiné nombre de montagnes et de rocs jadis fortifiés, dont quelques uns dominent les sites les plus pittoresques, et dont cependant aucun voyageur n'a encore fait mention. Mais je n'ai vu d'autre endroit que celui que j'ai indiqué, auquel pourroit convenir la description du fort donnée par Diodore.

Près du mont Cimmérius se trouvoit anciennement Cimmérium, ville qui avoit reçu son nom de cette montagne, et qui avoit été bâtie dans cet endroit probablement à cause du bon ancrage de cette côte et de l'abri qu'elle procuroit aux navires contre les vents de l'ouest ([53]). Quant au roc lui-même nommé aujourd'hui l'Opuk, on peut conjecturer, en s'appuyant de quelques faits de l'histoire grecque, qu'il a servi d'acropole dans des tems plus anciens. Dans les migrations des peuples, les montagnes et les rocs élevés furent occupés les premiers comme offrant plus de sûreté, mais, à mesure que la population augmenta, les plaines d'alentour furent couvertes d'habitations et d'édifices. Lorsque dans la suite une ville déchue de sa prospérité perdoit la plus grande partie de ses habitans, la plaine étoit alors abandonnée et on réoccupoit la hauteur.

On trouvera non moins vraisemblable que le château royal construit par les chefs du Bosphore, ait été du nombre des places fortes dont Mithradate avoit fait la conquête, peu de tems avant la seconde guerre qu'il fit aux Romains. On sait que ces places suivirent, quelque tems après, l'exemple de Phanagorie et se déclarèrent indépendantes du roi du Pont ([54]).

Je crois que le château royal du Bosphore est indiqué dans un scoliaste sur Démosthène, où on n'auroit certainement pas soupçonné qu'il étoit nommé. Ces scolies sont conservées dans un manuscrit de la bibliothèque royale de Munic; on y lit le passage suivant ([55]): „Théodosie est un endroit situé près des Scythes, et Satyrus mourut en l'assiégeant." J'observe qu'il n'est nullement vraisemblable que Satyrus I. ait été tué en assiégeant Théodosie, et que Satyrus II. ait eu le même sort au siège du château royal du Bosphore, voisin de cette ville. Il est très-probable, au contraire, que le scoliaste, ou l'auteur qui lui a fourni cette note, a confondu Théodosie avec le château royal, où, selon Diodore, Satyrus fut tué; au reste, on trouve le même fait rapporté dans le glossaire de Photius ([56]), mais on le chercheroit en vain dans les autres scolies sur Démosthène, ou dans celles qui sont attribuées à Ulpien.

L'auteur d'un ouvrage très-estimé sur la géographie des Grecs et des Romains me paroît être dans l'erreur, quand il croit ([57]), que l'auteur du périple anonyme du Pont-Euxin, dans un passage cité dans la note ([58]), où il est question de la ville de Cimmérium, parle de la ville nommée actuellement Eski-Krim. Il présume que cet auteur n'a pas indiqué exactement la distance de Panticapæum à Cimmérium, lorsqu'il l'a évaluée à 250 stades, non plus que celle de Cazéka à Cimmérium, en la faisant de 180 stades. L'erreur qu'a commise M. Mannert en plaçant la ville de Cimmérium là où se trouve à présent Eski-Krim, l'entraîne à transporter aussi le mont Cimmérius dans l'intérieur de la Chersonèse près de sa ville de Cimmérium, Eski-Krim ([59]). Mais observons que les distances indiquées par l'anonyme sont, à une légère différence près, parfaitement justes, car les 250 stades que l'ancien géographe marque entre Panticapæum et Cimmérium près du mont d'Opuk, sont égaux à 50 verstes, et n'excèdent par conséquent que de 5 verstes la distance admise maintenant entre ces

deux endroits. Une aussi petite différence se trouve aussi dans la mesure du chemin entre Cimmérium et Cazéka, car les 180 stades donnent 35 verstes, c'est-à-dire 6 verstes seulement de plus qu'on ne compte à présent. Si donc les distances données par les anciens s'accordent avec celles que nous trouvons aujourd'hui entre Kertch et le mont Opuk, et entre l'Opuk et l'endroit où se trouvoit Cazéka, le mont Cimmérius et la ville de Cimmérium n'ont pas pu se trouver près de l'emplacement de la ville moderne d'Eski-Krim. La dernière est en effet éloignée de Kertch de 560 stades, ou de 112 verstes; tandis que l'intervalle entre Eski-Krim et Kazéka est de 320 stades ou 64 verstes. Je passe sous silence d'autres raisons qui détruisent l'opinion de M. Mannert. J'observe à cette occasion que les distances marquées dans Strabon et dans la plupart des anciens géographes, ne sont pas ordinairement calculées sur des mesures fixes, mais sur des évaluations assez vagues ([60]). Par cette raison on remarquera toujours de légères différences entre les distances données par les écrivains anciens et modernes.

C'étoit par une erreur plus grave encore que Peyssonnel ([61]) croyoit que le mont Cimmérius n'étoit autre qu'une colline assez élevée tout près de Kara-Su, au haut de laquelle on jouit d'une belle vue de cette ville. Du reste, cette colline tout-à-fait insignifiante ne peut en aucune manière être le mont Cimmérius, et n'a pas pu même être nommée ou citée par aucun écrivain de l'antiquité. Peyssonnel, négligeant les indications qu'on trouve dans les anciens géographes, s'appuye dans ses recherches sur les noms qu'ont eu anciennement les villes, les montagnes, et autres endroits de la Chersonèse, principalement sur la ressemblance quelquefois très-forcée, qu'il croit trouver entre les anciennes appellations grecques et les noms tatares actuels. Par cette raison les résultats qu'il offre ne sont rien moins que satisfaisans.

Diodore dit qu'il n'y avoit qu'un seul chemin qui conduisit

au château royal du Bosphore. On n'arrive de même sur la plate-forme de l'Opuk que par un seul chemin qui se trouve du côté de l'est. Cette entrée a été défendue par une muraille d'une toise et demie d'épaisseur, qui de la première avenue descend dans la plaine, et s'étend par une ligne courbe jusqu'à la mer. Sa destination étoit de protéger l'entrée du fort contre les troupes que l'ennemi auroit pu débarquer, et de couper l'approche de ceux qui auroient pu venir du côté de l'ouest. On ne voit que des restes de cette muraille, qui avoit été faite d'assez grandes pierres par dehors, et de petites mêlées avec le mortier dans l'intérieur. Il n'en existe que des ruines et les fondemens presque à fleur de terre. Toute sa construction appartient à des tems assez modernes, lorsque ce fort avoit été réparé pour la dernière fois. Malgré cela, je ne doute pas que le même mur, en suivant sa direction vers la mer, n'existât déjà dans la plus haute antiquité, mais qu'il étoit alors plus fort et construit de très-grands blocs massifs de rochers. On pourroit citer pour appuyer ce fait, les restes encore subsistans de plusieurs anciennes acropoles ou citadelles grecques qui datent des tems les plus reculés, et dans lesquelles on ne s'étoit pas borné à entourer la cime de murailles fort épaisses, mais dont l'entrée avoit été garnie, à commencer des fortifications du sommet jusque dans la plaine, de deux rangs de murailles très-solides. L'acropole de Trœzen située sur un rocher très-escarpé et haut, peut servir d'exemple; le chemin qui conduisoit du sommet au rivage de la mer étoit garni de deux murs. Tous ces travaux étoient d'architecture cyclopéenne ([62]).

En montant l'avenue du rocher on arrive bientôt à l'endroit où se trouvoit la porte dont je viens de parler; la muraille touchoit le côté gauche de cette entrée qui est entièrement construite de très-grandes masses de rochers bruts posées les unes sur les autres; mais la plate-bande horizontale qui la terminoit n'existe plus. Quand on franchit cette entrée médiocrement large

et qu'on est monté par un chemin un peu escarpé, on arrive enfin au haut du rocher que des mains d'homme ont applati, égalisé, et formé en plateau régulier, dont l'etendue de l'est à l'ouest a environ une verste et demie de longueur, et du sud au nord, dans l'endroit le plus large, une demi-verste. Dans la construction des citadelles anciennes, comme dans celle de Mycènes (63) et de beaucoup d'autres (64), on a laissé au rocher ses inégalités, sur lesquelles on a élevé les murs qui en suivent le contour.

Lorsqu'on arrive sur la plate-forme de l'Opuk, on voit s'élever à gauche à une hauteur considérable un morceau massif du rocher calcaire, qui peut faire distinguer les différentes couches dont il est formé; il fut laissé intact lorsqu'on entreprit le travail de couper et d'égaliser le reste de ce plateau. On l'a taillé ensuite à angle droit, pour le faire entrer avantageusement dans la construction d'une tour quarrée qui défendoit l'approche de cet endroit. C'est ainsi qu'anciennement on a souvent employé la roche dans les constructions auxquelles le roc servoit de fondement. L'ancienne muraille de Girgenti, et le mur de séparation entre Tyché et Néapolis, par exemple, sont construits de parties taillées dans le roc vif, combinées avec de grandes pierres de taille. Je passe sous silence les aquéducs, les substructions des maisons en plusieurs villes de la Sicile, et nombre de théâtres en Grèce et en Sicile, tous taillés dans le roc: puisque tous ces derniers travaux n'appartiennent pas exclusivement, comme ceux cités en premier lieu, à une haute antiquité. A droite de l'entrée du plateau, et vis-à-vis de la tour dont il a été question, on distingue les traces d'une autre tour quarrée pareille, mais celle-ci a été construite entièrement dessus le plateau, peut-être parce que le rocher n'avoit pas présenté de ce côté la même facilité. La porte de la plate-forme s'est trouvée anciennement entre ces deux tours. Il faut observer que les tours dont on voit des traces sur notre plateau, étoient dès la

plus haute antiquité, en usage dans l'architecture militaire, et regardées par Aristote ([65]) comme une découverte des anciens Cyclopes. On les rencontre en Grèce très-souvent dans les ruines des citadelles dont l'antiquité reculée est attestée par le genre de construction cyclopéenne que l'on y remarque ([66]).

Partout où on jette les yeux sur ce plateau, on trouve le sol parfaitement égalisé, afin sans doute que les hautes murailles et les tours qui formoient et défendoient en même tems ce fort, fussent solidement assises. Dans l'enceinte formée par ces constructions, étoient réunis le palais, les habitations du commandant et des officiers, des gardes du roi, les magazins et les citernes, et enfin les casernes de la garnison; ces dernières adossées probablement contre le mur qui régnoit autour du plateau. Ce plateau forme presque partout un angle droit avec les côtés du rocher, qui sont perpendiculaires jusqu'a une certaine distance, et c'est par cette raison que de loin, le sommet paroit comme recouvert d'une table. Mais ensuite le roc conserve sa forme conique. Egalisé et coupé sur ses côtés, il descend vers le sud sans interruption et n'est alors éloigné de la mer que d'une verste et demie. Là se trouve entre le rocher et une colline, un profond défilé. Les côtés de l'Opuk les plus escarpés sont en général, vers le sud et l'ouest. Le point opposé au nord ne l'est pas autant. Du côté de l'est où est l'entrée, le chemin qui conduit au plateau, comme je l'ai déjà dit, n'est pas très-roide, et par conséquent les fortifications ont dû être plus soignées et solides.

Du haut de ce rocher on jouit d'une très-belle vue. Vers le couchant, on voit la mer qui s'étend vers la pointe Tach-Katchik, où étoit situé autrefois Kazéka. Du côté du levant, on découvre, au delà de la mer et du Kouban, les montagnes des Tcherquesses, ou le commencement de la chaine du Caucase, et le terrain des anciens peuples Scythes soumis aux rois du Bosphore.

Les premiers travaux dont ce rocher a été l'objet, datent de l'antiquité la plus reculée. Le peu qui reste des murs est d'architecture cyclopéenne. Dans la suite les colons grecs peuvent y avoir ajouté, et même ses constructions ont pu être ruinées, démolies, refaites plusieur fois, mais l'ensemble de la forteresse telle qu'elle a été du tems de Pærisade I. étoit, sans aucun doute, l'ouvrage des rois du Bosphore. Ils ont construit le château royal, les fortifications et les autres grands édifices. L'histoire ne faisant point mention d'un autre château fortifié des rois du Bosphore, il ne seroit pas impossible, que la forteresse figurée sur quelques médailles du roi Tiberius-Julius-Rhescuporis ([67]), fut le même château royal du Bosphore dont il est question ici.

Quoique nous ne connoissions que très-imparfaitement l'histoire de la Chersonèse, la situation du mont Opuk est si avantageuse, qu'on peut établir comme un fait, que tous les peuples qui, depuis Pærisade I. et ses successeurs, ont possédé la péninsule de Panticapæum, ont profité de ce rocher. La nature en a fait une forteresse presque imprenable. Un usage de la haute antiquité et le fort représenté sur la médaille de T. J. Rhescuporis que je viens de citer, peuvent faire conjecturer que les constructions du sommet avoient été exécutées en grosses pierres de taille, qu'elles ont été détruites aussi dans les tems anciens et remplacées ensuite plus d'une fois par des maçonneries moins solides. Il ne s'est donc rien conservé des constructions primitives, que le rocher coupé à angle droit, réuni jadis à une tour quarrée, attenant au côté gauche extérieur de l'entrée de la plate-forme, qui, jusqu'à une certaine hauteur, a servi de pierre angulaire à cette tour.

Il est singulier que l'on ne trouve pas sur la plate-forme de réservoir creusé dans le rocher, comme en ont la plupart des acropoles grecques de l'antiquité. On doit en conclure qu'on avoit un autre moyen de conserver l'eau nécessaire aux besoins de la place.

Il faut rapporter à des époques modernes la pierraille éparse au haut du plateau et dans la plaine autour de cette montagne. Toutes les hautes tours, murailles, édifices, habitations, qui ornoient jadis la plate-forme, ont disparu. La muraille qui entouroit ce fort à peu de distance du rocher, n'existe plus. On chercheroit aussi en vain la forêt et le fleuve qui étoient autour de cette place, ainsi que le marais qui se trouvoit au couchant. Le seul rocher, dont la destruction auroit exigé des moyens trop extraordinaires, existe encore et correspond avec la description détaillée que nous en a laissée Diodore.

Le château royal, les habitations des officiers de la suite du roi et de ses guerriers n'étoient point gênés sur un plateau dont l'aire avoit une verste et demie de longueur sur une largeur d'une demi-verste dans sa plus grande dimension. Probablement il y avoit de là au travers de la forêt une communication avec le fort construit en bois, à une certaine distance de la montagne, et on pouvoit ainsi, en cas de besoin, recevoir des secours et des renforts et s'approvisionner au moyen des villages qui étoient alentour et dont Diodore fait mention ([68]). Le Thapsis qui entouroit le fort, et qui devoit par sa communication entretenir en été les eaux du marais situé au couchant, ayant disparu par les causes diverses dont nous avons parlé, le marais s'est desséché. Mais par les facilités que prêteroient encore aujourd'hui les lacs salés du voisinage, et le rivage qui est très-bas sur cette partie de la côte, on pourroit comme on l'a fait probablement dans l'antiquité, renouveler presque sans dépense, les mêmes circonstances locales. Il a été observé ci-dessus, que du côté du levant, où se trouvoit la seule avenue de la forteresse, la forêt a dû être moins large que sur les autres points de sa circonférence ; cette remarque est juste, puisque dans cet endroit la mer étoit proche.

Pour fournir des moyens de comparaison entre le château

du Bosphore et les autres forteresses et châteaux de la Grèce, il ne sera peut-être pas superflu, de rappeler ici les plus célèbres de ces derniers.

Le château de *Tiryns* dans l'Argolide est du nombre des plus anciens. Il est d'un grand interêt à cause de ses murailles, qui offrent des constructions cyclopéennes de la plus haute antiquité. Elles se distinguent aussi par les galeries pratiquées dans leur intérieur. Ce fort est situé sur un rocher de 30 pieds de hauteur, dont le plateau a 244 coudées angloises en longueur, et 54 en largeur. La muraille qui entoure ce plateau a 21 pieds anglois d'épaisseur, et à quelques endroits 25. Aux endroits les mieux conservés sa hauteur est de 43 pieds, et paroît avoir été autrefois de 60 pieds. Les pierres brutes du mur extérieur ont de 3 à 7 pieds de longueur, et les plus grandes 9 pieds 4 pouces ([69]).

On doit regarder comme étant aussi d'une antiquité non moins reculée, *Larissa*, l'acropole d'Argos, située sur un rocher isolé très-haut ([70]), et le château de *Mycènes* qui se distingue de beaucoup d'autres par plusieurs rangs de murailles cyclopéennes qui l'entourent et qui ont été construites avec des masses de pierres aussi énormes que le sont celles de Tiryns ([71]).

Au nombre des châteaux les plus célèbres il faut aussi compter celui de Corinthe, nommé l'*Acrocorinthe*. La hauteur du rocher sur lequel il a été construit, est d'un stade et demi, mais les détours qu'il faut faire pour y arriver font que le chemin qui y conduit n'a pas moins de 30 stades. On voyoit autrefois sur le sommet de ce rocher un petit temple de Vénus. Le plus grand escarpement est du côté du nord. L'eau se trouve en abondance au château, et la ville et le sommet ont été entourés d'un seul et même mur. Dans l'antiquité ce fort étoit imprenable, et la trahison seule a pu le livrer. Mais de nos tems un rocher situé au sud-ouest en faciliteroit beaucoup la prise ([72]).

Acrocorinthe et le fort de *Nauplia*, qui est aussi situé sur un roc très-élevé, sont regardés encore actuellement comme les places le plus importantes pour la défense du Péloponnèse. On trouve à Nauplia quelques restes de murs très-antiques ([73]).

Sur un roc très-haut et isolé s'élève le fort d'*Ithome* en Messénie; il étoit très-bien fortifié dans l'antiquité ([74]). Les anciens le jugeoient, comme celui d'Acrocorinthe, nécessaire pour la possession du Péloponnèse ([75]). Ithome se trouvoit dans le milieu de Messène, qui étoit encore entourée d'une forte muraille ([76]).

Orchomène en Arcadie, par sa situation sur un roc isolé et très-haut, ressemble à Ithome. La construction de ses murailles ne diffère pas de celle de Tiryns. En hiver cette place se trouvoit au milieu d'un marais ([77]). En Bœotie un château portant le même nom d'*Orchomène*, étoit bâti sur une haute montagne; ses murs sont d'une construction moins ancienne que celle des tours ([78]).

L'acropole d'*Athènes* est sous une infinité de rapports un des plus illustres monumens de l'antiquité. La hauteur du roc sur lequel elle se trouve est à-peu-près de 150 pieds; la longueur de son plateau, du S. E. au N. E. de 1,150 pieds; sa plus grande largeur au milieu ne passe pas 500 pieds. La périphérie des murs qui entourent le plateau est de 2500 pieds. Les assises d'en bas de cette muraille sont antiques, le reste est moderne ([79]).

Tichos sur un promontoire, situé près de la frontière de l'Elide, avoit été fondé par Hercule. Ce fort étoit situé dans un marais profond. Les murs ont été construits avec des pierres brutes et très-grandes; leur hauteur étoit de 30 coudées. Son plateau a un stade et demi de tour; il est large de 40 pas, et long de 120. Il n'a qu'une seule entrée, à laquelle conduit un chemin très-pénible. Là le mur a 15 pieds de largeur ([80]).

Les murs de la citadelle de *Pharsalie* en Thessalie se distinguent de ceux qui entourent les autres forts, par leur largeur qui est de 15½ pieds, c'est à dire double de ce qu'elle est ordinairement. Les murailles de largeur ordinaire ont leurs assises formées ou d'une seule grosse pierre, ou de deux, sans vuide dans l'intérieur. Celles qui ont une largeur double, sont construites de grosses pierres en dehors; mais le milieu est rempli de pierres plus petites, de terre, et de mortier ([81]).

N'oublions pas les forteresses de *Naupactus* dans la Locride ([82]), de *Caritène* en Arcadie ([83]), et de *Daulis* dans la Phocide. Cette dernière étoit sur un rocher très-élevé et très-escarpé, et n'avoit qu'une seule entrée ([84]). Ajoutons encore les forts de *Chæronée* ([85]), de *Lébadée* ([86]) de *Délphes* ([87]), d'*Epidaure* ([88]), de *Sparte* ([89]), d'*Eleusis* ([90]), et celui d'*Amphisse* dans la Locride qui étoit bâti sur un roc très-haut et qui dominoit un site pittoresque et romantique ([91]).

On remarque les trois derniers genres de construction dans les murs de *Panopée* en Phocide, quoiqu'on y trouve des pierres de 12 pieds de longueur ([92]). Le fort de *Lépréos* dans l'Elide étoit traversé par une muraille qui le divisoit en deux parties ([93]). Enfin ajoutons les forteresses des colonies grecques en Italie, *Populonia* ([94]) et *Volaterra* ([95]).

Dans les îles, les forts qui méritent d'être cités sont les deux rocs de *Corcyre* situés dans la mer, et sur lesquels, déjà dans l'antiquité, la citadelle de la ville étoit assise. On l'a comptée jusqu'à nos jours parmi les châteaux les plus forts et les plus célébres ([96]). On connoit aussi les acropoles de *Ténos* ([97]) et de *Délos* ([98]), situées sur des rocs d'une immense hauteur, celles de *Siphnos* ([99]), de *Scyros* ([100]) de *Julis* de l'île de Céa ([101]), d'*Ithaque* ([102]), et

enfin celle de l'île de *Syra*, dont la forme est celle d'un pain de sucre (103).

M. Hamilton met au nombre des monumens les plus parfaits de l'architecture militaire des Grecs, les châteaux suivans de l'Ionie et de l'Aeolide : ceux de *Myus*, *Priène*, *Pergame*, d'*Ephèse*, de *Magnésie sur le Méandre* (104), de *Iasus* (105), et d'*Assus* (106). Strabon cite le fort de *Laërte* en Cilicie (107), et un autre, nommé *Phœnix*, bâti sur la montagne la plus élevée de la Carie (108).

Mais de tous les forts mentionnés dans les auteurs anciens, ou décrits par des voyageurs modernes, il en est peu qui présentent autant d'interêt que celui d'*Amasia* et celui qui est nommé la *Nouvelle place*, tous les deux au Pont ; et enfin ceux de *Masada* et d'*Itabyrius* en Judée: leur descriptions terminera cette digression.

Amasia étoit située sur un roc très-élevé, escarpé de tous les côtés, et dont le pied étoit baigné par le fleuve Iris. L'approche de ce roc étoit défendue par une muraille qui s'étendoit le long du rivage sur lequel la ville étoit située, et remontoit ensuite des deux côtés jusqu'au sommet du rocher qui se divisoit alors en deux pics, défendus l'un et l'autre par des tours bien construites. C'est dans cette enceinte que se trouvoient le palais du roi et les mausolées de ses prédécesseurs. Entre les deux sommets se trouvoit un intervalle, où celui qui venoit du rivage, ou des fauxbourgs de la ville, ne pouvoit arriver qu'en faisant cinq ou six stades. De là jusqu'au haut des deux pics il y avoit un chemin presque perpendiculaire d'un stade de longueur, absolument impraticable pour l'ennemi. Dans cette partie élevée l'eau ne manquoit point, et l'ennemi ne pouvoit en tarir la source, puisqu'elle arrivoit par deux canaux taillés dans le roc, dont l'un étoit dirigé vers le fleuve, l'autre vers l'intervalle qui séparoit les deux pics (109).

Ce fort d'Amasia mérite qu'on s'y arrête, puisqu'il renfermoit un palais royal, et qu'il est le seul que nous sachions avoir reçu le mausolée des princes de la famille royale. Si les circonstances avoient permis de faire des excavations *bien dirigées* à Kertch et à Taman, on sauroit peut-être si les monticules artificiels ou les tumuli qu'on y trouve, ont été destinés aux sépultures des rois du Bosphore. Si ce n'est point le cas, on pourroit conjecturer que le château de l'Opuk avoit eu jadis cette destination.

Mithradate Eupator avoit déposé au château nommé *la Nouvelle Place* les objets les plus précieux que son zèle pour les arts et les sciences lui avoit fait recueillir pendant une longue suite d'années. Ce trésor incomparable, tombé entre les mains de Pompée, fut consacré par lui au capitole. La Nouvelle Place étoit située sur un rocher extrêmement fort et escarpé. Au sommet couloit une fontaine abondante et au bas un fleuve. La hauteur de cette forteresse empêchoit qu'on ne pût l'assiéger. Ses murailles et toutes ses fortifications excitoient l'étonnement. Tout autour on ne voyoit qu'un terrain inégal, couvert de forêts, et dépourvu d'eau, de sorte qu'aucune force armée n'en pouvoit approcher de plus de 120 stades ([110]).

Le fort de *Masada*, non loin de Jérusalem, étoit assis sur un énorme rocher entouré d'effrayans précipices et entièrement inaccessible, excepté à l'est et à l'ouest, où se trouvoient deux sentiers très-pénibles pour gravir jusqu'au haut. Le dernier étoit moins roide que le premier; il étoit nommé *le serpent*, tant il étoit étroit et tortueux. Les précipices qui l'entouroient rendoient tout faux pas à craindre aux hommes même les plus hardis. Après avoir passé ce chemin de 30 stades; on arrivoit sur le plateau. Le grand-prêtre Jonathas avoit commencé d'y construire un fort, et le roi Hérode en poursuivit ensuite avec beaucoup de soin la construction. La périphérie de la plate-forme étoit de sept stades. Hérode

l'entoura d'un mur de marbre blanc, haut de 12 coudées, et large de huit, flanqué de 37 tours, hautes de 50 coudées, par lesquelles on pouvoit communiquer avec toutes les chambres appuyées au mur d'enceinte. Car le roi avoit voulu que le plateau, à cause de sa fertilité, fut cultivé convenablement, afin qu'il put fournir des vivres lorsqu'on seroit dans l'impossibilité de s'en procurer du dehors. Du côté du chemin qui conduisoit au fort de l'ouest, et un peu au dessous des murs du château, vers le nord, Hérode avoit fait élever un palais. Le mur qui l'entouroit étoit très-haut et très-fort, et muni de quatre tours dans les angles. L'architecture des appartemens, des portiques et des bains étoit très-variée, riche, et somptueuse; les colonnes étoient d'une seule pièce, les murs des appartemens et les planchers, recouverts de marbres de toutes les couleurs. Au-haut de la forteresse, aussi bien que dans l'enceinte du palais royal, on avoit taillé dans le roc de nombreux et grands réservoirs qui conservoient l'eau à la température des puits. Un sentier invisible et taillé dans le roc conduisoit du palais au haut de la forteresse. L'ennemi ne pouvoit pas pénétrer facilement par les chemins extérieurs, puisque celui du levant, comme il a été dit, étoit naturellement inaccessible, et que celui du couchant avoit été, par ordre d'Hérode, défendu dans l'endroit le plus étroit, par une grosse tour éloignée de la forteresse au moins de mille coudées. Il n'étoit pas possible de laisser cette tour de côté, ni facile de s'en emparer, puisque le chemin qui y conduisoit étoit scabreux et très-pénible, même pour ceux qui n'avoient rien à craindre ([111]).

Les Romains parvinrent à se mettre en possession de cette forteresse, en s'appuyant sur un rocher non loin du chemin qui conduisoit de la tour dont il a été question au haut du fort, et qui n'étoit que 300 coudées moins élevé que le rocher principal ([112]). Ils y trouvoient 960 individus de tout âge et de tout sexe. A l'exception de deux femmes et de cinq enfans, tous s'étoient donné la mort ([113]). On y avoit accumulé de grandes provisions de bled, de

vin, d'huile, de toutes sortes de légumes et de dattes. Cent ans après on les retrouva dans un état de parfaite conservation. Sans doute que l'air pur qui régnoit à une pareille élevation peut y avoir contribué. On trouva dans le même fort, des armes pour 10,000 hommes, du fer et du plomb non travaillés ([114]). Hérode avoit fait arranger cette forteresse, pour y avoir un asyle assuré dans le cas où les Juifs auroient voulu changer la forme du gouvernement, et aussi par crainte que la reine Cléopatre ne persuadât à Marc-Antoine de lui donner la mort ([115]).

Le dernier fort dont je ferai mention, étoit bâti sur le mont *Itabyrius* en Judée. Cette montagne a, d'après des mesures exactes, 14 à 15 stades de hauteur, mais le chemin qui menoit à la cime étoit, à cause des détours, de 30 stades. La plate-forme avoit 26 stades, et étoit entourée d'un mur ([116]). Des voyageurs du septième et huitième siècles avouent qu'il leur est impossible de décrire la beauté du site aux environs de cette montagne ([117]).

On doit regretter que Diodore, le seul auteur de l'antiquité qui fasse mention de Gargaza, ne nous ait donné que très-peu de notions sur l'endroit où étoit située cette ville. Cependant le peu qu'il en dit, suffit pour nous faire reconnoître le lieu où elle étoit. Méniscus, chef des soudoyés du roi Satyrus ayant, après la mort de ce dernier, levé le siège du château royal, s'étoit retiré à Gargaza. Cette ville ne peut donc pas avoir été située au sud de Panticapæum, autrement Diodore, assez circonstancié dans toute cette narration, n'auroit pas manqué de dire que Satyrus, marchant de Panticapæum pour assiéger le château royal, avoit touché Gargaza, ou passé dans son voisinage, puisque cette ville étoit, après Panticapæum, la première du Bosphore dans la Chersonèse; il n'auroit pas manqué, dis-je, de mentionner ce fait, si Gargaza s'étoit trouvée dans la direction du sud de Panticapæum. Diodore nous raconte ensuite, que Méniscus, après la mort de Satyrus, s'étoit retiré à Gargaza; qu'Eumé-

lus, après que Prytanis s'étoit rendu de Gargaza à Panticapæum, avoit quitté le château royal et s'étoit rendu maître de Gargaza et qu'attaqué par Eumélus, ce dernier l'avoit vaincu dans une bataille rangée et enfermé dans un isthme de la mer Mæotide. L'isthme dans lequel Prytanis fut enfermé par Eumélus ne pouvoit être que l'isthme qui sépare le Sivach de la mer Mæotide ([118]). Si Gargaza n'avoit pas été située dans le voisinage de cet isthme, il est impossible de concevoir, comment Prytanis auroit pu commettre la faute de se retirer de ce côté après sa défaite. Pour expliquer ce fait, il paroît probable qu'Eumélus marchant de Panticapæum pour attaquer Prytanis qui se trouvoit à Gargaza, avoit fait une grande partie de ce chemin, avant que Prytanis avoit pu se mettre à la tête de ses troupes, et que par cette raison le champ de bataille ne se trouvoit pas loin de Gargaza et de l'isthme. Eumélus ayant mis les troupes de Prytanis en déroute et leur ayant coupé le chemin vers le sud, les avoit forcées de se réfugier sur l'isthme, dont l'extrémité fortifiée devoit être occupée, ou par les troupes d'Eumélus, ou par celles d'un de ses alliés. Panticapæum, capitale du Bosphore en Europe, défendoit ce royaume du côté de l'est; le château royal le garantissoit des incursions qui auroient pu être faites au midi; rien de plus convenable que d'avoir à l'ouest une ville comme Gargaza, pour l'opposer aux attaques hostiles des Taures. Je crois donc avoir prouvé que la ville de Gargaza, qui dans l'antiquité étoit environnée de plusieurs petites villes et bourgs ([119]), dont il ne s'est pas conservé la moindre trace, a été autrefois située non loin de l'ancienne forteresse turque d'Arabat, mais un peu plus vers l'ouest.

Il faut dire encore un mot du Thapsis, fleuve assez considérable dans l'antiquité, et du cours qu'il doit avoir eu. Satyrus, suivant le récit de Diodore, se mettant avec son armée en route contre son frère Eumélus, qui s'étoit enfermé dans le château royal, et se dirigeant ainsi vers le sud, passa le Thapsis. Ce

même fleuve entouroit le fort royal dont il a été question. De Gargaza Prytanis traversa ce même fleuve, avec le corps de son frère Satyrus, mort par suite d'une blessure, pour lui rendre les derniers honneurs à Panticapæum. Il résulte de ces passages, que le Thapsis a dû avoir sa source dans le pays un peu élevé au nord-est et au dessus de Panticapæum, de là il doit avoir pris la direction du sud-est, vers la pointe de Kara-Burun, et ensuite traverser la plaine du mont d'Opuk, pour se jetter dans la mer. Si le château royal occupoit le sommet du mont Opuk, si la ville de Gargaza se trouvoit près de l'isthme du Sivach, comme je crois l'avoir prouvé, le Thapsis ne peut pas avoir suivi un autre chemin que celui que je viens de tracer. Dans un pays si peuplé et si bien cultivé que l'étoit alors la Chersonèse-Taurique; dans cette presqu'île, célèbre du tems de Leucon et de Pærisade I. son fils, par son immense débit en bled, il étoit important de faciliter les communications dans l'intérieur, et on a dû, par conséquent, lever tous les obstacles qui pouvoient s'opposer au cours des fleuves et des rivières et faire tous les travaux qu'exigeoient les services qu'on vouloit en tirer.

C'est par erreur que Barbeyrac ([120]) et Wesseling ([121]) avoient voulu changer le nom du fleuve Thapsis en celui de Psathis. Car d'après Ptolémée ([122]), où la leçon du nom est cependant douteuse, le Psathis est un fleuve de l'Asie, qui, venant de l'est, se jette dans la mer Mæotide. Mais le Thapsis, aussi bien que le château royal et Gargaza, étoient situés sur la partie du Bosphore d'Europe. C'est un fait qui résulte incontestablement du récit de Diodore, puisque cet historien faisant plus d'une fois mention de Panticapæum, comme du lieu où tantôt commençoient les opérations militaires, et tantôt où elles se terminoient, ne parle jamais du trajet du Bosphore, qui auroit été si pénible pour le roi et pour sa nombreuse armée: d'un autre côté il n'oublie pas de nous raconter, à plusieurs reprises, que le roi avoit passé le Thapsis. Enfin

l'isthme de la mer Mæotide dont parle Diodore, ne peut être que l'isthme du Sivach, parce qu'il ne se trouve pas d'autre isthme dans toute l'étendue du Bosphore asiatique. Si nous ajoutons qu'on chercheroit en vain dans tout le Bosphore asiatique une montagne ou un rocher auquel pourroit convenir la description que nous a donnée Diodore du local du château royal, il sera évident que Barbeyrac et Wesseling ont eu tort de vouloir changer le nom du Thapsis.

C'étoit par une autre méprise que Barbeyrac prétendoit que le château royal a été la ville d'Auchis et qu'il supposoit que le théâtre de la guerre des trois fils de Pœrisade avoit été en Asie ([123]). On doit appliquer la même remarque à ce qu'ont dit Ortelius et Wesseling ([124]) de Gargaza, qu'ils conjecturoient pouvoir être la même ville que Ptolémée nomme Gérusa ([125]). Cette dernière ville étant située également en Asie, à côté du Psathis, n'a absolument rien à faire avec nos recherches. Ceux qui ont cru que le fleuve nommé actuellement le Salgyr pourroit être le Thapsis des anciens ([126]), ne se sont pas moins trompés, parce que le Salgyr a son courant dans la Chersonèse, hors du territoire du Bosphore suivant ses limites du tems de Pœrisade I.

Si quelques lecteurs trouvoient que j'ai établi une hypothèse peu probable parce qu'elle suppose dans la péninsule de Panticapæum l'existence d'un fleuve dont il ne reste maintenant aucunes traces, il faut penser aux difficultés insurmontables qu'on rencontreroit si l'on vouloit donner au Thapsis un cours différent de celui que je viens d'indiquer.

Que l'on préfère, par exemple, l'opinion de ceux qui supposent que le Thapsis est le Salgyr d'aujourd'hui, il s'en suivroit :

1. Que presque toute la plaine de la Chersonèse-Taurique auroit appartenu au royaume du Bosphore, tandis que d'après l'au-

torité la moins équivoque des anciens géographes, elle a été jusqu'à Asandre le domaine des Tauroscythes.

2. que si même la prolongation des limites de cet état ne se trouvoit pas en opposition directe avec les auteurs de l'antiquité, elle seroit inadmissible, puisqu'en la supposant le territoire du Bosphore auroit pu être, à chaque moment, envahi du côté du sud par les Tauri, et du côté du nord par les Scythes, ou encore la partie occidentale coupée de celle de l'est.

3. Si l'on considère que le Thapsis entouroit le château royal, et que le Salgyr, dont les sources sont peu éloignées de Symphéropol et au milieu d'un site pittoresque, ne rencontre dans tout son cours ni une montagne, ni un rocher semblable à celui qu'a décrit Diodore, qu'on n'en trouve même aucuns dans tout le pays qu'il parcourt, il s'en suit que le Thapsis n'a pas pu être le Salgyr d'aujourd'hui. Cette même remarque s'applique au Kara-Su, ainsi qu'aux autres petites rivières et aux ruisseaux qui, descendant de la chaîne montagneuse de la Crimmée, parcourent la plaine, pour se jetter au nord dans la mer. J'espère que personne n'aura l'idée de croire possible que le château royal du Bosphore ait été situé près de cette chaîne de montagnes, ou peut-être dans son enceinte, puisque les Tauroscythes, peuple sauvage et guerrier, n'auroient jamais laissé subsister un pareil établissement grec dans leur voisinage. Cependant si le château royal décrit par Diodore avoit été entouré par une rivière de la plaine de la Chersonèse, il auroit dû avoir été situé, ou près de la chaîne du midi, ou dans son intérieur, alternatives également impossibles.

4. J'observe encore qu'il résulte de plusieurs passages de la narration de Diodore, que le Thapsis se trouvoit situé entre les villes de Panticapæum et de Gargaza. Dans le cas où on voudroit se persuader que le Thapsis a été un des courans qui arrosent la plaine de la Chersonèse, on se trouveroit dans la nécessité de placer Gar-

gaza à l'ouest de Symphéropol, et d'étendre ainsi le territoire de Pærisade presque jusqu'au bord de la mer noire à l'ouest de la Chersonèse, et de soumettre toute cette plaine, sans exception, aux rois du Bosphore : disposition arbitraire et entièrement opposée à nos connoissances historiques. Il est certain, en effet, qu'avant Pharnace ou Asandre la plaine de la Chersonèse ne fit point partie du royaume du Bosphore, et que les possessions européennes de ces rois étoient très-petites dans la péninsule de Panticapæum ([127]). Si Pærisade avoit pu soumettre quelques peuplades scythes en Europe, il n'auroit pas manqué de les nommer dans son titre que nous lisons sur ses inscriptions. Mais aucune peuplade des Scythes d'Europe n'a jamais été soumise au Bosphore, et ce que nous dit Xenophon ([128]) de ce peuple est une vérité incontestable : que les Scythes d'Asie sont soumis à un pouvoir étranger; mais que les Scythes d'Europe sont libres et gouvernés par leur propre roi. Il n'est pas moins avéré que les possessions du Bosphore, jusqu'au tems que je viens d'indiquer, n'ont jamais passé les limites que dessine une ligne qu'on tireroit depuis Arabat jusqu'à l'ouest du port de Théodosie.

Je termine ici mes observations sur des points géographiques que jusqu'à présent personne n'a essayé de résoudre. Le château royal, la ville de Gargaza, et le fleuve Thapsis, n'étant mentionnés que par le seul Diodore, et aucun ancien géographe n'en faisant mention, il étoit très-difficile de fixer leur position d'une manière vraisemblable pour ceux qui n'ont pas visité, dans les interêts de la science, la Chersonèse-Taurique, d'autant plus que des cartes géographiques ne peuvent pas suppléer à la connoissance des localités. Si cependant on proposoit dans la suite une explication des mêmes problèmes plus heureuse que celle que j'ai donnée, je serai le premier à applaudir à un pareil travail.

NOTES & CITATIONS.

1. Diodor. Sic. Bibl. L. XX. c. 22 — 26. p. 421 — 426. Ed. Wessel.

*. Hist. Universelle de Diodore de Sicile, trad. par l'abbé Terrasson, To. III. p. 276 — 282. de l'édition de Paris, 1741. in 8.

2. C'étoient, outre le roi de Thrace, probablement quelques chefs des Tauri ou Tauroscythes.

3. Les Thraces étoient les voisins des Taures ou Scythotaures. Dans le commencement les derniers ne possédoient que très-peu de terrain du côté du nord de Taphræ, et hors de la Chersonèse. Mais ils ont successivement étendu leur possessions jusqu'au Borysthène, et de là jusqu'au Tyras et à l'Istrus. (Strab. Géogr. L. VII. c. 4. §. 5. p. 401—402. Ed. Tsch).

4. Diodor. Sic. Bibl. L. XX. c. 23. p. 421. l. 94: περιείχε δὲ κρημνοῖς μεγάλοις.

5. Id. ib. c. 23. p. 422. l. 26.

6. Dodwell's Classic. Tour through Greece, Vol. II. ch. 12. p. 426.

7. Dodwell's Classic. Tour through Greece, Vol. II. ch. 8. p. 312 — 313.

8. Voyez Serapis, VII. Mémoire, §. LV. p. 127 — 128.

9. Voy. Serapis, VII. Mém. §. XV. p. 95.

10. Cette inscription a été communiquée au public dans un mémoire intitulé: *Description d'une médaille de Spartocus, roi du Bosphore-Cimmérien, du cabinet de Mgr. le chancelier de l'empire comte de Romanzoff;* à St. Pétersbourg, MDCCCXXIV.

11. Geograph. L. VII. c. 4. §. 5. p. 401: πρότερον δ' εἶχον μὲν τὴν πρὸς τῷ στόματι τῆς Μαιώτιδος, καὶ τῷ Παντικαπαίῳ μέχρι Θεοδοσίας τῶν Βοσπορίων τύραννοι. Ed. Tsch.

12. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 4. p. 397: Καὶ λιμένα ναυσὶ καὶ ἑκατὸν ἐπιδέξιον. Οὗτος δὲ ὅρος ἦν πρότερον τῆς τῶν Βοσποριανῶν καὶ Ταύρων γῆς.

13. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 3. p. 395: ἡ Ταυρικὴ παραλία χιλίων που σταδίων τὸ μῆκος, ἰσχεῖα καὶ ὀρεινή, καὶ καταιγίζουσα ταῖς βορείαις ἵδρυται.

14. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. §. 26. p. 218. Ed. Hard: *Jugum ipsum Scythotauri tenent.*

15. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 2. p. 393.

16. Mela de Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 131. Ed. Gronov: *Tauri Iphigeniæ et Orestis adventu maxime memorati, immanes sunt moribus, immanemque famam habent, solere pro victi-*

mis advenas cædere. — Id. L. I. c. 19. p. 105. l. 48: *Pontus olim ex colentium sævo admodum ingenio Axenus dictus.* — Strab. Geogr. L. VII. c. 3. §. 6. p. 355—356: καὶ καλεῖσθαι Ἄξενον, διὰ τὸ δυσχείμερον καὶ τὴν ἀγριότητα τῶν περοικούντων ἐθνῶν, καὶ μάλιστα τῶν Σκυθῶν ξενοθυτούντων καὶ σαρκοφαγούντων, καὶ τοῖς κρανίοις ἐκπώμασι χρωμένων.

Andronic. Rhod. Par. Eth. Nic. L. VII. c. 9. p. 321. Ed. Cantabr: ἢ οἷς ἥδοντο οἱ ἀπηγριωμένοι περὶ τὸν Πόντον ἄνθρωποι, οἱ μὲν ἰχθῦς ὠμοὺς ἐσθίοντες, καὶ κρέα ὠμά, οἱ δὲ δανείζοντες τὰ τέκνα ἀλλήλοις εἰς εὐωχίαν. Cf. Ethic. Eudem. L. VII. c. 5. p. 313.

17. Athenag. Legat. pro Christ. c. XXVI. p. 304. C. Ed. cum Just. Opp. Paris. cur. Maran.
Theophil. adv. Autolyc. c. IX. p. 343—344. Ed. Maran.
Tatian. Orat. adv. Græc. c. XXIX. p. 267. D. Ed. Maran.
Clem. Alex. Coh. ad Gent. c. III. p. 38. l. 36. Ed. Pott.
Euseb. Præp. Evang. L. IV. c. 16. p. 157. C. Ed. Viger.
Lactant. Divin. Instit. L. I. c. 21. p. 92. Ed. Lebrun. et Dufresn.
Athanas. Orat. in Gent. c. XXV. p. 24. A. Ed. Montefalc.

18. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 6. p. 401—402: Τὴν δὲ πλείστην μέχρι τοῦ ἰσθμοῦ καὶ τοῦ κόλπου τοῦ Καρκινίτου, Σκυθικὸν ἔθνος, Ταῦροι· καὶ ἐκαλεῖτο ἡ χώρα αὕτη πᾶσα, σχεδὸν δὲ τι καὶ ἡ ἔξω τοῦ ἰσθμοῦ μέχρι Βορυσθένους, μίκρα Σκυθία· διὰ δὲ τὸ πλῆθος τῶν ἐνθένδε περαιουμένων τόν τε Τύραν, καὶ τὸν Ἴστρον, καὶ ἐποικούντων τὴν γῆν, καὶ ταύτης οὐκ ὀλίγη μικρὰ προσηγορεύθη Σκυθία· Τῶν Θρακῶν τὰ μὲν τῇ βίᾳ συγχωρούντων, τὰ δὲ τῇ κακίᾳ τῆς χώρας, ἐλώδης γάρ ἐστιν ἡ πολλὴ αὐτῆς.

19. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 6. p. 402: Τῆς δὲ χερρονήσου, πλὴν τῆς ὀρεινῆς τῆς ἐπὶ θαλάττῃ μέχρι Θεοδοσίας, ἥ γε ἄλλη πεδιὰς καὶ εὔγαιός ἐστι πᾶσα, σίτῳ δὲ καὶ σφόδρα εὐτυχής.

20. Voyez le texte de Strabon cité note 18.

21. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. §. 26. p. 218: *Jugum ipsum Scythotauri tenent. Clauduntur ab occidente Cherroneso, ab ortu Scythis Sataræis.*

22. L. C.

23. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 20. Ed. Huds.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 5. Ed. Huds.

Scymn. Ch. Fragm. v. 89 — 90. p. 48. Ed. Huds.

24. De Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 124. Ed. Gron.

25. Observat. sur les Peupl. Barb. p. 202 — 204.

26. Diod. Sic. Bibl. L. XX. c. 24. p. 422. l. 53.

27. Geogr. L. VII. c. 4. §. 1. p. 391: Ἐνταῦθα δ' ἐστὶν ὁ ἰσθμὸς, ὁ διείργων τὴν Σαπρὰν λεγομένην λίμνην ἀπὸ τῆς θαλάττης, σταδίων τετταράκοντα, καὶ ποιῶν τὴν Ταυρικὴν καὶ Σκυθικὴν λεγομένην χερρόνησον· οἱ δὲ τριακοσίων ἑξήκοντα, τὸ πλάτος τοῦ ἰσθμοῦ φασιν.

28. Geogr. L. VII. c. 4. §. 6. p. [illegible]: Καθάπερ Ἄσανδρον ποιῆσαί φησιν Ὑψικράτης, ἀποτειχίσαντα τὸν ἰσθμὸν τῆς Χερρονήσου, τὸν πρὸς τῇ Μαιώτιδι, τριακοσίων ὄντα καὶ ἑξήκοντα σταδίων, ἐπιστήσαντα πύργους καθ' ἕκαστον στάδιον δέκα.

29. Mémoir. de Tott sur les Turcs et les Tatares; III. P. p. 66: *Ce n'est aussi qu'en passant un petit bras de mer marécageux, pour gagner la tête d'une langue de terre très-étroite qui prolonge parallélement la côte orientale de la Crimée, que les Russes y ont pénétré dans la dernière guerre. Cette route avoit déjà été tentée avec succès dans les campagnes de 1736 et 1737, par le Général Munic; mais cela n'a point inspiré aux Tatares le devoir et les moyens de se garantir désormais d'un pareil malheur, en défendant la naissance de cette langue de terre, où la moindre résistance auroit suffi pour arrêter leurs ennemis.*

30. Geographie der Griechen und Römer; IV. B. S. 293.

31. Ebendas. S. 393 — 294.

32. De Administr. Imper. c. XLII. p. 113. C. Ed. Reg.

33. Bemerk. auf ein. Reise in die Südl. Stadthaltersch. des russ. Reichs. II. B. S. Atlas, dritte Charte.

Engelh. und Parrots Reise in die Krim und den Kaukasus; I. Th. S. 65. Taf. I. A.

34. Strab. Geogr. L. VII. c. 4. §. 8. p. [illegible]: Καὶ νῦν ὑπὸ τοῖς τῶν Βοσπορανῶν βασιλεῦσιν, οὓς ἂν Ῥωμαῖοι καταστήσωσι, ἅπαντά ἐστιν. Id. ib. §. 5. p. 401: Ἔχουσι δ' αὐτὴν (τὴν μεγάλην Χερρόνησον) οἱ τοῦ Βοσπόρου δυνάσται κεκακωμένην πᾶσαν ὑπὸ τῶν συνεχῶν πολέμων.

Comparez le passage de Strabon cité note 11.

35. Geogr. L. VII. c. 4. §. 4. p. 397: Οὗτος δὲ ὅρος ἦν πρότερον τῆς τῶν Βοσποριανῶν καὶ Ταύρων γῆς.

36. Mannerts Geogr. der Gr. und Röm. IV. B. S. 294.

37. Hamilton's Remarks on the Fortresses of anc. Greece; s. Archæologia, Vol. XV. p. 324. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. III. ch. 13. p. 742 — 743. 751 — 752.

38. Squire's Remarks relating to the Milit. Architect. of anc. Greece; s. Walpole's Mem. relat. to Europ. and Asiat. Turkey, p. 316.

39. Gell's Argolis; p. 76.

40. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. IV. ch. 3. p. 78.

41. Dodwell's classic. Tour trough Greece; Vol. I. ch. 14. p. 475 — 476.

42. Peyssonnel Traité sur le Comm. de la Mer noire; To. I. p. 5 — 6. et Observat. sur les Peupl. Barb. p. 6.

43. Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 32. s. 59. p. 24. l. 3.

44. Chandler's Trav. in Greece; ch. XV. p. 79.

Tout ce que Clarke (Trav. through var. countr. Vol. III. ch. 13. p. 558 — 559.), se servant des notices puisées dans le voyage d'Athènes de la Guilletière (p. 263.) veut opposer aux remarques de Chandler, ne prouve rien contre celui-ci.

Pouqueville Voyage de la Grèce; To. V. ch. 107. p. 83.

45. Chandl. Trav. in Greece; ch. XXII. p. 110.

Pouqueville Voyage de la Grèce; To. V. ch. 107. p. 72.

46. Dodwell's. classic. Tour thr. Greece; Vol. II. ch. 6. p. 223.

47. Gell's Topography of Troy and its Vicinity; p. 48. 50. pl. XVIII.

48. Dodwell's Classical Tour through Greece; Vol. II. ch. 3. p. 68 — 69.

49. Charon sive Contemplant. c. XXIII. p. 522 — 523. Ed. Reiz.

50. Peyssonnel Observat. sur les Peupl. Barb. p. 6 — 7.

51. Mémoir. sur les Turcs et les Tatar. To. IV. p. 96 — 97.

52. Geogr. L. VII. c. 4. §. 3. p. 306: Ἐν δὲ τῇ ἐρεινῇ τῶν Ταύρων καὶ τὸ ὄρος ἐστὶν ὁ Τραπεζοῦς· — καὶ ἄλλο δ' ἐστὶν ὄρος Κιμμέριον κατὰ τὴν αὐτὴν ἐρεινήν, δυναστευσάντων ποτὲ τῶν Κιμμερίων ἐν τῷ Βοσπόρῳ· καθ' ὃ καὶ Κιμμερικὸς κόλπος καλεῖται τοῦ ποροθμοῦ πᾶν, ὃ ἐπέχει τὸ στόμα τῆς Μαιώτιδος.

53. Pallas Reisen in die südl. Stadthalterschaft. des russ. Reichs, II. Th. s. 342.

54. Appian. Bell. Mithr. c. CVIII. p. 806. l. 77. Ed. Schw: Ὅσα δὲ ἐγγὺς ἦν Φρυγία, ἀφῃρέθη τῷ Μιθριδάτῃ γενόμενα, πρὸς τὴν θερμουργίαν τῶν Φαναγορέων ἀφίσατο τοῦ Μιθριδάτε, Χερρόνησός τε καὶ Θεοδοσία, καὶ Νύμφαιον, καὶ ὅσα ἄλλα περὶ τὸν Πόντον ἐστὶν εὐκαιρα ἐς πόλεμον.

55. Scholiast Cod. Bavar. in Demosth. Orat. adv. Lept. To. II. Opp p. 79. Ed. Reisk. Le savant qui a publié la dernière édition de cette harangue, croit (p. 256.) qu'il est question de Satyrus I. dans le passage du scoliaste de Démosthène.

56. Lexic. p. 70. v. Θευδοσία. Ed. Herm: Θευδοσία, χωρίον κείμενον ἐγγὺς Σκυθῶν, ὁ πολιορκῶν Σάτυρος ἐτελεύτησεν.

Voyez. Sérapis. VII. Mémoire, §. XIX — XX. p. 98 — 100.

57. Geogr. der Griech. und Röm. IV. B. S. 304 — 305.

58. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 5. l. 8. et 16. Ed. Huds.

Scymn. Chii Fragm. v. 91 — 93. p. 48. Ed. Huds.

59. Geograph. der Griech. und Röm. IV. B. a. a. O.

60. Voyez Dodwell's Classical Tour through Greece; Vol. I. Pref. p. VIII.

61. Observat. sur les Peupl. Barbar. p. 104. et p. 107.

62. Chandler's Trav. in Greece; ch. L. p. 213. and 216.

M. Gell (Argolis; p. 161.) n'est pas de l'opinion de Chandler par rapport à la ville de Troezen.

63. Gell's Argolis; p. 42. pl. XII.

64. Squire's Remarks relating to the milit. Architect. of. anc. Greece; s. Walpole's Memoirs relat. to Europ. and Asiat. Turk. p. 321: *These fortifications were generally placed on a rugged height naturally difficult of access; walls with square or round towers at intervalls were continued along the irregular contour of the hill.*

65. Ap. Plin. Nat. Hist. L. VII. c. 56. p. 413, l. 16.

66. Clarke's Trav. through var. countr. Vol. IV. ch. 3. p. 88.

67. Sérapis, VII. Mem. Append. p. 227 — 228. m. 29.

68. Diod. Sic. Bibl. L. XX. c. 23. p. 422. l. 3.

69. Strab. Geogr. L. VIII. c. 7. §. 11. p. 230.

Pausan. Corinth. c. XXV. §. 7. p. 273. Achaic. c. XXV. §. 3. p. 331. Bocot. c. XXXVI. §. 3. p. 115. Ed. Fac.

Gell's Argolis, p. 55 — 58. pl. XV. XVI. XVII.

Dodwell's Classical Tour through Greece; Vol. II. ch. 6. p. 248 — 252

Clarke's Travels in var. Countr. of Eur. Asia and Afr. Vol. III. ch. 15. p. 650.

70. Gell's Argolis, p. 155. pl. XVIII. XX.

Dodwell's Classic. Tour thr. Greece; Vol. II. ch. 6. p. 217 — 218

71. Gell's Argolis; p. 42. pl. XI. XII.

72. Strab. Geogr. L. VII. c. 8. §. 21. p. 265.
Liv. L. XLV. c. 28. p. 862. Ed. Drak.
Dodwell's Classic. Tour thr. Greece; Vol. II. ch. 5. p. 187 — 188.
Clarke's Travels in var. Countr. Vol. III. ch. 15. p. 645.
Hughes's Travels in Sicil. Greece and Alban. Vol. I. p. 237. pl.
Pouqueville Voyage de la Grèce; To. IV. ch. 104. p. 22 — 23: Son élévation, que Strabon estime à trois stades (332 toises), est enveloppée au couronnement, d'un rempart bastionné et crénelé, circonscrit par une enceinte beaucoup plus ancienne formée d'assises, que je crois être en maçonnerie pélasgique.

73. Gell's Argolis; p. 89. 91 — 92. XIX. XX. XXI.
Dodwell's Classic. Tour thr. Greece; Vol. II. ch. 6. p. 247.

74. Pausan. Messen. c. XXXI. §. 5. p. 569.
Dodwell's Classic. Tour. thr. Greece; Vol. II. ch. 9. p. 360 — 362.
Pouqueville Voy. de la Grèce; To. V. ch. 140. p. 94 — 95.

75. Plutarch. Arat. c. L. p. 591. Ed. Reisk.
Strab. Geogr. L. VIII. c. 7. §. 8. p. 171.

76. Strab. Geogr. L. C.
Pouqueville, L. C.

77. Dodwell's Class. Tour thr. Greece; Vol. II. ch. 17. p. 426.

78. Dodwell's Class. Tour thr. Greece; Vol. I. ch. 6. p. 229 — 230. pl.
Pouqueville Voyage de la Grèce; To. V. ch. 144. p. 146.

79. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 10. p. 306. ch. 12. p. 361. pl.

80. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 8. p. 312 — 313.

81. Dodwell's Classic. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 4. p. 120 — 121. pl.

82. Wheler's Journey into Greece; B. IV. p 299.
Dodwell's Classic. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 4. p. 123.

83. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 10. p. 380 — 381. pl.
Pouqueville Voyage de la Grèce; To. V. ch. 144 p. 147.

84. Liv. L. XXXII. c. 18. p. 632.
Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 7. p. 204 — 205.

85. Clarke's Trav. in var. Countr. Vol. IV. ch. 5. p. 140.
Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 7. p. 220 — 221. pl.

86. Clarke Trav. in var. Countr. Vol. IV. ch. 4. p. 118.

87. Hamilton's Remarks on the Forteress. of ancient Greece; s. Archæol. Vol. XV. p. 321.

88. Gell's Argolis; p. 113. pl. XXIV.
Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 7. p. 263.

89. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 11. p. 404.

90. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 16. p. 584.

91. Hamilton's Remarks on the Forteress. of anc. Greece; S. Archæol. Vol. XV. p. 322.
Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 5. p. 147. pl.

92. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. I. ch. 7. p. 208 — 210.

93. Dodwell's Class. Tour thr. Gr. Vol. II. ch. 9. p. 347.

94. Strabon. Geogr. L. V. c. 2. §. 6. p. 132 — 133.

95. Strab. ibid. p. 133.

96. Dodwell's Classic. Tour thr. Greece; Vol. I. ch. 2. p. 37.
St. Sauveur Voyage dans les îles et possessions Vénitiennes; To. I. c. 2. p. 18 — 19.

97. Dapper Descr. des Iles de l'Archipel; p. 266. pl.

98. Wheler's Journey into Greece; B. I. p. 58.

99. Voyage Pittor. de la Grèce, par de Choiseul-Gouffier; To. I. pl. 8. p. 14.

100. Voyage Pittor. de la Grèce, par de Chois. Gouff. To. I. pl. 39. p. 77.

101. Hamilton's Remarks on the Forteress. of anc. Greece; S. Archæolog. Vol. XV. p. 321 — 322.

102. Gell's Geography and Antiquit. of Ithaca; ch. V. p. 40. pl.
Dodwell's Classic. Tour thr. Greece; Vol. I. ch. 2. p. 66.

103. Clarke Trav. in var. Countr. Vol. III. ch. 11. p. 428 — 429.
Voyage Pittor. de la Grèce, par de Choiseul-Gouffier; To I. pl. 16. p. 48 — 49. On doit regretter qu'on ne trouve pas, dans ce dernier ouvrage, des descriptions un peu détaillées des châteaux des îles de Mélos (To. I. pl. 4. p. 9 — 10), de Sicinus (To. I. pl. 9. p. 17 — 18), de Santorin (To. I. pl. 16. p. 33. pl. 19. p. 36 — 37), et de plusieurs autres.

104. Pococke's Description of the East; Vol. III. B. 2. ch. 4. p. 54.
Hamilton L. C.

105. Voyage Pittor. de la Grèce par de Choiseul-Gouffier; To. I. pl. 103. p. 163.

106. Hamilton's Remarks on the Forteress. of anc. Greece; S. Archæolog. Vol. XV. p. 319
Voyage Pittor. de la Grèce par de Choiseul-Gouffier; To. II. pl. 10. p. 86 — 87.

107. Strabon. Geogr. L. XIV. c. 4. §. 3. p. 680.

108. Strabon. Geogr. L. XIV. c. 2. §. 4. p. 593.

109. Strabon. Geogr. L. XII. c. 3. §. 39. p. 147 — 149.

Ce que Busbecq rapporte d'Amasia (Legat. Turcic. Epist. I. p. 69. Colon. Agripp. 1592.) ne contredit pas Strabon, comme l'a cru Casaubon (In Strab. L. C. p. 839. not. 6. Ed. Almelov.).

110. Strabon. Geogr. L. XII. c. 3. §. 31. p. 126 — 127.

111. Joseph. Bell. Jud. L. VII. c. 8. §. 3. p. 424 — 425. Ed. Havercamp.

Plin. Nat. Hist. L. V. c. 19. §. 15. p. 262. l. 16.

Relandi Palæst. ex Monum. Veter. illustr. L. III. p. 658. Ed. Norimb.

Bachiene hist. und geogr. Beschreib. von Palæst. II. Th. 2. B. 3. k. s. 302.

112. Joseph. Bell. Jud. L. VII. c. 8. §. 5. p. 426 — 427.

113. Id. ibid. c. 8. §. 6. p. 426 — 427. c. 9. §. 1. p. 432.

114. 115. Id. ibid. c. 8. §. 4. p. 425.

116. Polyb. Histor. L. V. c. 70. p. 365. Ed. Schweigh.

Joseph. Bell. Jud. L. IV. c. 1. §. 8. p. 267. ib. Havercamp. not. t.

117. Relandi Palæst. ex Monum. Veter. illustr. L. I. c. 51. p. 245 — 246.

Maundrell Voyage d'Alep à Jérusalem; p. 190 — 193.

Thevenot Voyage au Levant; ch. XV. p. 482 — 483.

Pococke's Descr. of the East, Vol. II. ch. 16. p. 64 — 65. pl. V. f. 1.

Hasselquist's Reise nach Palæstina; s. 179 — 180.

Bachiene hist. und geogr. Beschr. von Palæst. I. Th. 1. B. 7. k. s. 252 — 255.

118. Diodor. Sic. Bibl. L. XX. c. 24. p. 422. l. 53.

119. Id. ib. c. 24. p. 422. l. 50.

120. Histoire des anciens Traités; P. I. c. 293 p. 250. note 4.

121. In Diod. Sic. L. C. p. 421. not. 57.

122. Geogr. L. V. c. 9. p. 130. Ed. Montan. 123. L. C.

124. In Diod Sic. L. C. p. 422. not. 37.

125. Geogr. L. V. c. 9. p. 130.

126. Mannerts Geogr. der Griech. und Röm. IV. B. S. 317.

127. Voyez le texte de Strabon cité dans la note 11. et 12.

128. Memorab Socrat. L. II. c. 1. §. 10. p. 68. Ed. Schneid: ἐν δὲ τῇ Εὐρώπῃ Σκύθαι μὲν ἄρχουσι, Μαιῶται δὲ ἄρχονται.

Fig. 2.

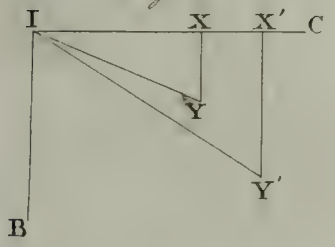
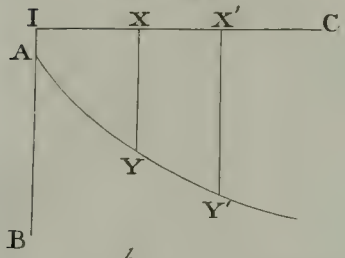


Fig. 4.



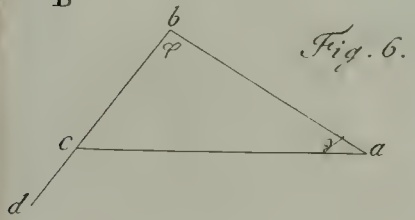


Fig. 6.

Fig. 3.

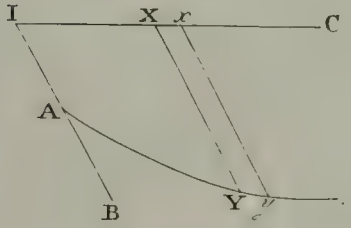


Fig. 1.

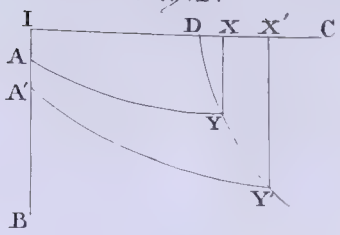


Fig. 2.

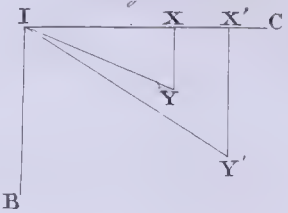


Fig. 3.

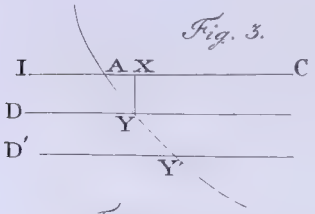


Fig. 4.

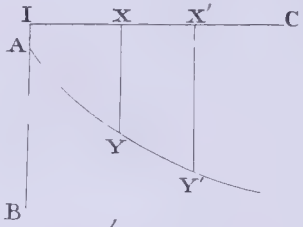


Fig. 5.

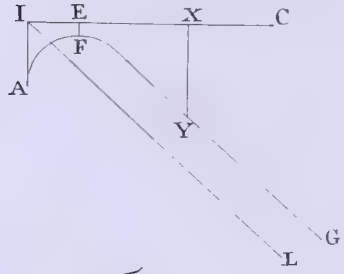
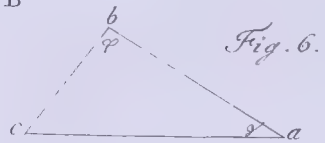


Fig. 6.



d.

Fig. 7.

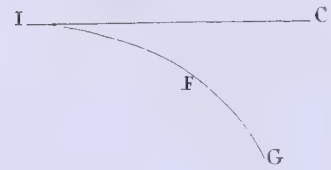


Fig. 8.

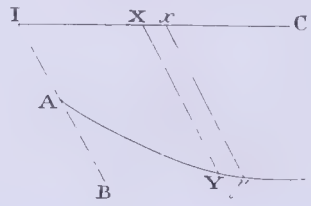


Fig. 2

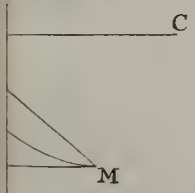


Fig. 3

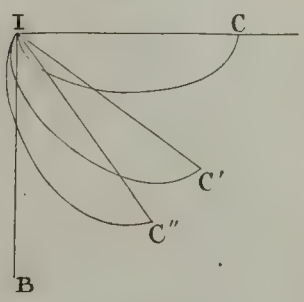


Fig. 5

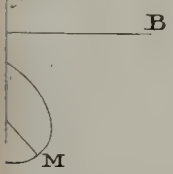


Fig. 6

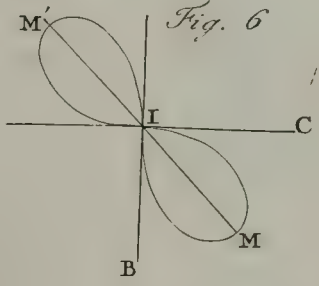


Fig. 8

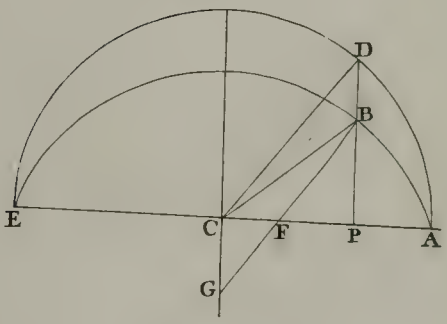


Fig. 1

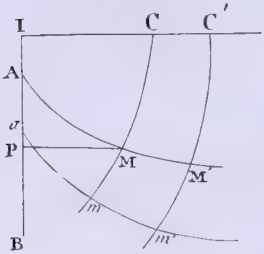


Fig. 2

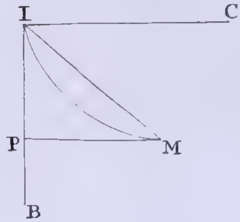


Fig. 3

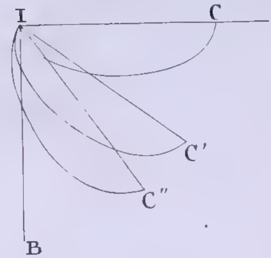


Fig. 4.

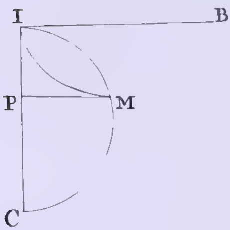


Fig. 5

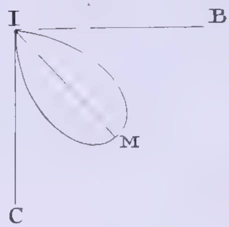


Fig. 6

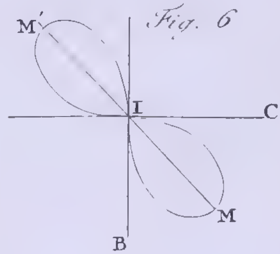


Fig. 7

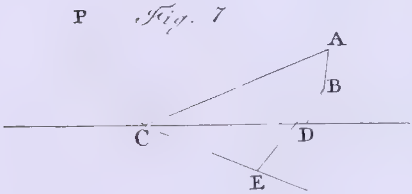


Fig. 8

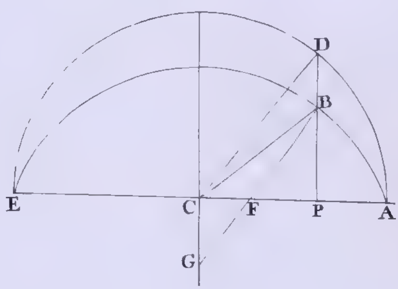


Fig. 2.

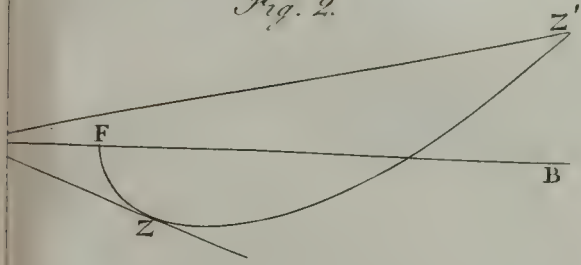
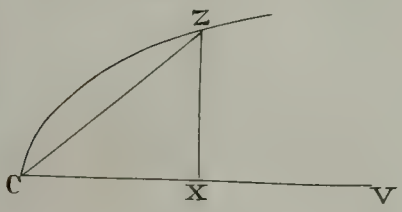


Fig. 4.



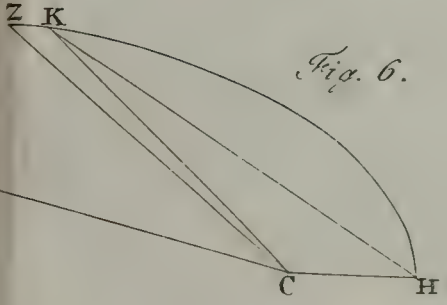


Fig. 6.

Fig. 1.

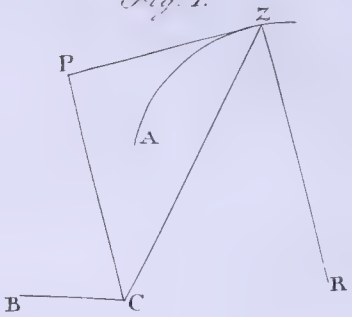
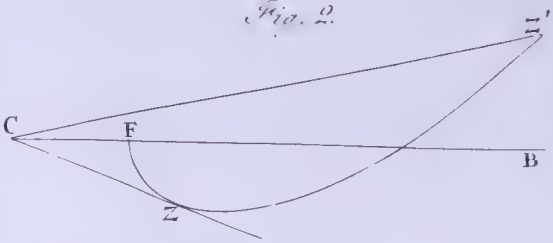


Fig. 2.



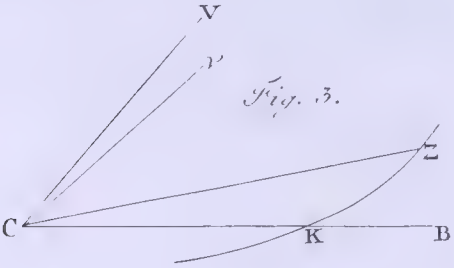


Fig. 3.

Fig. 4.

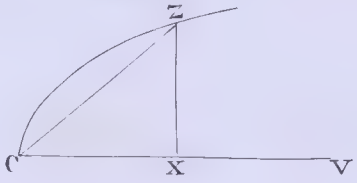


Fig. 5.

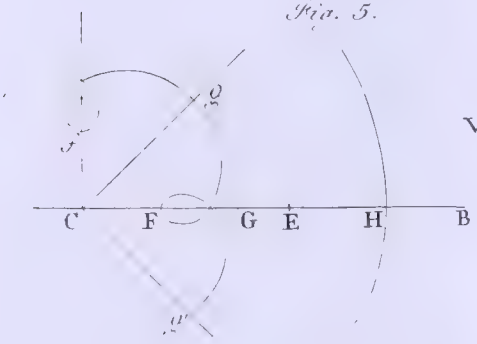


Fig. 6.

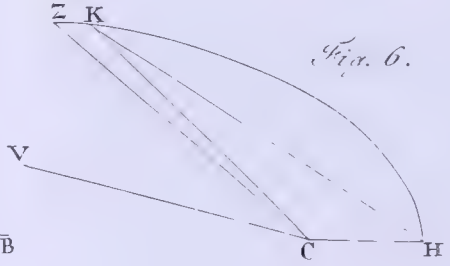


Fig. 2.

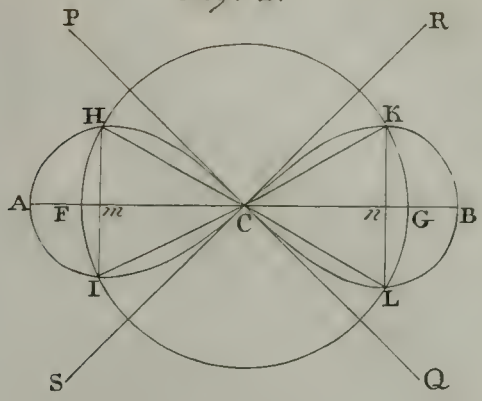
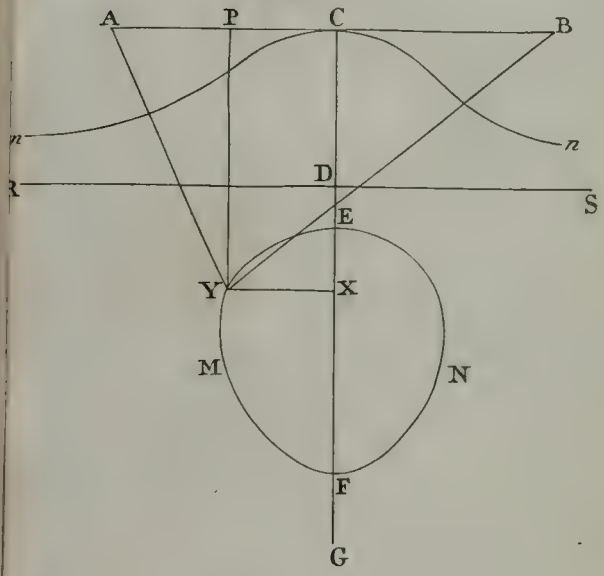


Fig. 4.



5.

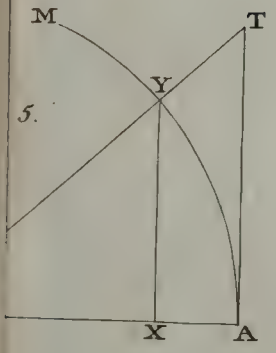


Fig. 1.

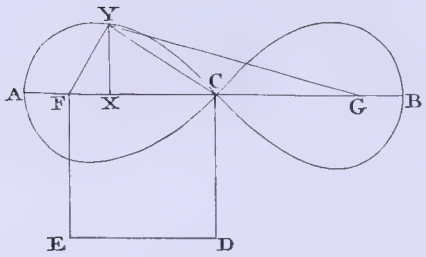


Fig. 2.

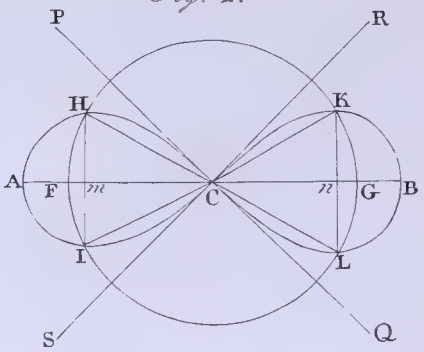


Fig. 3

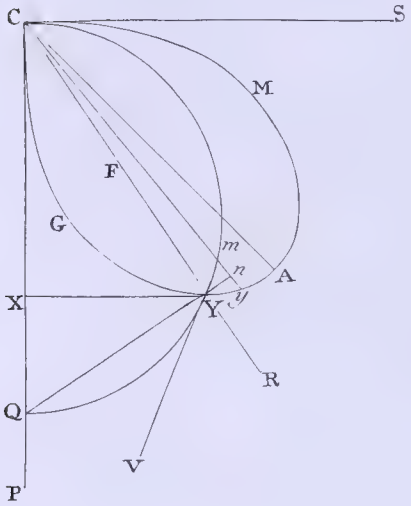


Fig. 4.

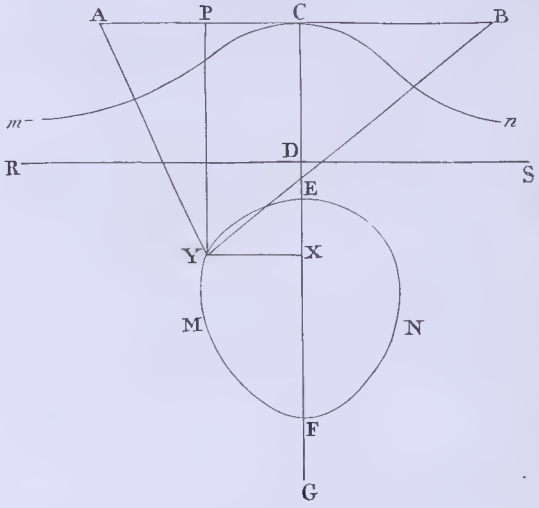
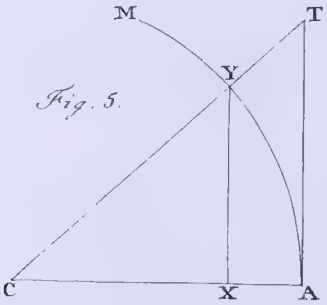


Fig. 5.



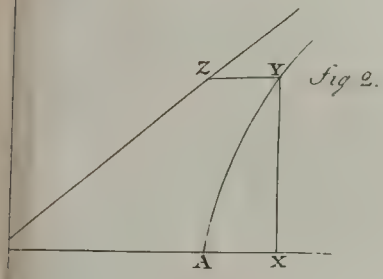
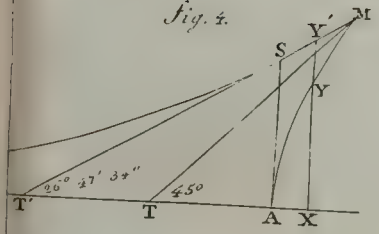
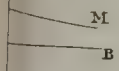


Fig 2.

Fig. 4.





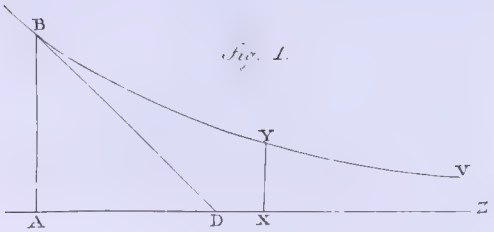


fig. 1.

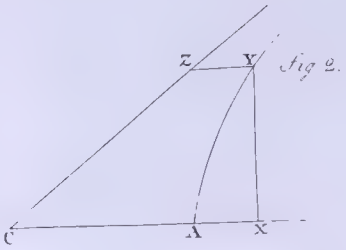


fig 2.

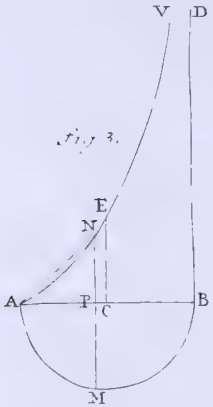


fig 3.

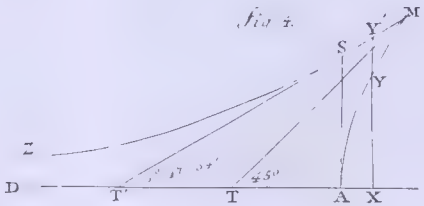


fig 4.

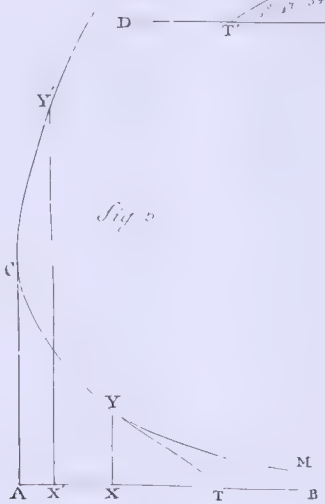


fig 5

Fig. 2.

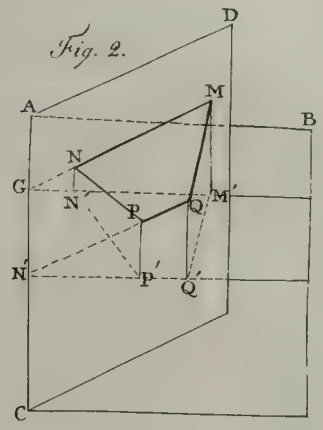


Fig. 4.

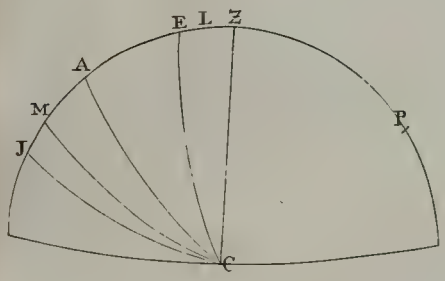


Fig. 1

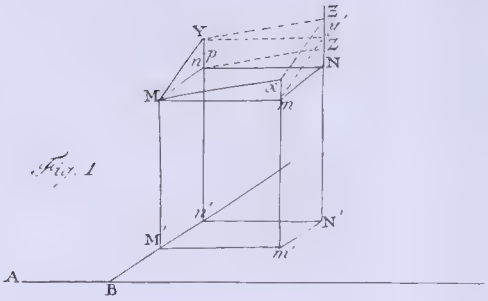


Fig. 2.

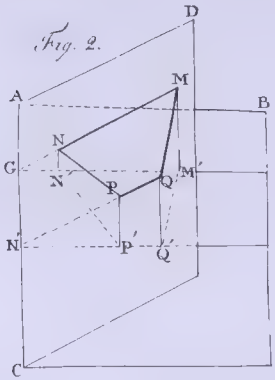


Fig. 3

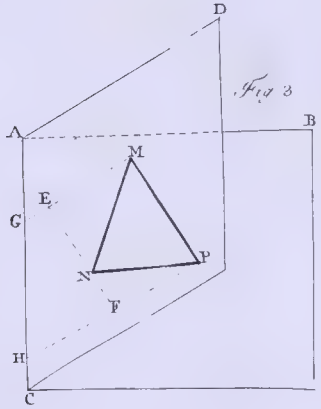
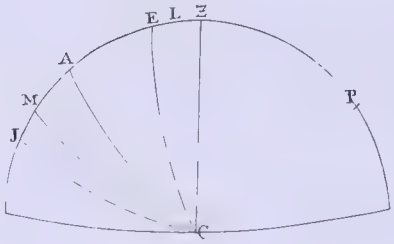


Fig. 4.



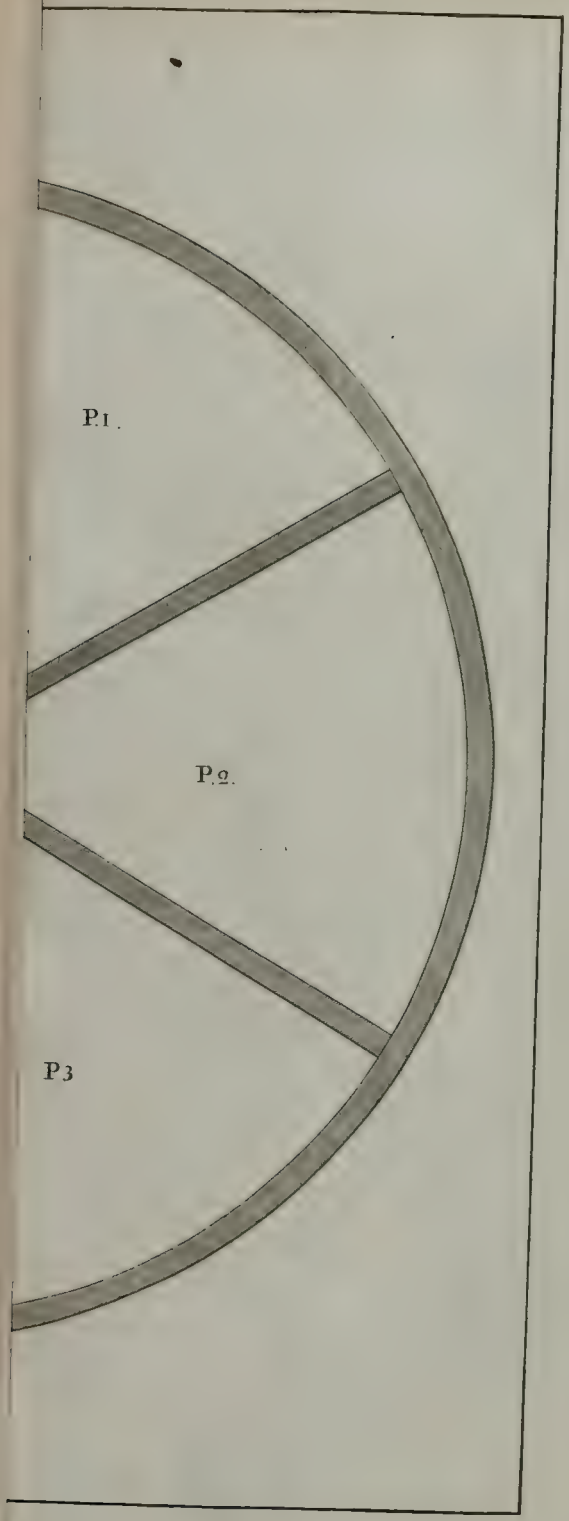
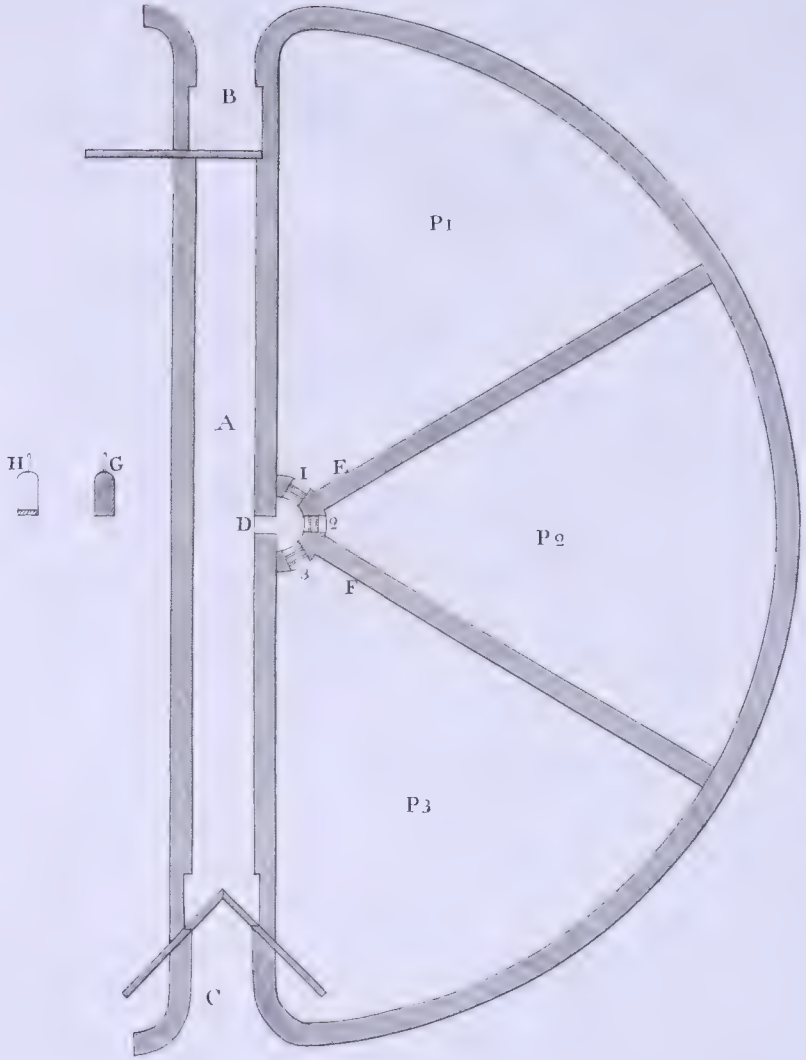

P.1.
P.2.
P3

Fig. 1ère



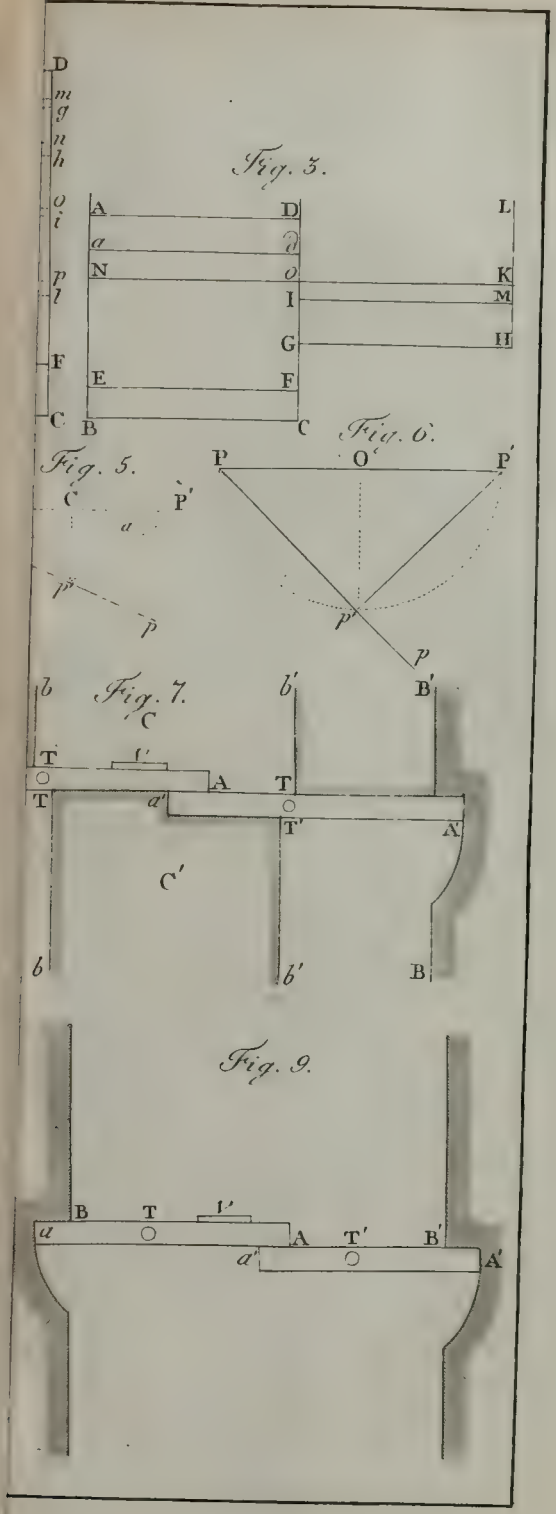


Fig. 3.
D
m
g
n
h
o
i
p
l
F
C
A
D
L
a
d
N
o
K
I
M
G
H
E
F
B
C
Fig. 5.
C
P'
a
p''
p
Fig. 6.
P
O'
P'
p'
p
Fig. 7.
b
C
b'
B'
T
t'
A
T
T
a'
T'
A'
C'
b
b'
B
Fig. 9.
B
T
t'
a
A
T'
B'
a'
A'

Fig. 2.

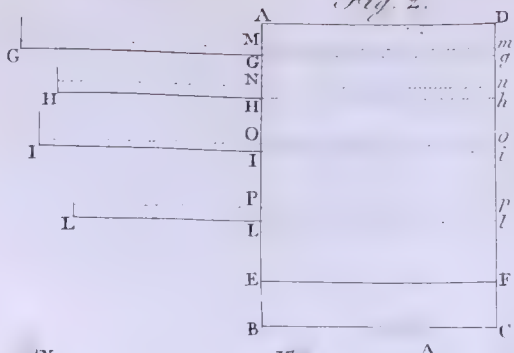


Fig. 3.

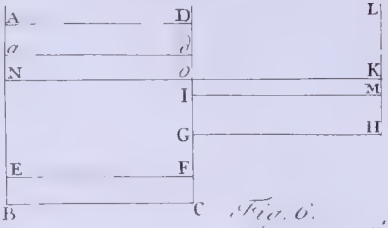


Fig. 4

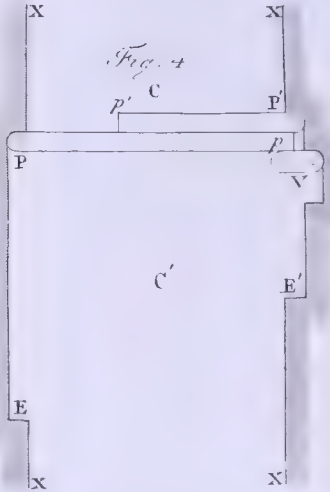


Fig. 5.

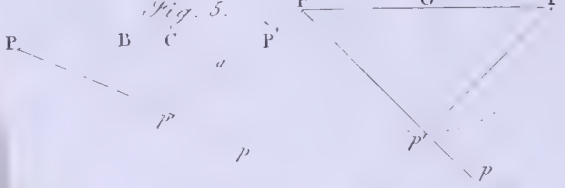


Fig. 6.

Fig. 7.

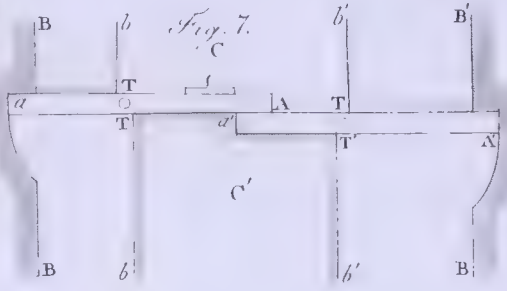


Fig. 8.

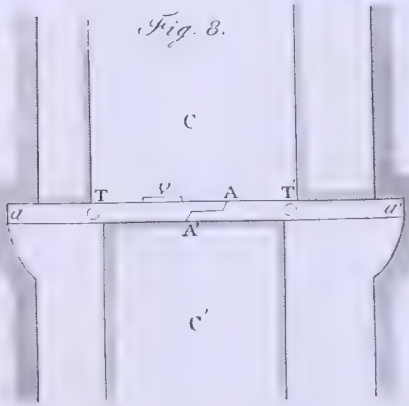
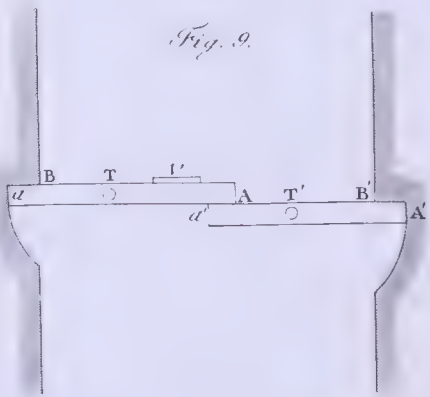


Fig. 9.



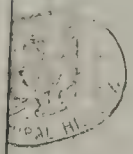


Fig. 10.

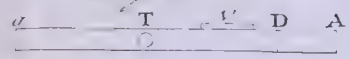


Fig. 11.

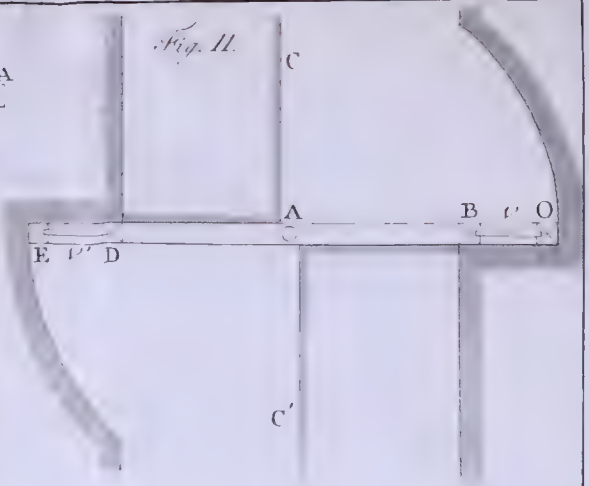


Fig. 12.

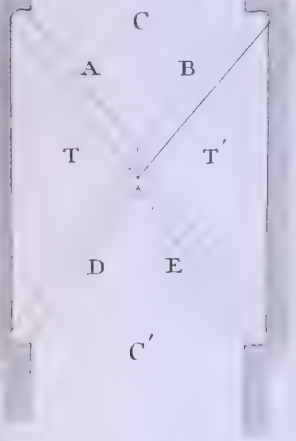


Fig. 16.

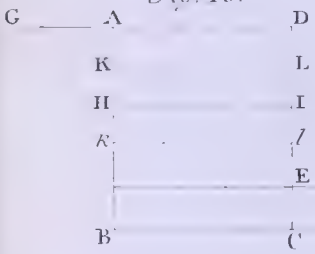


Fig. 17.

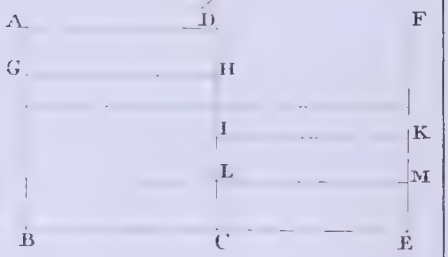
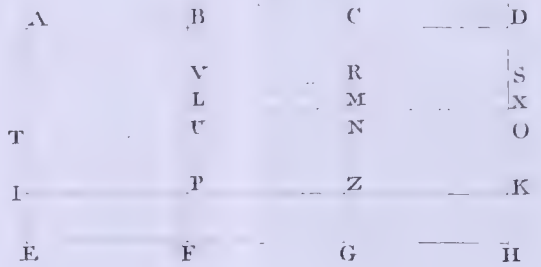
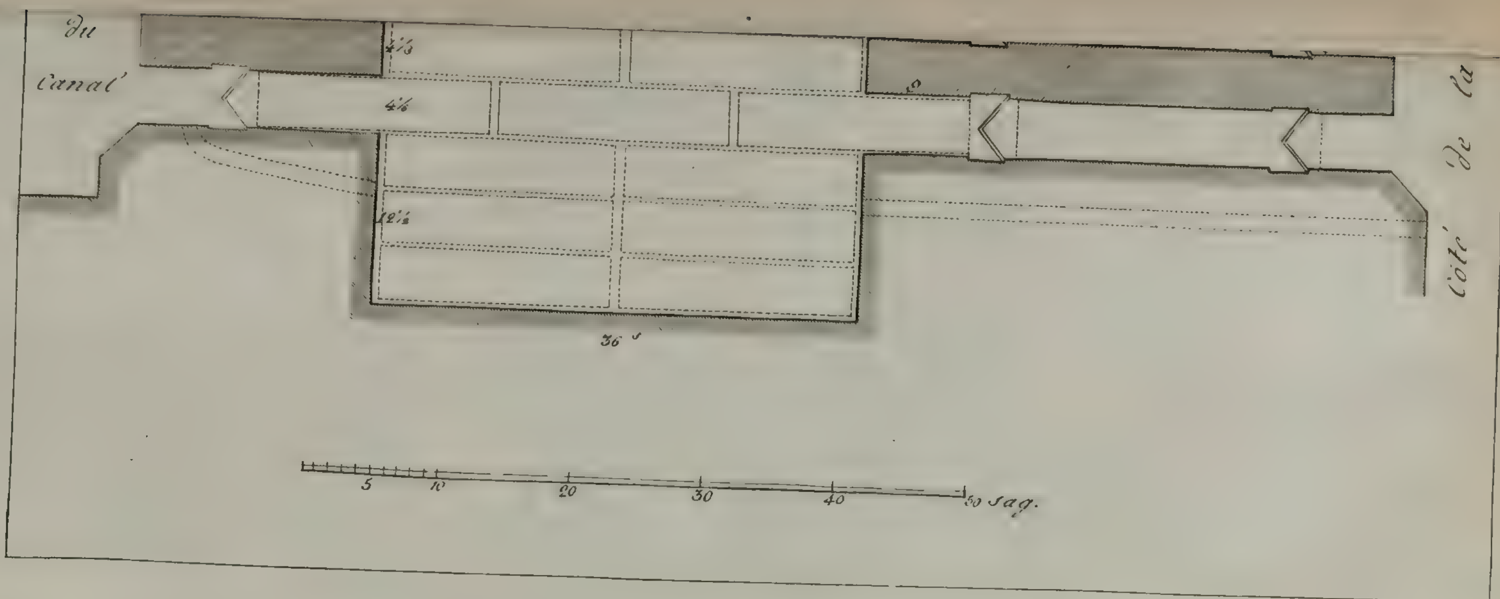


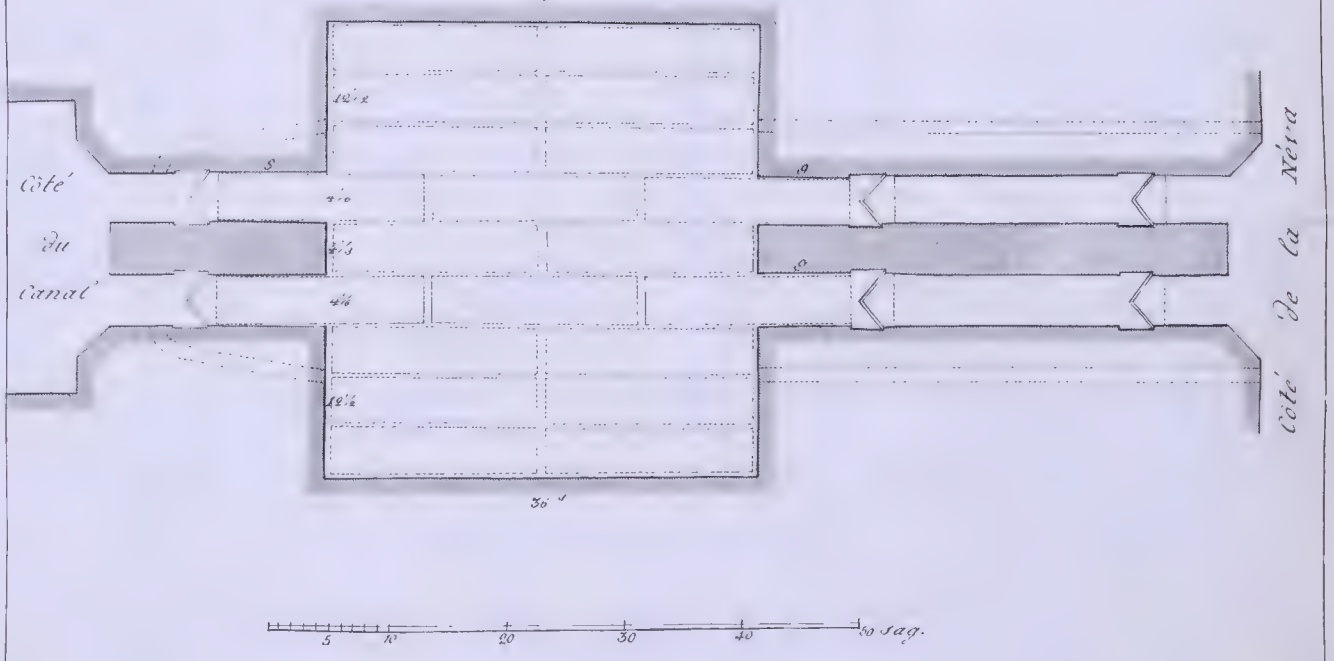
Fig. 18.





du
canal
4⅓
4½
12½
36
côté de la
5
10
20
30
40
50 sag.

Fig 13.



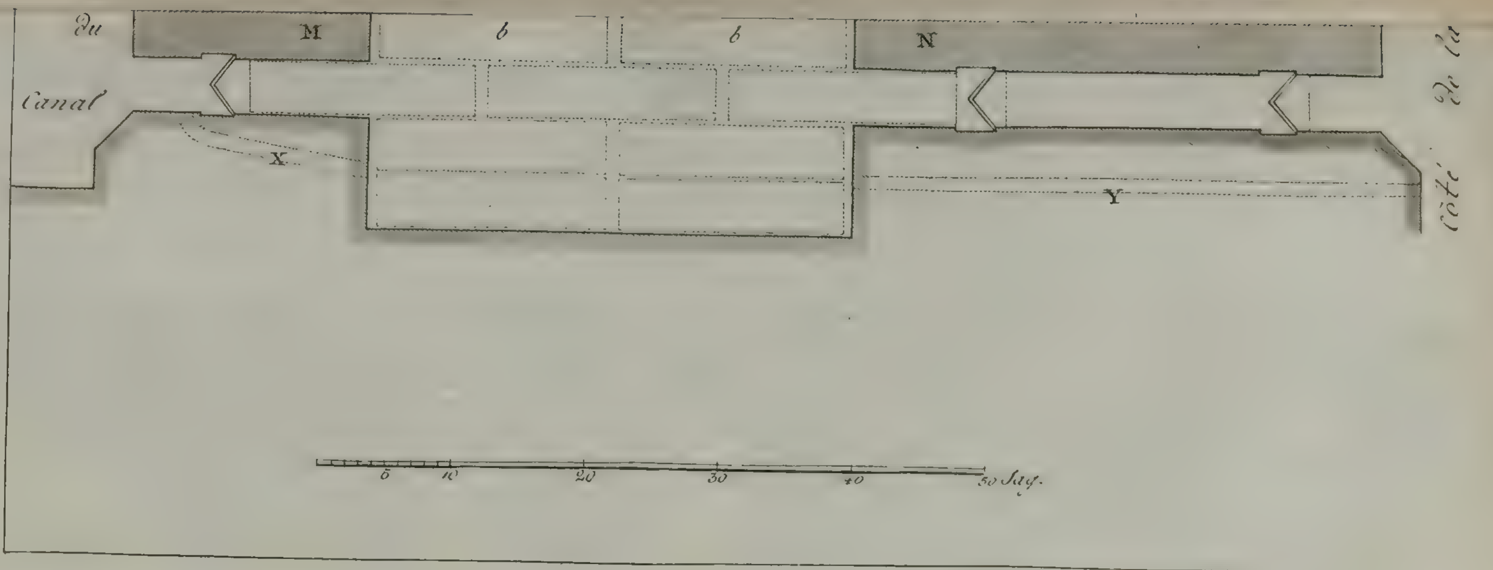
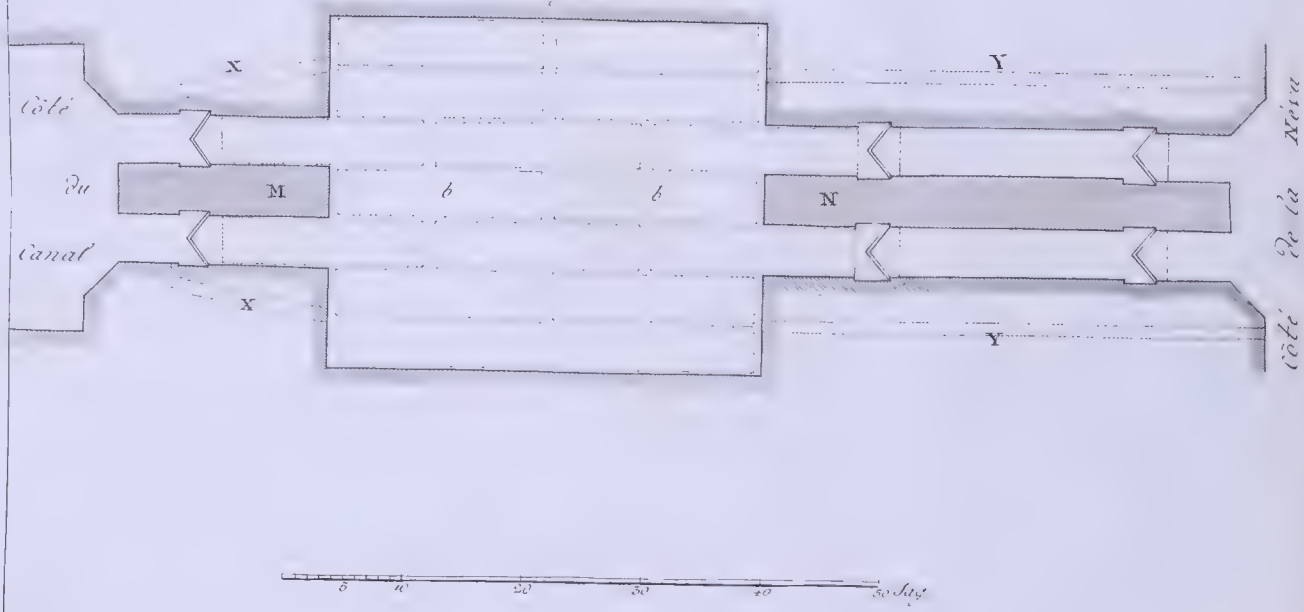

Du
Canal
M
b
b
N
X
Y
Côté de la
5
10
20
30
40
50 Toij.

Fig. 14.



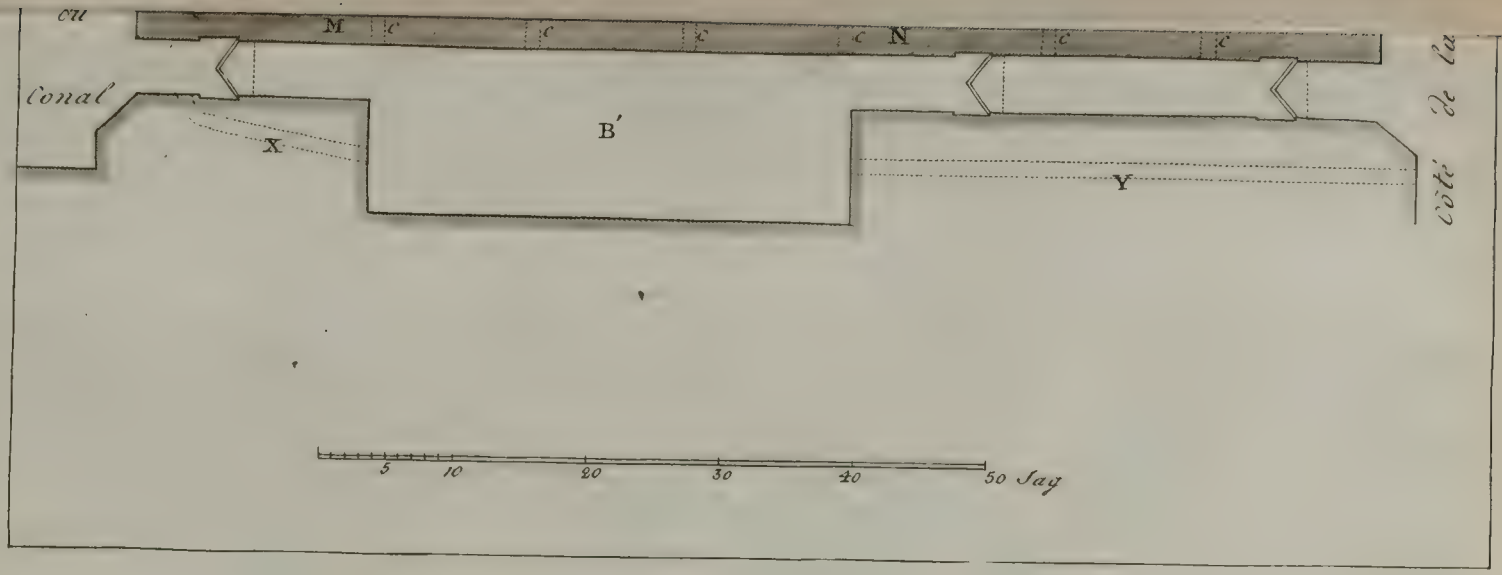
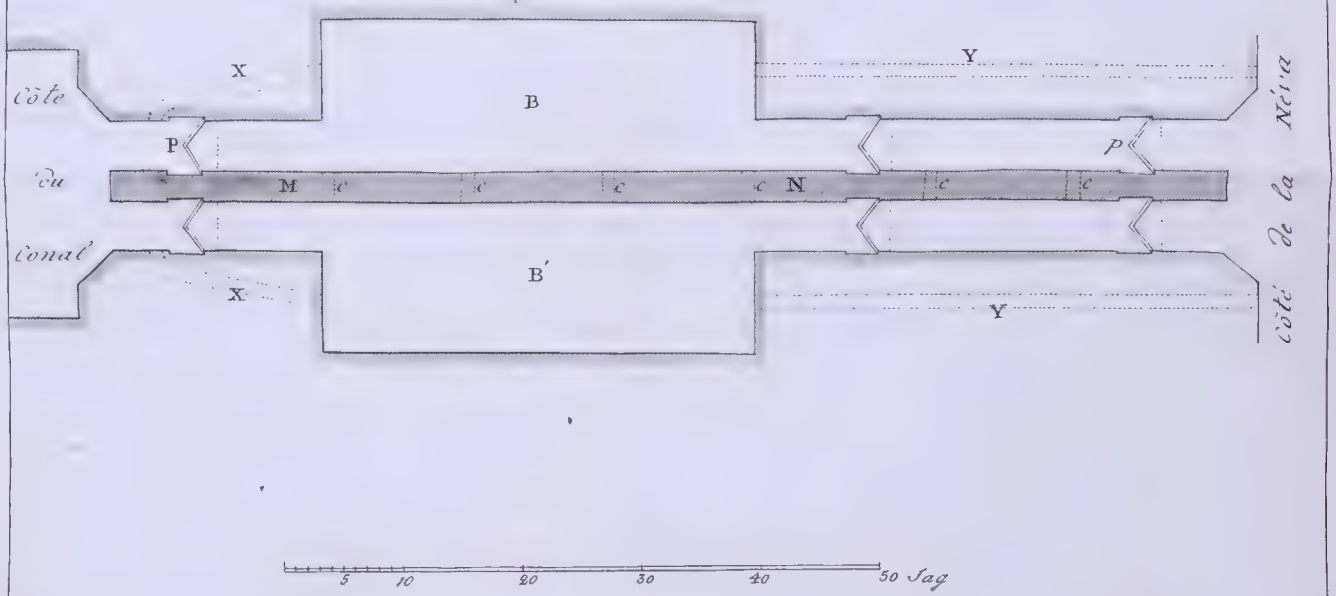

M
N
B′
X
Y
5
10
20
30
40
50 Saj

Fig. 15.



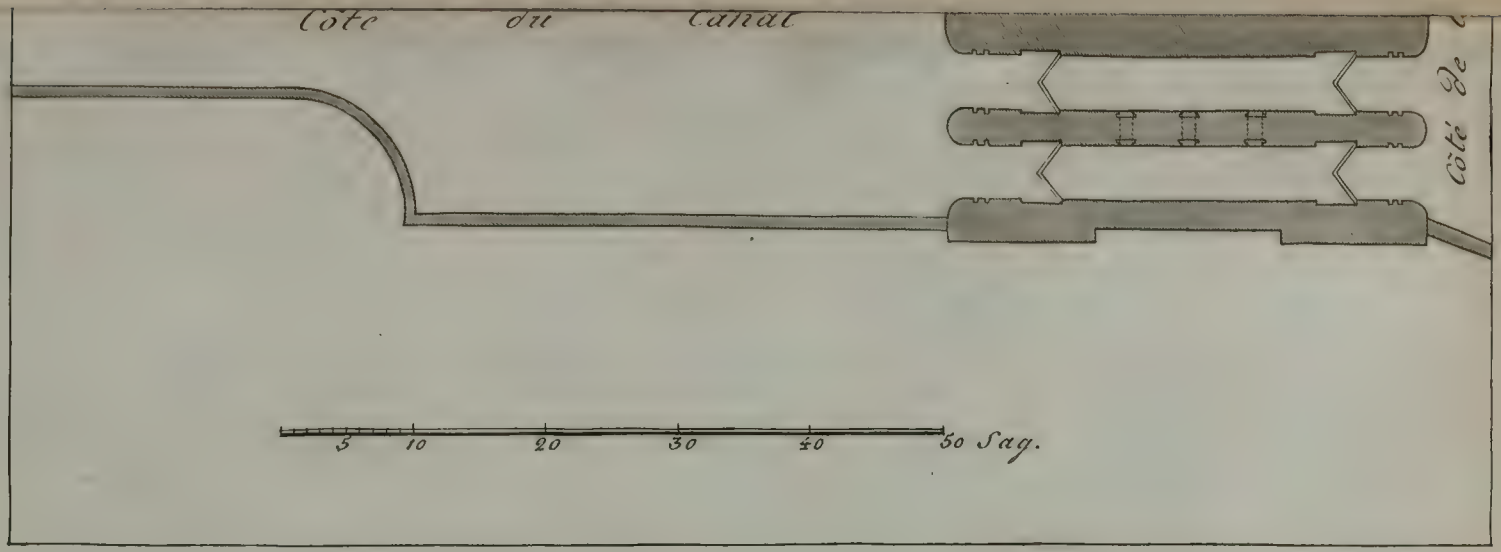
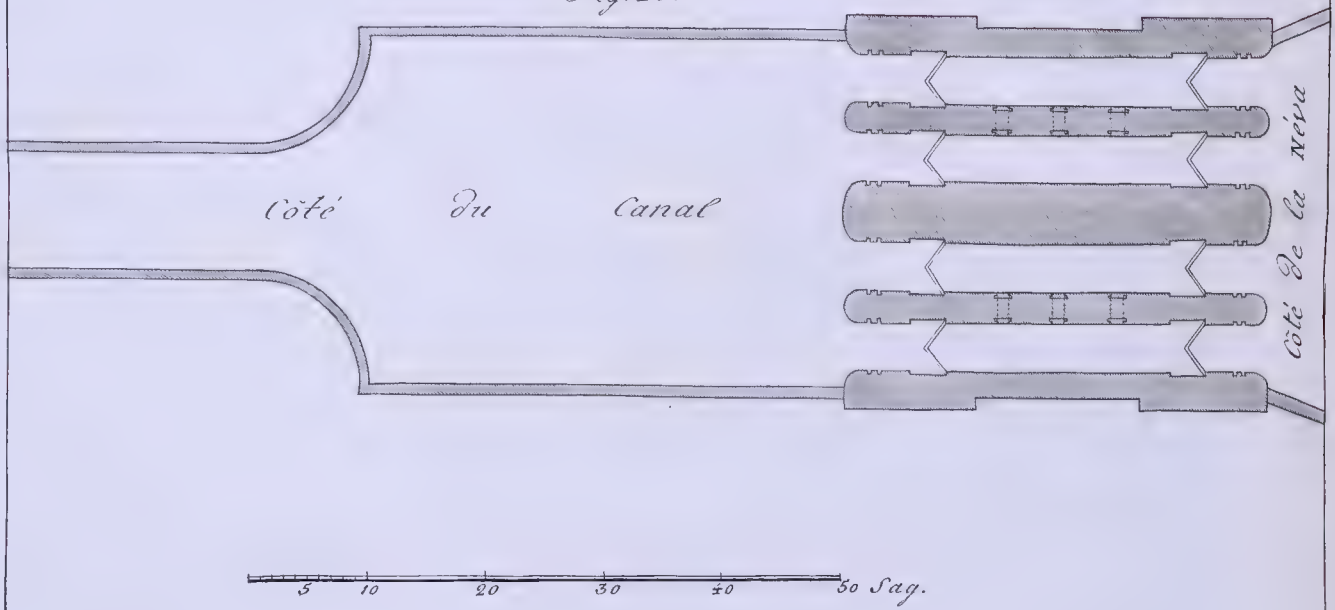

Côte du Canal
Côté de
5
10
20
30
40
50 Sag.

Fig. 19.



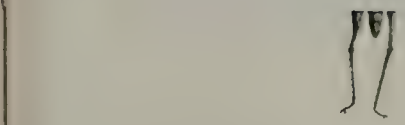


Fig. 6. Gr. Capensis.

Fig. 1. Gr. Speciosus.

Fig. 4. Gr. Verfoons.

Fig. 2. Gr. Elegans.

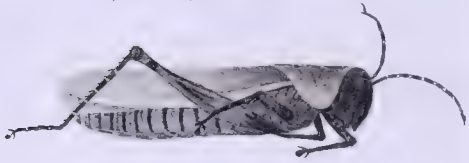


Fig. 5. Gr. Abruptus.

Fig. 6. Gr. Capensis.

Fig. 3. Gr. Marmoratus.

Fig. 2.

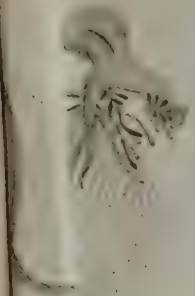


Fig. 3.

Fig. 5.

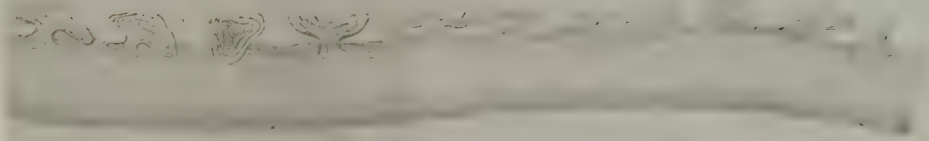


Fig. 1.

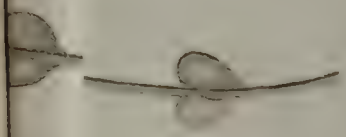


Fig. 1.

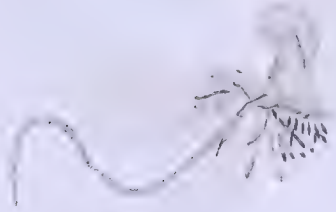


Fig. 2.

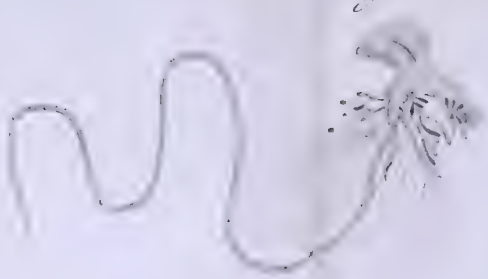


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 1.

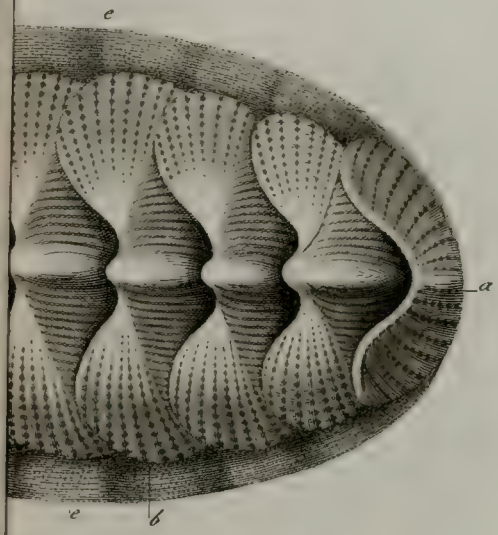


Fig. 2.

Fig. 1.

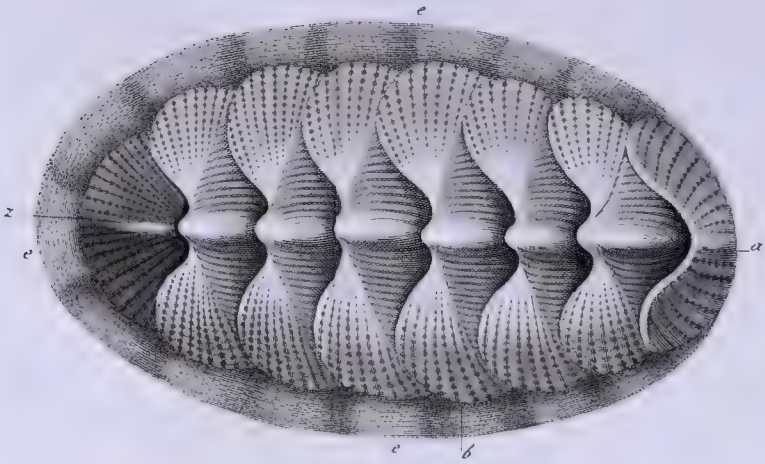


Fig. 2.

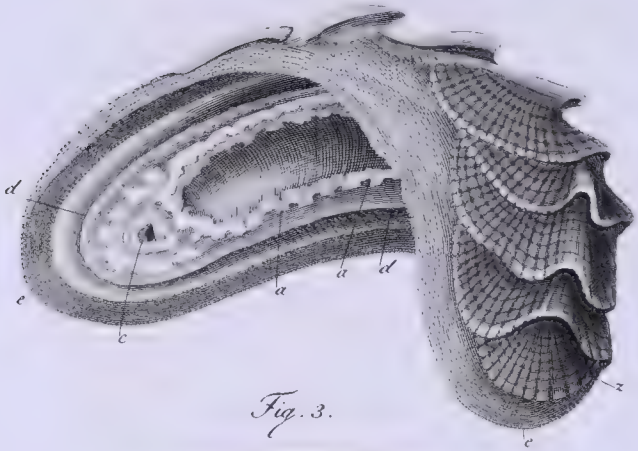
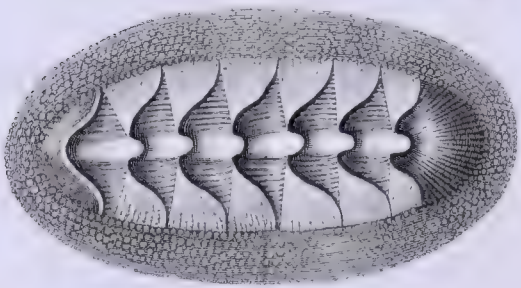


Fig. 3.



Gravé par J. Kalpakow.

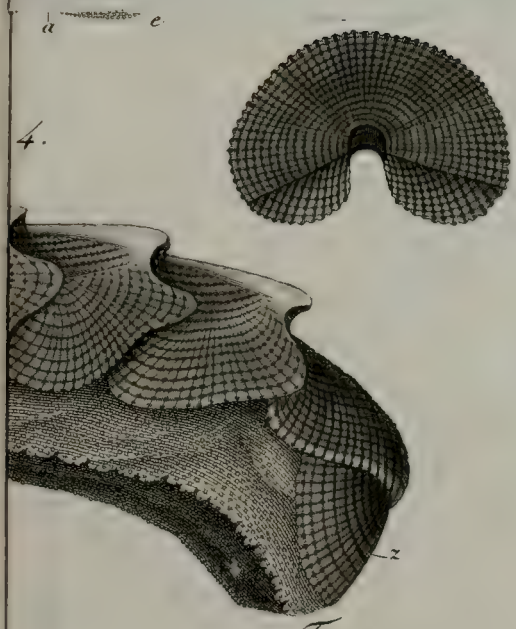


Fig. 8.

Gravé par J. Kalpakow.

Fig. 3.

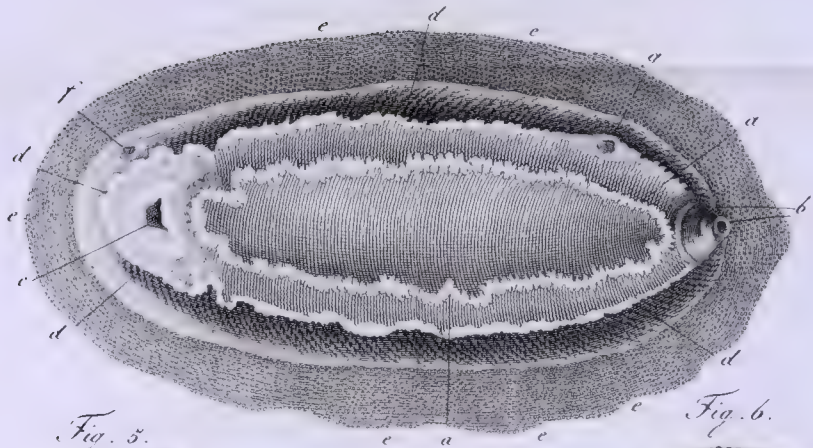


Fig. 5.

Fig. 6.

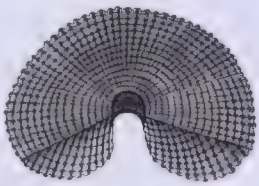


Fig. 4.

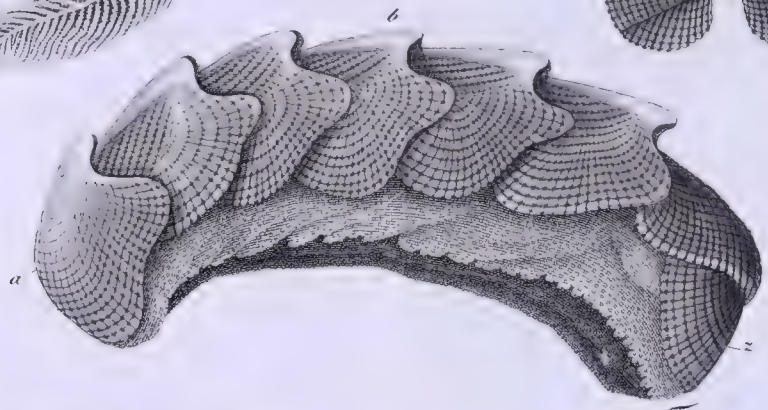


Fig. 7.

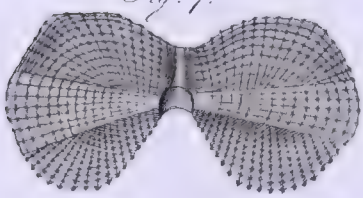
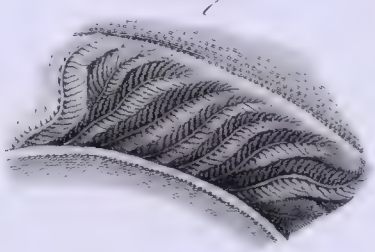


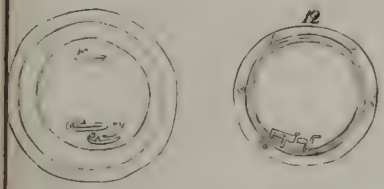
Fig. 8.

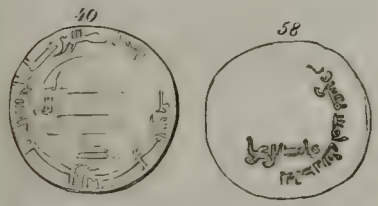


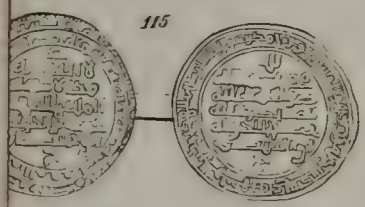
Gravé par J. Kalpakou.

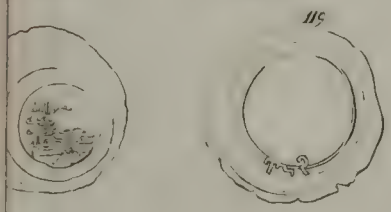
III.

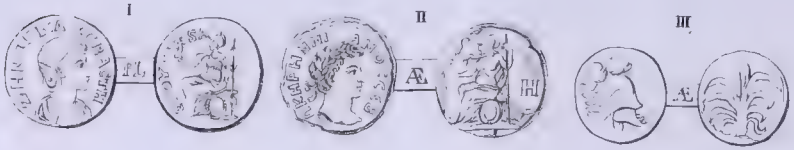
oris Augustissimi Petropoli



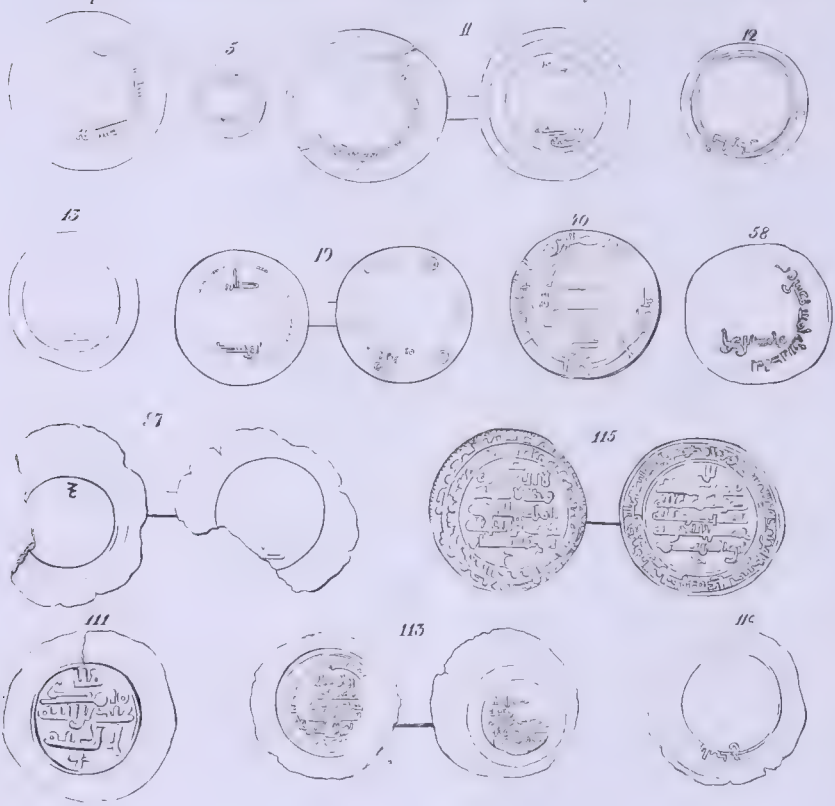




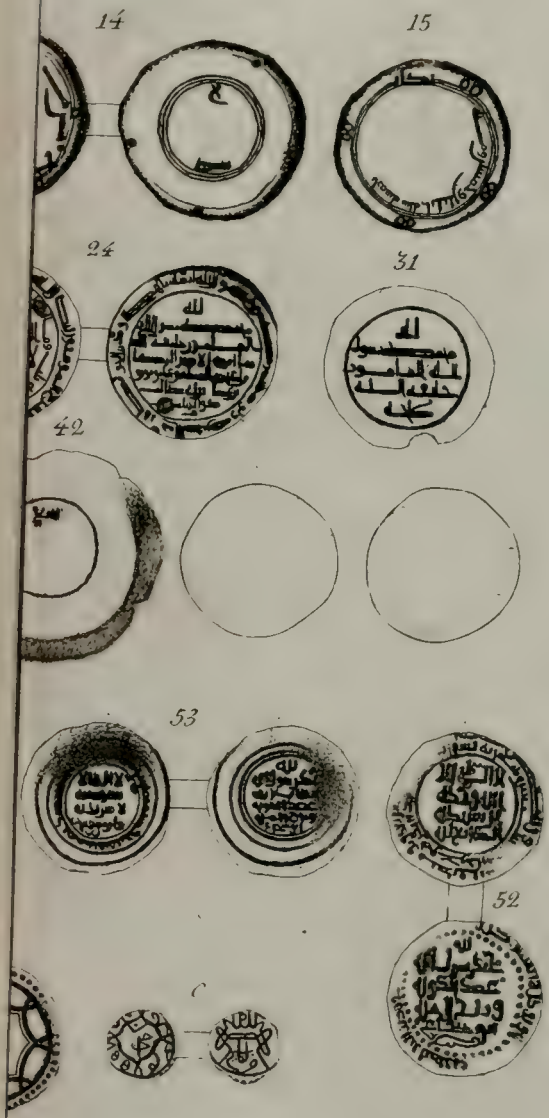




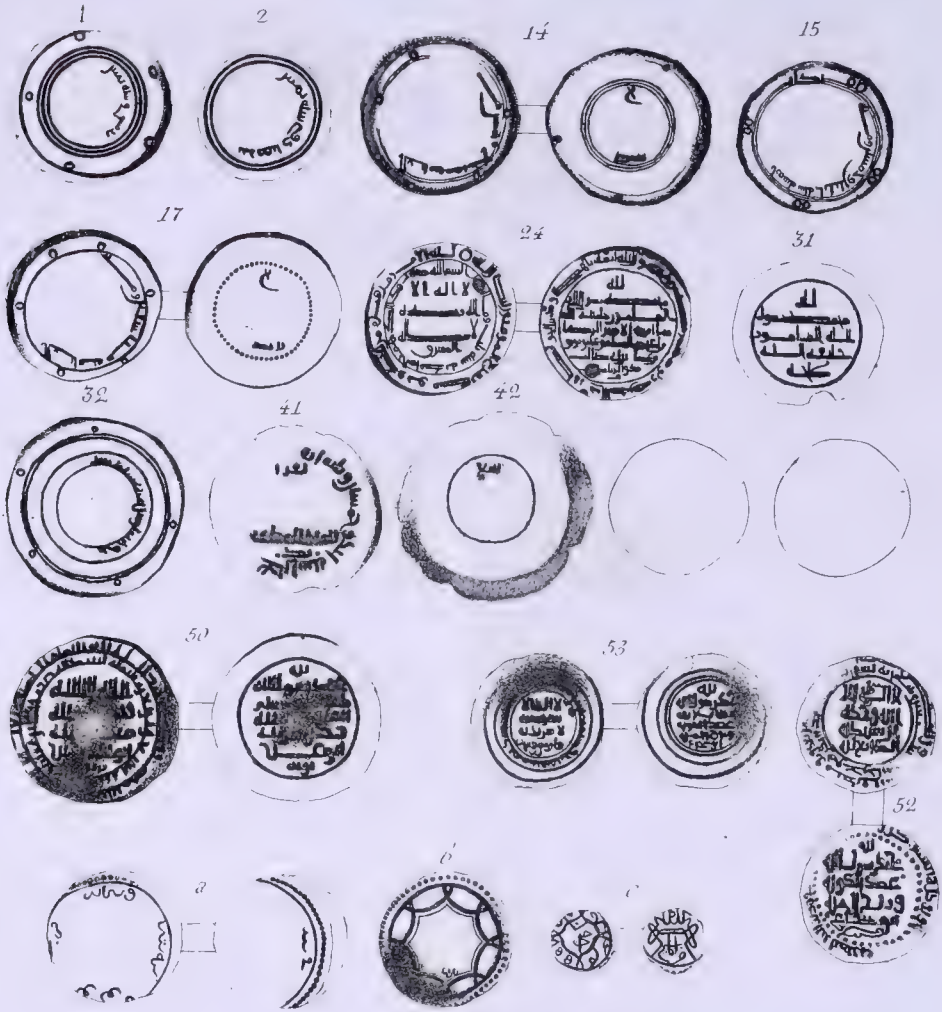
Ex Museo solitario Imperatoris Augustissimi Petropoli



no Kasani



E Museo Nefelouriano Kasani



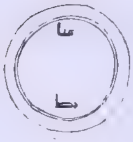
54

...Pflugiano.

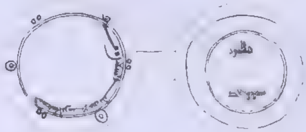
22.

Ex Museo Universitatis Imp. Dorpatensis

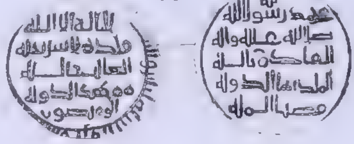
18



20

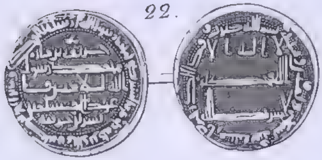


54



Ex [illegible]

22.



(. Mus. Pflugiano

35

Ex Mus. Nejelowiano

2

H. Koch ... del. Petrop. 182

Ex Mus. Pflugiano

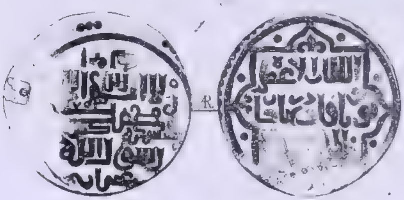
40

Ex Mus. Pflugiano

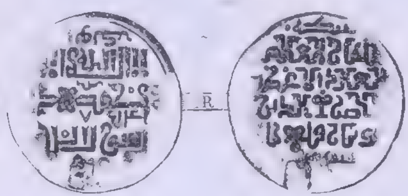
35

Ex Mus. Nejelowiano

1

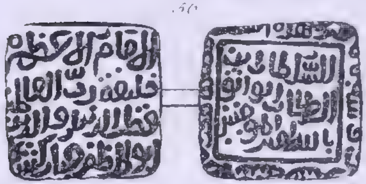


Ex Mus. Nejelowiano



Ex Mus. Nejelow

56



H. Köhken lith. del. Petrop. 182